

分类号_____

密级_____

UDC_____

编号 200418014000650

中国科学院研究生院 博士学位论文

部分相干光在星潜激光通信中的传输性质 研究

鲁 伟

指导教师 刘立人 研究员

中国科学院上海光学精密机械研究所

申请学位级别 博 士 学科专业名称 光学工程

论文提交日期 2007-5-15 论文答辩日期 2007-5-31

培养单位 中国科学院上海光学精密机械研究所

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 陈明仪 教授

中国科学院上海光学精密机械研究所

博士研究生毕业论文

论 文 题 目 部分相干光在星潜激光通信中的传输性质研究

专 业 光 学 工 程

研 究 生 姓 名 鲁 伟

导 师 姓 名 刘 立 人 研 究 员

研究生入学时间 二零零四年八月

二〇〇七年五月十五日

部分相干光在星潜激光通信中的传输性质研究

鲁 伟

指导老师：刘立人研究员

摘 要

星潜激光通信信道中的大气和海水湍流会对系统的工作性能产生严重影响。对于大气中的光通信，这种影响主要体现在激光光束的大气传输效应，包括大气对光束的吸收、散射和湍流效应，其中吸收和散射主要表现在传输途径上光波的能量损耗，大气湍流的影响则表现为接收平面上光强和相位起伏效应。对于能量损耗，可通过提高发射功率或采用高灵敏接收装置等技术进行补偿，对于如何克服湍流的影响，目前在已报道的方法中，自适应技术和多孔径技术分别存在波面探测以及电子系统复杂等困难，因此作为能有效克服大气湍流的部分相干光技术则逐渐成为人们的研究热点之一。

众所周知，完全相干的激光光束在自由空间中传输时，光束束宽和空间相干长度随传输距离不断增加，在远场仍维持其相干性；而当光束在大气湍流中传输时，湍流折射率起伏不仅使光束大大展宽，而且还导致波阵面畸变并进而导致空间相干性的下降，相干长度变短使得光束在远场内仅有很小的区域内仍维持相干性，其他区域则退化为非相干区域，严重削弱激光的光学质量。近来，已有研究显示，在湍流中传输的部分相干光比完全相干激光具有更强的抗湍流能力，部分相干光束在湍流中传输时也会产生明显的湍致展宽，但其相干性的退化却弱于完全相干光，即当传输至某特定通信距离时，发射源为部分相干光的光场内具有更大的相干区域，部分相干光的这一特性对于远距离激光通信以及激光雷达等技术来说是十分有利的。

部分相干光的谱密度、谱偏振度以及谱相干度在传输中会发生变化，围绕

这些变化已经开展了诸多研究,其中强度、空间相干度和位相都呈轴对称高斯型分布且具有良好方向性的高斯-谢尔模(Gaussian Schell-model beam, GSM)光束倍受研究人员的青睐。Rochester 大学的 Wolf 课题组已先后对 GSM 光束在大气湍流中传输时的偏振度演变、基于相关的相位空间因子、湍致光束展宽演变等光束特性展开了研究。与谱密度和谱偏振度理论研究的蓬勃发展形成鲜明对比的是,自从 Wolf 给出了在自由空间中传输的光束相干度的标量表达式以后,尚未见到对光波的谱相干度在大气湍流等随机介质中传输变化的报导。光波在湍流大气中的相干性退化是宏观物理特性改变的本质原因,因此需要对部分相干光在大气湍流中的相干度演化进行研究。此外,激光传输除了大气信道外还涉及了海水信道,激光在海水中传输时除了海水水体的强散射外,同样会受到海水湍流的影响,因此有必要对部分相干光束在海水湍流中的传输行为进行理论上的分析。针对上述背景,我们开展了如下几方面工作:

1. 在矢量理论框架下,对大气湍流中传输的 GSM 光束光波场矢量互谱密度随传输距离的演化进行了理论分析,结果表明:光束相干性演变的行为可看作是部分相干光源参数和湍流谱模型参数同时对光束产生影响的结果。同时,使用位置矢量表示的远场互谱密度可更为清晰地表征湍流中部分相干光场辐射能量分布的方向性。

2. 对部分相干的 GSM 光束的部分特性进行了理论分析,得到任意相干态的光源的相位-空间积因子,该参数在统计上同时反映了远场光束的角度发散情况和光源的部分相干特性;此外,分析了光源相干长度对在湍流大气中部分相干光束的自由空间角度扩展和湍流距离的影响,结果表明:当相干长度的取值分别取在临界值前后时,上述两个参数具有不同的变化趋势。

3. 对部分相干 GSM 光束在海水湍流信道中的传输进行了分析,得到光束相干度以及湍致光束展宽公式,结果表明:温度的耗散率、单位质量的湍流动能耗散率以及水体中温度和盐分贡献比等海洋参数是决定部分相干光在海水信道

中的相干度退化、湍致展宽及湍流距离等特性的主要因素。

4. 在实验上验证了星潜激光通信中多通道二维图案传输理论模型的可行性, 同时将这种多通道技术应用于基于 BB84 协议算法的量子密钥传输, 可以实现自由空间中量子密钥的 $m \times n$ 通道传输, 大大提高系统密钥传输效率。

关键词: 部分相干光, 光学湍流, 星-潜激光通信, 高斯-谢尔模光束, 互谱密度, 谱相干度, 折射率空间功率谱

Theoretical studies of propagation of partially coherent beam in satellite-submarine laser communications

Wei Lu

Directed by: Professor Liren Liu

Abstract

System performance of satellite-submarine laser communications is damaged significantly by atmosphere and seawater turbulence. As for optical communications in atmosphere, this degradation is mainly represented by effects on propagation of laser beam in atmosphere, which include effects of absorption, scattering and turbulence. Absorption and scattering lead to the power extinction of laser beam, which could be overcome by increasing transmitting power or using filter with high-sensitivity, while the atmospheric turbulence cause random fluctuations of intensity and phase at the receive terminal, for which several techniques have been reported to alleviate the effect of atmospheric turbulence. Due to its strong turbulence-resistance, partially coherent beam is being focused with its advantages over other methods such as adaptive optics and multi-aperture optics.

As we all known, beam width and spatial coherent length of the completely coherent laser beam is increasing when it is propagating in free space and status of its coherence is keep going at far field. However, not only the width will be expanded greatly but also wave front is distorted leading to reduced spatial coherence by the random fluctuation of refractive index of turbulence. At far field, there is a very small area that keeps its coherence, which makes quality of laser beam degraded. Recently, studies showed that partially coherent beam has stronger turbulence-resistance than

completely coherent laser beam. Though partially coherent beam has also a remarkable beam width expansion, reduction of its coherence is less than its coherent counterpart. That is to say, for a special link distance, partially coherent beam has a larger coherent area, which is very important for the applications of laser communication as well as laser radar.

People has developed studies on change of spectral density, spectral degree of polarization and spectral degree on propagation, in which Gaussian Schell-model beam is much preferred due to its Gaussian-shaped intensity, spatial degree of coherence and phase as well as its good directionality. Research team directed by Emil Wolf in Rochester University had already studied change of spectral degree of polarization, phase-space factor based on correlation and turbulence-induced evolution of beam width of GSM beam. Compared with the flourish research of spectral density and spectral degree of polarization in turbulence, spectral degree of coherence in turbulence has not ever been reported since the scalar expression of degree of coherence of laser beam propagation in free space had been proposed by Wolf. Considering that reduction of coherence in turbulence is fundamental reason of change of macroscopic physic properties, it is necessary to study the evolution of degree of coherence of partially coherent beam in turbulence. In addition to the atmosphere channel, optical beam propagation often involves channel of sea water turbulence, which has been seldom researched. Thus, it is also necessary to study the behaviors of partially coherent optical beam propagating through sea water turbulence. Therefore, we developed theoretical and experimental studies as followings:

1. Based on vector theory, Evolution of vectorial cross spectral density of partially coherent electromagnetic optical beam in atmospheric turbulence with propagation distance is theoretically studied, and the expression of element of cross spectral

density matrix has been derived. Expression of the spectral degree of coherence of optical beam has been given and its effective width has been defined. At the same time, we derive the far-field cross spectral density of partially coherent GSM beam by using position vector method and consider the far-field radiance intensity.

2. Some characteristic of partially coherent GSM beam has been theoretically studied. By using the principle of superposition of coherent mode in partially coherent source, we calculate the normalized widths of cross spectral density and angular correlation function of the radiant field. We also analyze the variation trends of the free space angular spreading and turbulence distance with different coherence lengths of the partially coherent source, both of which describe the behavior of partially coherent optical beam in turbulence.

3. Propagation of partially coherent GSM optical beam in sea water turbulence has been analyzed. According to the power spectrum of refractive index of sea water turbulence and cross spectral density of partially coherent optical beam, we derive the expressions of the degree of coherence and turbulence-induced beam spreading of the beam in sea water turbulence. The degradation of degree of coherence, turbulence-induced beam spreading and turbulence resistance are also being studied.

4. Feasibility of multi-channel 2-D pattern transfer model of satellite-submarine laser communications has been experimentally examined. at the same time, the multi-channel scheme has been applied to the quantum cryptography key transfer based on BB84 protocol and further $m \times n$ channels transfer of quantum key in free space, which makes the efficiency of system improved greatly.

Keyword: Partially coherent optical beam, Satellite-submarine laser communications, Optical turbulence, Gaussian Schell-model beam, Cross spectral density, Spectral degree of coherence, Power spectrum of refractive-index fluctuations

目 录

目 录.....	VII
第一章 绪论	1
第二章 背景综述	4
2.1. 引言	4
2.2. 大气湍流和海水湍流	5
2.3. 标量光波场的二阶相干理论	6
2.3.1 时间相干和相干时间	7
2.3.2 空间相干和相干面积	9
2.3.3 双光束干涉的二阶相关	10
2.3.3.1 空间一时间域的二阶相关、互相干函数和复相干度	10
2.3.3.2 空间一频率域的二阶相关、互谱密度函数和谱相干度	14
2.4. 高斯-谢尔模光束	17
2.4.1 完全相干极限情况下的GSM光束	18
2.4.2 一般情况下的GSM光束	21
2.5. 对部分相干光在湍流中传输的研究现状	25
2.5.1 大气湍流中的传输	25
2.5.2 海水湍流中的传输	28
2.6. 部分相干光的几种产生办法	28
2.7 本章小结	29
第三章 部分相干GSM光束在大气湍流中传输的理论分析	30
3.1 引言	30
3.2 光的大气效应和大气湍流谱	31
3.2.1 光的大气效应	31
3.2.2 大气湍流谱	32
3.3 大气光传输中的广义Huygens-Fresnel原理	35
3.3.1 Rytov近似	35
3.3.2 广义Huygens-Fresnel定理	37
3.4 矢量互谱密度在大气湍流中的传输及演化	39
3.4.1 光源平面的互谱密度矩阵元	41
3.4.2 接收平面上的矢量互谱密度矩阵元	43
3.4.3 讨论	49

3.5 远场中空间位置矢量表示的互谱密度	54
3.5.1 空间位置矢量表示的互谱密度	54
3.5.2 辐射强度和湍流中光束全局相干度	59
3.5.3 分析讨论	60
3.6 本章小结	65
第四章 部分相干GSM光束部分特性研究	66
4.1 引言	66
4.2 基于统计理论的部分相干光Q因子	68
4.2.1 互谱密度的归一化宽度	70
4.2.2 角度相关函数的归一化宽度	74
4.2.3 部分相干光束的相位-空间积	76
4.3 GSM光束的湍流距离和角度扩展特性的变化分析	78
4.3.1 湍流距离和自由空间角度扩展参数	78
4.3.2 GSM光束的M因子	79
4.4 本章小结	85
第五章 部分相干GSM光束在海水湍流中传输的理论分析	86
5.1 引言	86
5.2 海水湍流谱	88
5.2.1 温度谱和盐分谱	88
5.2.2 湍流中两个物性参数起伏标量谱的相关谱	93
5.2.3 湍流中物理量J分布起伏的功率谱	94
5.2.4 海水湍流折射率n起伏的功率谱	95
5.3 海水湍流中的GSM光束	100
5.3.1 海水湍流中的GSM光束相干度演化	100
5.3.2 海水湍流中的GSM光束	108
5.3.2.1 光束扩展	108
5.3.2.2 不同部分相干光束的传输行为	110
5.3.2.3 湍流距离	111
5.4 本章小结	113
第六章 星潜信道中的多光束阵列传输	114
6.1 星潜信道中基于多光束阵列的二维图案传输	114
6.1.1 模型描述	114
6.1.2 几何光路	116
6.1.3 链路传输方程	118
6.1.4 验证性实验	120
6.1.5 本节小结	123
6.2 多光束阵列传输的应用：量子密钥的多通道传输	123
6.2.1 BB84 协议	123

6.2.2 利用成像光路进行自由空间中量子密钥的多通道传输.....	127
6.2.2.1 系统结构描述	127
6.2.2.2 算法	128
6.2.2.3 数值估计	130
6.3 本章小结	132
第七章 总结	133
参考文献	136
鲁伟在读博士学位期间发表的论文和专利目录	145
致 谢.....	147
鲁伟个人简历	148

第一章 绪论

激光自诞生之日就以其方向性好、单色性好、能量集中、相干性好等显著优点，帮助人们在工业、医学、信息通信以及军事等领域内取得了令人振奋的技术进步。进入信息社会，通讯成为是人类现代社会生活必不可少的一个方面，激光的发明逐渐取代传统的微波通信而使通讯进入了一个新天地。一般来说，激光通信采取的方式主要是光纤通信。随着密集波分复用技术、掺铒光纤放大器技术和光时分复用技术的发展和成熟，光纤通信技术正朝着超高速、大容量通信系统发展，并且逐步向全光网络演进。但在其发展过程中，光纤通信也遇到了诸如“最后一公里”的瓶颈难题，这时自由空间光通信作为一种能有效解决的新兴宽带无线接入方式浮出水面，并迅速引起了业界的广泛关注。

无线光通信技术恰到好处地结合了光纤通信和无线通信两种技术的优点。该技术不是用光纤作为传输媒介，而是以大气为媒质，通过激光或光脉冲在太赫兹光谱范围内传送数据的大气激光通信方式，它属于空间激光无线通信的一种，另外两种则分别是以自由空间（大气层外）和海水为传输媒质的星间光通信和水下光通信技术。空间激光通信技术是指利用激光光束作为信息载体，使用自由空间作为传输媒质而进行空间应用目标之间的通信，空中应用目标主要包括宇宙太空以及深空中的各种卫星、航天器以及飞行器等，地面应用目标主要包括地面飞行的、运动的、固定的目标、船舰和潜水艇等使用终端，这里作为传输媒质的自由空间主要是宇宙空间的真空、地面大气以及海水等。在自由空间光通信的各种方式中，信道性质最为复杂的当属星潜激光通信，当激光光束在大气和海水中传输时，除了光束自身的衍射发散外，还要经历媒质吸收、媒质中的粒子散射以及媒质湍流的影响，对于强激光辐射还需要考虑大气等媒质的非线性效应。因此，对激光光束在复杂散射信道中传输性质的研究对于探索论证星潜激光通信具有十分重要的意义。

通常情况下，人们考虑较多的是激光光束在大气中的传输。激光束的大气传输特性对远距离光通信、遥感和跟踪等应用都具有十分重要的意义，这种大气传输效应主要包括大气的吸收、散射和湍流效应。如果说大气对激光的吸收和散射主要表现在传输途径上光波的能量损耗，那么大气湍流的影响则表现为接收平面上光辐射通量密度的起伏和相位起伏效应。激光束在大气传输过程中，由于大气湍流的影响，传输光束的波前将产生随机起伏，引起光束抖动、强度起伏（光强闪烁）、光束扩展和像点抖动等现象。对于直接检测的激光通信接收机来说，这种现象则主要表现为大气闪烁。从应用角度上来讲，大气闪烁将严重影响接收机

的信噪比,因此克服或者减轻大气湍流的影响是近地面自由空间激光通信研究的一个热点。目前已报道的方法有自适应光学技术、多通道光束技术和部分相干光技术。其中,自适应技术在地面激光通信系统应用中存在实现波面探测的困难,而多孔径发射体系的系统体积庞大且需要复杂的电子系统,因此作为能有效克服大气湍流的部分相干光技术则逐渐成为人们的研究热点之一。

在部分相干性理论得到光学界的普遍认同后,人们对部分相干光在大气中的传输性态就极为关注。由于大气湍流会使得完全相干光在传输中快速扩展而使得其在大多数实际应用中受到限制。目前,研究较多同时也是颇具代表性的一类部分相干光就是高斯-谢尔模(GSM)光束。对部分相干GSM光束研究较多的主要是美国罗切斯特大学的Emil Wolf课题组[1],他们对部分相干光在大气湍流中的传输等理论和实验展开了许多研究[1,3-20]。他们的研究工作给了我很多的启发,尤其是Wolf课题组的研究工作对GSM光束在大气湍流中传输时的偏振度演变、基于相关的相位空间因子、湍致光束展宽演变等光束特性的研究更是对我启迪颇深。然而,他们的工作并未考虑相干度、光波场的矢量互谱密度矩阵等特性的演变,同时对湍致光束展宽的讨论也仅是分析了两种极限的近似情况。同时我们认为,由于星潜激光通信除了普遍的大气信道外还涉及了海水信道,因此也很有必要对GSM光束在海水湍流中的传输行为进行理论上的分析。

本论文的研究工作就是在以上背景下开展的,旨在研究部分相干光在大气和海水信道中传输的光束特性随传输的演变规律,探索部分相干光在星潜激光通信中的应用,具体内容安排如下:

第二章为背景综述。首先简要介绍了大气和海水湍流的基本情况,给出标量光波场的二阶相干理论,对光波场的时间、空间相干特性、空间一时间域和空间一频率域的二阶相关理论、高斯-谢尔模光束、Huygens-Fresnel 衍射和互相关的传输以及标量衍射理论等基本的理论知识做了介绍。同时,介绍了目前高斯-谢尔模光束在大气中传输的研究现状,最后简要介绍了部分相干光的几种光源产生办法。

第三章阐述了部分相干光相干性的传输演变特性。在矢量理论框架下,对由部分相干 GSM 光源产生的 GSM 电磁束波在大气湍流中传输时光波场矢量互谱密度随传输距离的演化进行了理论研究。推导出互谱密度矩阵元表达式,该表达式与自由空间中标量互谱密度函数具有同样的表达式形式,以此为基础给出谱相干度的表达式并定义了谱相干度的有效宽度。此外,为了描述光束的远场相干度和辐射强度分布,我们在标量理论的框架下选择使用空间位置矢量表示方法,推导了 GSM 光束在大气湍流环境下传输的远场互谱密度,并进而考虑了其远场辐射强度。

第四章对部分相干的 GSM 光束的部分特性进行了理论分析。Ponomarenko 曾提出了相位-空间积的定义,但是他们的分析只是在光源为完全相干的极限情形下进行的,所得到的结果虽然能给出相干光源的相位-空间积的简洁形式,但是这种结果并不具有普遍意义,他们并没有针对光源为任意相干态时的普遍情形

做出分析。我们利用部分相干光源的相干模叠加原理,对部分相干光源的互谱密度归一化宽度和辐射场角度相关函数的归一化宽度进行了计算,最后得到任意相干态的光源的相位-空间积,该参数在统计上不仅反映了远场光束的角度发散情况,而且还反映了光源的部分相干特性。此外,还对在湍流大气中描述传输部分相干光束行为的参数——自由空间角度扩展和湍流距离分别随光源相干长度的变化趋势作了分析,这部分研究内容可以在需要权衡自由空间角度扩展和湍流距离时的部分相干光传输应用方面提供有益的理论参考。

第五章对部分相干 GSM 光束在海水湍流信道中的传输进行了分析。在大气湍流中折射率起伏主要由温度统计分布确定,而在海水湍流中折射率起伏则主要是由温度和盐分的统计分布确定。在分析 GSM 光束在海水湍流时就不能简单地采用大气湍流的折射率空间功率谱,而是要引入能有效描述只有在海水湍流中才会出现的粘滞对流区(高波数区)的折射率功率谱。我们根据描述海水湍流的折射率空间功率谱以及部分相干光传输的互谱密度公式,推导了相干度的表达式以及部分相干光在海水湍流中的湍致光束展宽公式,并对部分相干光在海水信道中的相干度退化、湍致展宽特性以及抗湍流能力——湍流距离等参数进行了分析,所得结果可以为蓝绿激光在海洋中的工程应用提供理论参考依据。

第六章对星潜激光通信的多通道传输技术进行了相关的研究,提出了利用多光束阵列在复杂散射信道中进行二维图案传输的理论模型并在实验上验证了模型的可行性,同时作为一种应用,利用多通道技术进行了光量子密钥传输的研究,结果表明采用了多通道技术的系统效率远高于传统的单通道传输效率。

第七章对本论文的研究工作进行了总结,并提出今后的工作展望。

第二章 背景综述

2.1. 引言

传统的电磁通讯技术容量小，保密性差，越来越不能满足社会发展的要求，激光的发明对无线光通讯的研究产生了重大影响，研究现代无线光通讯的时代也是从那时开始的，70 年代初无线激光通讯进入应用发展阶段。尽管随后的光纤通信技术突破使得近地的无线光通信工作几乎停滞，无线光通信的研究也开始转向太空光通信，但是，随着对超稳激光器、新型光束控制器、高灵敏度和高数据率接收器和适合空间应用的先进通信电子设备的研究基本成熟，空间光通信又逐渐成为下一代光通信的发展方向之一。随着全光接入网的发展，无线光通信技术因为其具有独到的优势，在固定无线宽带技术中能为宽带接入的快速部署提供一种灵活的解决方案又得到了极大的关注，其应用范围已经从军用和航天逐渐迈入民用领域，技术也在得以逐步完善，这对于卫星空间通信系统尤为如此。现行的卫星空间通信由微波通信占据主导地位，卫星和地面的微波通信网络担负着全球信息传递的重任，但其系统受频率资源的限制已不能进行数量级的扩容和提速，不能很好地满足未来宽带数据业务的需求，卫星间激光通信技术以其独特的优势被认为是解决微波瓶颈，实现高速全球通信的最佳方案，近年来已成为国内外的一个研究热点和发展的重点。与传统的微波通信相比，卫星激光通信具有以下优点[21]:

(1) 光通信系统采用近红外波段的电磁辐射，载波频率在 $10^{13} \sim 10^{15} \text{Hz}$ 之间，与微波相比，光波频率高 3~5 个数量级，频率资源丰富得多，理论上空间光通信系统可提供 10Gbps 数量级的数据传输速度，远远大于射频和微波通信的数据传输速度，同时空间激光通信提供的通信带宽约为前者的 10^5 倍。空间光通信系统能满足大容量传输的要求，并为实现空间多功能任务提供了时间保障。

(2) 尺寸小、重量轻、功耗低。由衍射定律可知，波束可以达到的最小发散角为 $\theta = 1.22\lambda/D$ ，其中 λ 为载波波长，D 为发射天线直径。由于光波波长比微波波长低 3~5 个数量级。在无线通信中，接收端所能接收到的功率与发散角的平方成反比，这将使得，在同样通信距离的条件下，空间光通信可以使用较小的发射功率，降低系统的功耗。同时，也可以大大减小收发天线和整个系统的大小和种类。通常情况下，在要求相同发散角时，空间光通信系统天线尺寸约为 RF 和微波通信系统天线尺寸的 1% 的数量级。

(3) 保密性好, 在军事领域的应用中有很好的前景。由于空间光通信系统采用的激光具有很好的方向性、单色性和相干性, 激光束的发射角很小, 非常难以发现和捕捉, 并且无法在光路外获得信号, 只能把接收仪器置于光路之中。当光信号被截获时, 接收端的信号减弱会立即触发警报。

以上特点使得卫星激光通信成为未来空间通信发展的一大趋势。在卫星激光通信的各种链路中, 星潜激光通信链路的实现是最为困难的, 这是因为星潜激光通信的主要传输介质是大气, 大气的复杂性质将对在其中传输的激光的通信信号产生很大影响。当通信终端位于海水中时, 通信链路的主要传输介质则主要是大气和海水, 这种情况处理起来就更为复杂, 因此研究激光光束在大气和海水等介质中的传输特性对于有效降低传输介质影响等方面的应用就具有十分重要的意义。在本章中, 我们将对大气和海水信道中湍流介质的基本特性以及激光光束在其中传输的分析方法作简要介绍。

2.2. 大气湍流和海水湍流

激光光束在大气和海水等通信信道中传输时, 除了受到介质分子以及其他粒子的吸收和散射作用外, 还会受到大气湍流和海水湍流的影响。吸收和散射属于消光作用, 其结果是削弱了光场的强度, 而湍流的影响则主要导致光束波场相位的变化。

大气湍流是大气中一种不规则的局域随机运动, 其特征是同地大气的任意一点的物理量, 加速度、温度、压力等均有快速的大幅度起伏, 随时间和空间位置的变化而变化, 各层大气间有强烈的混合。流体运动的性质与雷诺数的大小有关, 当雷诺数超过临界值时, 流体运动稳定性降低而形成湍流。湍流是有旋的三维涡旋脉动, 这是湍流运动区别于其他无旋运动如大气或海洋中的不规则波动的特性之一。湍流是由流体力学方程控制的连续运动, 并具有耗散性质。大气的运动粘度值很小, 雷诺数很大, 所以经常存在湍流, 大气湍流的发生或维持主要是层结切变的不稳定性形成的。大气的湍流运动一直可达到 100km 高度, 在 100~120km 间向分子扩散过渡。大气湍流的长度尺度为 1-2km, 时间尺度为 0.4~100s, 其能量耗散率为 10w/kg 量级。低、中层大气中的湍流使均质层大气成分均匀混合。而大气波动传入热层后, 振幅增大使大气变得不稳定, 所产生的湍流运动把波动的能量变为热能。大气湍流运动是输送和混合大气中的动量、能量、热量、水气和物质等的过程, 湍流是由各种大小不同的“湍涡”组成的, 它比分子尺度大得多, 因而湍流扩散产生的输送和混合能力比分子扩散引起的输送和混合能力大几个量级。大气中的湍流扩散包括小尺度、中尺度和大尺度的扩散过程, 湍流扩散是湍流运动的主要特征之一, 其湍流谱特征主要由温度的随机分布决定。

对海水湍流的研究则主要是针对海洋的上混合层、内层和近底边界层中的湍流发生机制, 风生漂流和内波场等流速铅直梯度与湍流发生的关系, 海洋湍流的

谱结构，湍流能量的转换和守恒，海洋湍流的局域相似性，在低纬度和中纬度海域形成温跃层时的表层水和下层水间的混合交换作用，以及由于双扩散等作用所导致的水温阶梯式分布和盐指现象等海洋细微结构等展开的。与大气湍流所不同的是，海水湍流谱特征则是要由温度和盐分的随机分布共同决定。

大气和海水等介质的光学传输效应主要包括吸收、散射和湍流作用。如果说介质对激光的吸收和散射主要表现在传输途径上光波的能量损耗，那么介质湍流的影响则表现为接收平面上光辐射通量密度的起伏和相位起伏效应。前者通常采用增大发射功率或使用高灵敏性的接收滤波器进行有效补偿，对于后者，人们还先后提出了多通道光学技术[37-39]、自适应光学技术[40-42]以及部分相干光学技术[43]等。

多通道的光束传输技术是一种非相干光束叠加技术，即使用多个相互间不相干的激光束经过不同的传输路径发送到远场接收端进行非相干叠加，从而对接收信号光强起伏进行平滑，可看作是一种发射分集技术，它可以有效地减弱大气湍流介质对激光通信系统性能的影响，降低误码率。自适应光学技术是一种具有实时校正光学系统随机误差的新技术，它使光学系统能适应使用条件的变化而保持良好性能，有效解决高分辨率和激光传输光学系统的动态随机干扰问题，采用自适应光学技术进行持续监测可以有效消除监测目标失真，从而提高通信系统工作质量。部分相干光技术则是利用部分相干光源发射的光束在湍流中具有更强的抗湍流能力来实现星潜无线光通信，在传输到某一特定通信距离处，具有较弱相干性的光束内具有较大的相干区域，这对于链路终端之间的通信和成像都是十分有意义的。相比较而言，自适应技术在地面激光通信系统应用中存在实现波面探测的困难，而多孔径发射体系的系统体积庞大且需要复杂的电子系统，因此作为能有效克服大气湍流的部分相干光技术逐渐成为人们的研究热点之一。

2.3. 标量光波场的二阶相干理论

强激光是指高功率、高能量的激光，对它的研究和应用是当今激光技术发展的一个重要方向。通常认为激光的基本特性是方向性好、单色性好、相干性高以及亮度高。然而，已有研究结果表明，完全的空间相干性并不是实现很好方向性的必要条件，部分空间相干的光源也可以产生与完全相干的激光一样的远场光强分布。同时，激光的高相干性在一些应用中会产生多余的干涉条纹，从而导致光强分布不均匀，因此在一些较为精密的光学系统如光学相干层析[23]、全息光学元件制作[24]中，为了避免光学系统产生不必要的光学散斑噪声，有时尽可能减小光束的空间相干性，而部分相干光恰好能满足实际工作中的许多需求[2]，而且在实际工作中，也很难遇到理想的完全相干基模高斯光束，大多数激光器发出的是部分相干多模激光。上面提到的这类具有良好的方向性但只有部分空间相干性的光束称为高斯-谢尔模型光束（Gaussian Schell-Model beam），在一定条件下

可作为描述多模激光的一种物理模型且可得到比较好的模拟结果[8,18,25-30]。GSM光束不仅能相对容易地作理论分析,而且在实际中很容易实现,也可由高斯光束进行转换[31-33]。与高斯光束类似,光强和光谱相干度均为高斯分布的GSM光束也是波动方程的近轴近似解,近年来成为倍受关注的一类部分相干光束[5,13,25,28-36],它对光学相干理论的建立起着重要的作用。作为一类特殊的部分相干光束,GSM光束在某些应用中比完全相干的激光光束还要优越,这种光束可以消除激光光束的高相干性而产生的有害效应,如散斑等,而且还保持了激光光束高方向性和高亮度的优点。此外,高功率激光光束或多横模激光光束可用部分相干光束描述,在一定条件下可用GSM光束表示[30],从部分空间相干光的统计理论出发,可以对GSM光束的传输变换展开分析。

对于波动的光频段电磁场,最能直观地证明光场相关的就是双光束干涉现象。近几十年来,随着现代光探测器和电子电路技术的发展,光场中其他类型的相关也逐渐被人们了解,而激光和其他新型光源的涌现也推动了光相关现象和光场统计描述等系统理论的诞生,即光相干理论。早在19世纪中叶和20世纪初,Verdet和von Laue就对相干现象进行了初步研究。稍早之前的Stokes和Michelson就对此展开了研究,虽然没有确切提出相干的概念,但是也对该学科做出了贡献。此后,诸多科学家如Wiener、van Cittert[44]、Zernike[45]、Hopkins、Wolf[3,46-48]、Blanc-Lapierre和Dumontet、Pancharatnam以及Agarwal[11]等都对光场相关现象展开了研究,他们的工作主要是提出了对两个空间一时间场点的波动场参量之间相关的精确测量以及自由空间中相关函数传输的变换定律。

2.3.1 时间相干和相干时间

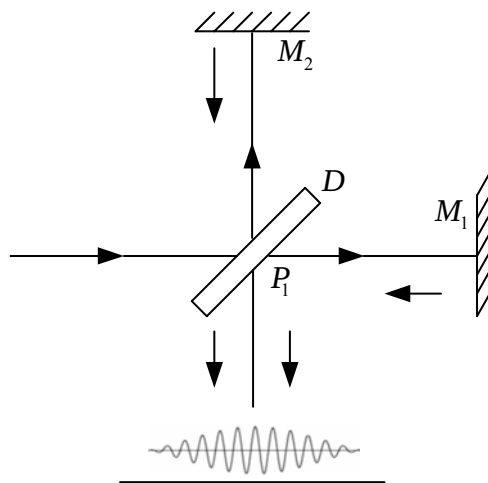


图 2.1 迈克尔逊干涉实验示意图

光的单色性和波列的长度有一定的联系,任何光源发射的光波只有在有限的空间范围内,并且在一定的时间内才可以看作是稳定的,即光源向外发射是有限

长的波列，而波列长度是由原子发光的持续时间和传播速度所确定的。考虑一个准单色光源 σ ，其带宽 $\Delta\nu$ 远小于其中心频率 $\bar{\nu}$ ，其在宏观上是稳态的。如图 2.1 所示，从光源发出的光束被迈克尔逊干涉仪在 P_1 点分束后经过光程差 $\Delta l = c\Delta t$ 后重新相遇。这两列波是由同一列光波分解出来的，它们具有完全相同的频率和一定的位相关系，如果程差 Δl 足够小，可以发生干涉并在探测平面上可以观测到干涉条纹。这说明到达时间上相差 Δt 的两束光之间存在相关，则到达探测平面的两光束在时间上是相干的。所需要满足的条件为 $\Delta t\Delta\nu \leq 1$ ，其中时间延迟 $\Delta t \sim 1/\Delta\nu$ 称为相干时间，相应地，程差 $\Delta l = c\Delta t \sim c/\Delta\nu$ 称为相干长度，则相干时间即为光波通过相干长度所需的时间，也是波列的持续时间。

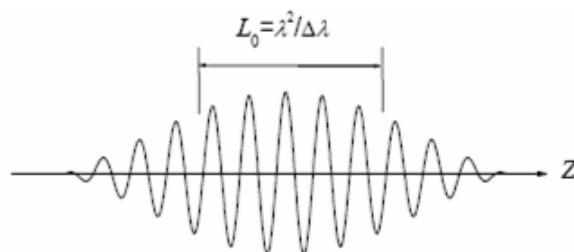


图 2.2 带宽为 $\Delta\lambda$ 的准单色波所形成的波包

当然也可以从波包在空间传播的角度来看，准单色波是一个有限长度的波包，如图 2.2 所示，当波包穿过空间某点后，对该点的影响将消失，所以相干时间的物理意义也可以理解为有限波列在空间点所引起的扰动的有效持续时间。空间同一点在相干时间 Δt 内不同时刻发出的光可以产生干涉，在大于相干时间发出的光则不能发出干涉。无论从时间上看（对空间上的同一点），还是从空间距离上看（在同一时刻），相干时间和相干长度都反映了光波场的时间相干性。

衡量光波场时间相干性的好坏是相干时间 Δt 的长短。光波场的时间相干性是和光源的单色性紧密相关的。在干涉实验中，由于激光的单色性高，其时间相干性就好，就可观察到干涉级较高的条纹。因为波列是沿光的传播方向通过空间固定点的，所以时间相干性是光场的纵向相干性。

2.3.2 空间相干和相干面积

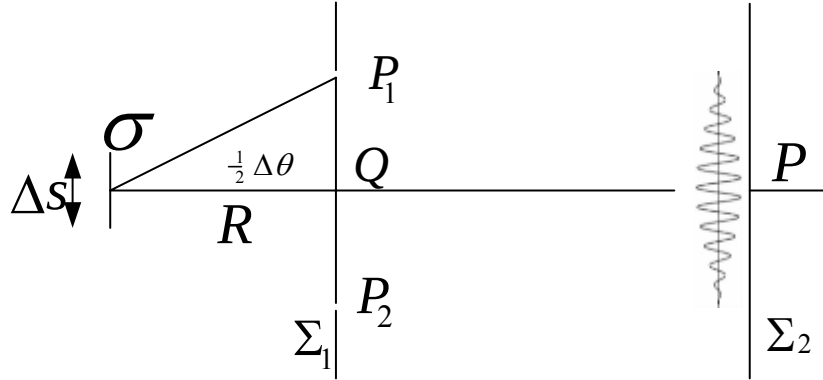


图 2.3 光波的空间相干性演示

Young 氏双缝干涉实验很好地演示了光波的空间相干性。如图 2.3 所示，扩展热光源 σ 发出准单色光，光波分别通过面板 Σ_1 上的双缝 P_1 和 P_2 后到达观察平面 Σ_2 。如果双缝对称分布且距离较近，可以在平面 Σ_2 的轴点 P 附近观察到干涉条纹，这说明分别从不同的空间点 P_1 和 P_2 出发并到达轴点 P 的两束光之间存在相关，则到达探测平面的两光束间在空间上是相干的。如果光源与 Σ_1 的距离足够大，则要观察到干涉条纹所需要满足 $\Delta\theta\Delta s \leq \bar{\lambda}$ ，其中 $\Delta\theta$ 为 P_1P_2 对光源的张角， Δs 为扩展光源的面积， $\bar{\lambda} = 1/\bar{\nu}$ 为光波平均波长。要在点 P 附近观察到干涉条纹，面板 Σ_1 上 P_1 和 P_2 应尽量在 Q 点附近的区域内，该区域的面积为：

$$\Delta A \sim (R\Delta\theta)^2 \sim \frac{R^2 \bar{\lambda}^2}{(\Delta s)^2} \quad (2-1)$$

其中 ΔA 称为平面 Σ_1 上的相干面积，其物理含义即为在垂直于光传播方向的某平面上能产生干涉的最大区域的面积， $\Delta\theta$ 称为相干孔径角。 R 越大， Δs 越小，相干面积越大，空间相干性也越好。当双缝对光源中心的张角（即干涉孔径角）小于相干孔径角时，才会在观察平面上观察到干涉条纹，即当双缝处于相干孔径角

之内时，可出现干涉现象，否则无干涉现象发生。相干面积 ΔA 的平方根又称为横向相干长度，所以空间相干性是光场的横向相干性。

2.3.3 双光束干涉的二阶相关

2.3.3.1 空间 - 时间域的二阶相关、互相干函数和复相干度

通常使用 $U^{(r)}(\mathbf{p}, t)$ 来表示在 t 时刻矢量点 $\mathbf{p}$ 的实值函数，由于光源的不稳定性，现实中光波场的 $U^{(r)}(\mathbf{p}, t)$ 总是时间 t 的波动函数。在处理实际问题的过程中，为了方便计，人们总是采用相关的解析信号 $U(\mathbf{p}, t)$ 而不是采用实值函数 $U^{(r)}(\mathbf{p}, t)$ 。这里我们考虑用统计上平稳的解析信号 $U(\mathbf{p}, t)$ 的系综来表示准单色光。现有的光探测器并不能对具有较高波动频率的解析信号进行探测，然而人们却可以对两个或者更多时空点上的场之间的相关进行测量。

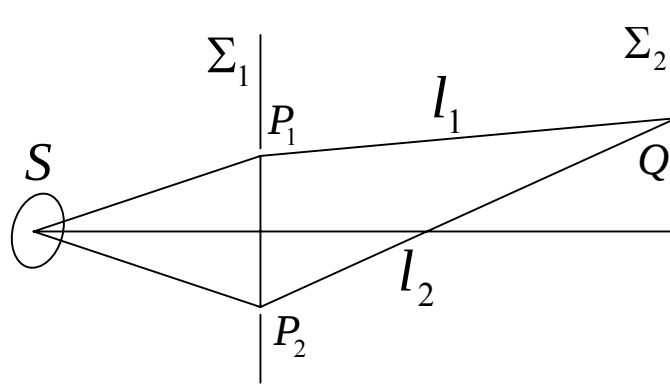


图 2.4 Young 氏双缝干涉实验

如图 2.4 所示，设任意非单色扩展光源 S 向空间发出球面波，照射在遮光屏 Σ_1 上，从屏上任取两点 P_1 和 P_2 ，在 P_1 和 P_2 处开小孔让光透出，可研究该两点透射光在屏 Σ_2 上的干涉场分布。

P_1 和 P_2 点的光振动必定是空间位置和时间的函数，而任意点 P 的光强是该点光振动的平方取时间平均值，

$$I(\mathbf{p}) = \langle U(\mathbf{p}, t) U^*(\mathbf{p}, t) \rangle \quad (2-2)$$

符号 $\langle \rangle$ 表示取时间平均值，平方项用共轭乘积表示是考虑光波可能是复数。于

是，在时间 t ， P_1 和 P_2 点的光振动可表示为 $U(\mathbf{p}_1, t)$ 和 $U(\mathbf{p}_2, t)$ 。

如果 P_1 点光振动传到 Q 点所需时间为 t_1 ， P_2 点光振动传到 Q 点所需时间为 t_2 ，则应有 $t_1 = l_1 / C$, $t_2 = l_2 / C$ ，其中 C 为光速。在 t 时刻， Q 点的光振动应是 P_1 点和 P_2 点光振动传播到 Q 点时的叠加，即

$$U(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = K_1 U(\mathbf{p}_1, t - t_1) + K_2 U(\mathbf{p}_2, t - t_2) \quad (2-3)$$

式中时间取 $t - t_1$ 和 $t - t_2$ ，是考虑 Q 点在 t 时刻的光振动是 P_1 和 P_2 点分别于 $t - t_1$ 和 $t - t_2$ 时刻发出的。 K_1 和 K_2 称为传播因子，它们分别与 l_1 和 l_2 成反比，与小孔的大小以及光路的几何布局（两个点孔径处的入射角和衍射角）有关，对于窄带光，孔足够小的情况下，根据 Huygens-Fresnel 原理的数学表达式可知传播因子是一个纯虚数。由光强的一般表达式， Q 点的光强可写成

$$\begin{aligned} I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \langle U(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) U^*(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \rangle \\ &= \langle [K_1 U(\mathbf{p}_1, t - t_1) + K_2 U(\mathbf{p}_2, t - t_2)] [K_1^* U^*(\mathbf{p}_1, t - t_1) + K_2^* U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2)] \rangle \end{aligned} \quad (2-4)$$

为了简化，略去 P_1 和 P_2 ，将上式展开有：

$$\begin{aligned} I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= K_1 K_1^* \langle U(\mathbf{p}_1, t - t_1) U^*(\mathbf{p}_1, t - t_1) \rangle + K_2 K_2^* \langle U(\mathbf{p}_2, t - t_2) U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2) \rangle \\ &\quad + K_1 K_2^* \langle U(\mathbf{p}_1, t - t_1) U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2) \rangle + K_2 K_1^* \langle U(\mathbf{p}_2, t - t_2) U^*(\mathbf{p}_1, t - t_1) \rangle \end{aligned} \quad (2-5)$$

又由于

$$\begin{aligned} K_1 K_2^* \langle U(\mathbf{p}_1, t - t_1) U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2) \rangle &= K_1 K_2^* \langle U(\mathbf{p}_1, t + \tau) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle \\ K_2 K_1^* \langle U(\mathbf{p}_2, t - t_2) U^*(\mathbf{p}_1, t - t_1) \rangle &= K_2 K_1^* \langle U(\mathbf{p}_2, t) U^*(\mathbf{p}_1, t + \tau) \rangle \end{aligned} \quad (2-6)$$

二者之和为：

$$2 |K_1 K_2^*| \operatorname{Re} \langle U(\mathbf{p}_1, t + \tau) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle \quad (2-7)$$

Re 表示取实部。(2-5)中的前两项可分别表示为

$$\begin{aligned} \langle U(\mathbf{p}_1, t - t_1) U^*(\mathbf{p}_1, t - t_1) \rangle &= \langle U(\mathbf{p}_1, t) U^*(\mathbf{p}_1, t) \rangle = I_1(\mathbf{p}_1, t) \\ \langle U(\mathbf{p}_2, t - t_2) U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2) \rangle &= \langle U(\mathbf{p}_2, t) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle = I_2(\mathbf{p}_2, t) \end{aligned} \quad (2-8)$$

这里 $I_1(\mathbf{p}_1, t)$ 和 $I_2(\mathbf{p}_2, t)$ 分别表示 P_1 点和 P_2 点的光强。假定光场是平稳的，取系综平均则由上述结果可以得到：

$$\langle I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \rangle = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2 |K_1 K_2^*| \operatorname{Re} \langle U(\mathbf{p}_1, t - t_1) U^*(\mathbf{p}_2, t - t_2) \rangle \quad (2-9)$$

若光场在统计上是各态历经的，则有

$$I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2 |K_1 K_2^*| \operatorname{Re} \{ \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, t_1 - t_2) \} \quad (2-10)$$

其中 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, t_1 - t_2) = \langle U(\mathbf{p}_1, t_1) U^*(\mathbf{p}_2, t_2) \rangle$ 称为互相干函数，它表示 P_2 点光振动与 P_1 点延迟时间 τ 的光振动之间的互相干程度，从物理意义上讲 P_1 和 P_2 点的光振动之间不是相互独立，而是互相影响的， $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, t_1 - t_2)$ 则表示两光束的互相干程度，写成延迟时间差的形式，即令 $\tau = t_2 - t_1$ ，当 P_1 点与 P_2 点重合，则有

$$\langle U(\mathbf{p}_1, t + \tau) U^*(\mathbf{p}_1, t) \rangle = \Gamma_{11}(\tau) \quad (2-11)$$

或

$$\langle U(\mathbf{p}_2, t + \tau) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle = \Gamma_{22}(\tau) \quad (2-12)$$

$\Gamma_{11}(\tau)$ 和 $\Gamma_{22}(\tau)$ 称为自相干函数，表示空间同一点在不同时间光振动的相干程度。

当 $\tau=0$ 时，自相干函数分别表示为：

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}(0) &= \langle U(\mathbf{p}_1, t) U^*(\mathbf{p}_1, t) \rangle = \langle I_1(\mathbf{p}_1, t) \rangle \\ \Gamma_{22}(0) &= \langle U(\mathbf{p}_2, t) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle = \langle I_2(\mathbf{p}_2, t) \rangle \end{aligned} \quad (2-13)$$

延迟时间 $\tau=0$ 时的自相干函数即为该点的光强。此时，干涉光强公式可写为：

$$\langle I(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \rangle = |K_1|^2 \langle I_1 \rangle + |K_2|^2 \langle I_2 \rangle + 2 |K_1 K_2^*| \operatorname{Re} \{ \Gamma_{12}(\tau) \} \quad (2-14)$$

当只有 P_1 小孔时， $K_2=0$ ，此时在 Q 点观察到的光强

$$\langle I(Q) \rangle = |K_1|^2 \langle I_1 \rangle$$

同理，当只有 P_2 小孔时， $K_1=0$ ，则有 $\langle I(Q) \rangle = |K_2|^2 \langle I_2 \rangle$ 。

令 $I_1(Q) = |K_1|^2 I_1$ ， $I_2(Q) = |K_2|^2 I_2$ ，于是

$$\langle I(Q) \rangle = \langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle + 2 |K_1 K_2^*| \operatorname{Re} \{ \Gamma_{12}(\tau) \} \quad (2-15)$$

在许多情况下，通常使用归一化的互相干函数而不是采用互相干函数来处理问题，于是有

$$\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) = \frac{\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)}{\sqrt{\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1, 0)\Gamma_{22}(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2, 0)}} = \frac{\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)}{\sqrt{\langle I(\mathbf{p}_1, t) \rangle \langle I(\mathbf{p}_2, t) \rangle}} \quad (2-16)$$

其中归一化互相干函数 $\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 为 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 点上光场波动的互相干度，则 $\langle I(Q) \rangle$ 可表示为：

$$\langle I(Q) \rangle = \langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle + 2\sqrt{\langle I_1(Q) \rangle \langle I_2(Q) \rangle} \operatorname{Re}\{\gamma_{12}(\tau)\} \quad (2-17)$$

这正是平稳光场的普遍干涉定律。因为 $\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 是复数，总可以写成下面的形式：

$$\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) = |\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)| e^{iQ_{12}(\tau)} \quad (2-18)$$

位相 $Q_{12}(\tau)$ 由延迟时间 τ 和 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ 两点空间位相差决定，设初始位相为零，则

$$Q_{12}(\tau) = \alpha_{12}(\tau) - \bar{K}\Delta \quad (2-19)$$

$\alpha_{12}(\tau)$ 表示时间延迟引起的位相差， $\bar{K}\Delta$ 表示空间位置不同引起的位相差， $\bar{K}$ 表示平均波数， $\Delta = l_2 - l_1$ 为空间程差，则空间相位差为

$$\delta = \bar{K}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1) = \frac{2\pi}{\lambda}C \frac{l_2 - l_1}{C} = 2\pi\bar{\nu}\tau \quad (2-20)$$

于是 $\operatorname{Re}[\gamma_{12}(\tau)] = |\gamma_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - 2\pi\bar{\nu}\tau]$

最后得到

$$\langle I(Q) \rangle = \langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle + 2\sqrt{\langle I_1(Q) \rangle \langle I_2(Q) \rangle} |\gamma_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - \delta] \quad (2-21)$$

随着延迟时间 τ 的不同，因子 $\cos[\alpha_{12}(\tau) - \delta]$ 在 ± 1 间变化， $I(Q)$ 将出现周期极大值和极小值：

$$\begin{aligned} \langle I_{\max}(Q) \rangle &= \langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle + 2\sqrt{\langle I_1(Q) \rangle \langle I_2(Q) \rangle} |\gamma_{12}(\tau)| \\ \langle I_{\min}(Q) \rangle &= \langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle - 2\sqrt{\langle I_1(Q) \rangle \langle I_2(Q) \rangle} |\gamma_{12}(\tau)| \end{aligned} \quad (2-22)$$

光场的相干性质可通过实验测定干涉条纹的清晰度或者可见度来确定，对于正弦型条纹，迈克尔逊定义的干涉条纹可见度为：

$$V = \frac{\langle I \rangle_{\max} - \langle I \rangle_{\min}}{\langle I \rangle_{\max} + \langle I \rangle_{\min}} \quad (2-23)$$

所以，得到

$$V = \frac{2\sqrt{\langle I_1(Q) \rangle \langle I_2(Q) \rangle}}{\langle I_1(Q) \rangle + \langle I_2(Q) \rangle} |\gamma_{12}(\tau)| \quad (2-24)$$

可见，干涉条纹清晰度与相干度 $|\gamma_{12}(\tau)|$ 有直接关系。当 $|\gamma_{12}(\tau)|=1$ 时，称为完全相干； $|\gamma_{12}(\tau)|=0$ 时，称为不相干； $0 < |\gamma_{12}(\tau)| < 1$ 时，称为部分相干。几乎所有的相干现象，严格说来都属于部分相干，因此部分相干理论是干涉的普通理论，处理相干问题归结于计算相干度。

在准单色场近似下，即谱宽远小于平均频率时，可用互强度 $J(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ 代替互相干函数 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, 0)$ 描述光场空间相干性

$$J(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \equiv \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, 0) = \langle U(\mathbf{p}_1, t) U^*(\mathbf{p}_2, t) \rangle \quad (2-25)$$

当 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$ 时，平均光强为

$$I(\mathbf{p}) = \langle U(\mathbf{p}, t) U^*(\mathbf{p}, t) \rangle = \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}, 0) = J(\mathbf{p}, \mathbf{p}) \quad (2-26)$$

归一化的互强度称为复相干系数 $j(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ ，即

$$j(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \equiv \gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, 0) = \frac{J(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{\sqrt{J(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1)} \sqrt{J(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2)}} = \frac{J(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{\sqrt{I(\mathbf{p}_1)} \sqrt{I(\mathbf{p}_2)}} \quad (2-27)$$

且有 $0 \leq |\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)| \leq 1$ 。本节中所讨论的相关效应是由依赖于两个空间一时间场点的相关函数来表征的，因此称为二阶相干效应。

2.3.3.2 空间-频率域的二阶相关、互谱密度函数和谱相干度

部分相干光的空间一时间域理论已被推广到空间-频率域。在空间-频率域中，描述光场相干性的一个重要物理量就是互谱密度函数 $W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ ，也称为互

谱密度。仍然使用解析信号 $U(\mathbf{p}, t)$ 表示空间一时间场点 $(\mathbf{p}, t)$ 上的波动光场，若光场是平稳的、各态历经的，可将 $U(\mathbf{p}, t)$ 表示为关于时间变量的傅立叶积分：

$$U(\mathbf{p}, t) = \int_0^\infty V(\mathbf{p}, \nu) \exp(-2\pi i \nu t) d\nu \quad (2-28)$$

其中 $V(\mathbf{p}, \nu)$ 为空一时域解析信号 $U(\mathbf{p}, t)$ 在空一频域的傅立叶变换。在点 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 上的频率为 ν 的互谱密度函数 $W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 则可定义为：

$$\langle V^*(\mathbf{p}_1, \nu) V(\mathbf{p}_2, \nu') \rangle = W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) \delta(\nu - \nu') \quad (2-29)$$

其中上式左边是对不同的场态取系综平均，右边的 δ 为 Dirac delta 函数。很明显可以看出，互谱密度函数是对在点 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 上的光场的任意波动频率成分之间相关程度的测量。根据广义的 Wiener-Khintchine 定理[1]，空一时域的互相干函数 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 和空一频域的互谱密度函数构成傅立叶变换对，二者互为傅立叶变换，它们通过傅立叶变换关系可以相互转换：

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) &= \int_0^\infty W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) e^{-2\pi i \nu \tau} d\nu, \\ W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) &= \int_{-\infty}^\infty \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) e^{2\pi i \nu \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (2-30)$$

当两个空间点重合在一起时，即 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$ ，则互谱密度函数变为一个点空间位置 and 该点上光场频率的函数，此时该函数表示光波在该点的谱密度（功率谱），这也即是空间点 $\mathbf{p}$ 处的平均光强，表示为：

$$S(\mathbf{p}, \nu) = W(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \nu) = I(\mathbf{p}, \nu) \quad (2-31)$$

同样存在下面的关系：

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \tau) &= \int_0^\infty S(\mathbf{p}, \nu) e^{-2\pi i \nu \tau} d\nu, \\ S(\mathbf{p}, \nu) &= \int_{-\infty}^\infty \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \tau) e^{2\pi i \nu \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (2-32)$$

同在空间一时间域内的处理方法一样，通常使用归一化互谱密度函数来处理问题，于是有

$$\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = \frac{W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)}{\sqrt{W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1, \nu)}\sqrt{W(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2, \nu)}} = \frac{W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)}{\sqrt{S(\mathbf{p}_1, \nu)}\sqrt{S(\mathbf{p}_2, \nu)}} \quad (2-33)$$

与空间一时间域中情况类似，也存在 $0 \leq |\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)| \leq 1$ 的取值范围。这里 $\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 表示频率为 ν 的光波在点 $P_1(\mathbf{p}_1)$ 和 $P_2(\mathbf{p}_2)$ 上的谱相干度。需要指出的是，尽管复相干度 $\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 和 $\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 在定义及表达式上有相似之处，而且互相干函数 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 和互谱密度函数 $W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 构成傅立叶变换对，但是 $\gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 和 $\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 之间并不相互存在傅立叶变换关系[12]。

同样地，对于图 2.4，我们可以给出到达观测平面任意点 $P(\mathbf{p})$ 的光波场谱密度为：

$$\begin{aligned} W(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \nu) = & |K_1|^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1, \nu) + |K_2|^2 W(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2, \nu) \\ & + K_1^* K_2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) e^{-2\pi i \nu(t_1 - t_2)} + K_2^* K_1 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) e^{-2\pi i \nu(t_2 - t_1)} \end{aligned} \quad (2-34)$$

其中 $|K_1|^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1, \nu) \equiv W^{(1)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \nu)$ 表示频率为 ν 的光仅通过针孔 P_1 后到达观测平面上点 $P(\mathbf{p})$ 时光场的谱密度，而 $|K_2|^2 W(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2, \nu) \equiv W^{(2)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \nu)$ 表示频率为 ν 的光仅通过针孔 P_2 后到达观测平面上点 $P(\mathbf{p})$ 时光场的谱密度。经过化简得到达观测平面任意点 $P(\mathbf{p})$ 的光波场的谱密度可表示为[1]：

$$\begin{aligned} S(\mathbf{p}, \nu) = & S^{(1)}(\mathbf{p}, \nu) + S^{(2)}(\mathbf{p}, \nu) \\ & + 2[S^{(1)}(\mathbf{p}, \nu)]^{1/2} [S^{(2)}(\mathbf{p}, \nu)]^{1/2} \text{Re}[\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) e^{-2\pi i \nu(l_1 - l_2)/c}] \end{aligned} \quad (2-35)$$

上式有时也被称为谱干涉定律。可以看出，一般说来，在点 $P(\mathbf{p})$ 的光场谱密度 $S(\mathbf{p}, \nu)$ 并不仅仅是分别从两个针孔出发并到达点 $P(\mathbf{p})$ 的两束光的谱密度 $S^{(1)}(\mathbf{p}, \nu)$ 与 $S^{(2)}(\mathbf{p}, \nu)$ 之和，而是还存在一个相关项，它取决于光在两针孔处的谱相干度 $\mu(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 。

2.4. 高斯-谢尔模光束

平面光束是最简单的光束，但这却是一种理想的情况，实际中应用更多的是旁轴波。旁轴波是指一种在轴上波前的垂线与行进方向夹角很小，基本处于平行的波，它满足 Helmholtz 方程，且光束功率基本上也集中于轴附近，其中最常见且最主要的一种就是高斯光束。作为旁轴波的一种，高斯光束可认为是平面波振幅缓变的结果，振幅沿轴向缓变，该波在保持平面波大部分特定的前提下，波前发生弯曲，形成旁轴波，它可以足够好地描述基模激光束的性质，在对激光器发出的激光光束及其相关技术的数学模拟和理论分析也多采用高斯光束。相应地，其基本特性是方向性好、单色性好、相干性高和亮度高。

然而在强激光技术中，很难遇到理想的完全相干基模高斯光束，大多数激光器发出的是部分相干多模激光。有研究表明，完全的空间相干性并不是实现很好方向性的必要条件，部分空间相干的光源也可以产生与激光一样的远场光强分布[6,8,9,18,19,31]。根据前述的部分相关光的统计理论，设部分相干光在光源平面 $z = 0$ 处的互谱密度函数表示为如下形式[5,7]：

$$W(\rho_1, \rho_2, 0) = \sqrt{I(\rho_1, 0)} \sqrt{I(\rho_2, 0)} \mu(\rho_1 - \rho_2, 0) \quad (2-36)$$

式中谱相干度 $\mu(\rho_1 - \rho_2, 0)$ 只与 $\rho_1 - \rho_2$ 有关，称为谢尔源。若光强 I 和 μ 都由高斯函数表征：

$$I(\rho, 0) = I_0 \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right) \quad (2-37)$$

$$\mu(\rho_1 - \rho_2, 0) = \exp\left[-\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] \quad (2-38)$$

则称为高斯—谢尔模型光束，式中 I_0 为一常数， w_0 和 σ_0 分别为光源处 GSM 光束的束腰宽度和相干长度。

GSM 光束是部分相干光束家族中的一种，在部分相干光束理论中占有重要地位。1964 年 Beran 和 Parrent[52] 指出一个平面光源想要辐射出能量，光源上两个配对点辐射出的场至少是部分相干的，从此人们开始了对光源的相干特性如何影响辐射场的性质进行研究。Wolf 和 Carter[4,5,7] 于 1975 年提出了准单色的高斯部分相干光源的概念后不久，GSM 光源理论得以发展和完善。利用 GSM 光源来研究问题提供了很大的便利，因为它的相干线度和高斯光束是一样的，这在很多实验中得到了证实，并且在光学投影、激光扫描、多模激光等方面得到了广泛应用。

GSM光束具有良好的方向性但只有部分空间相干性，可作为描述多模激光的一种物理模型可得到比较好的模拟结果[8,18,25-30]。它不仅能相对容易地作理论分析，而且在实际中很容易实现，也可由高斯光束进行转换[31-33]。与高斯光束类似，光强和光谱相干度均为高斯分布的GSM光束也是波动方程的近轴近似解，近年来成为倍受关注的一类部分相干光束[5,13,25,28-36]，它对光学相干理论的建立起着重要的作用。作为一类特殊的部分相干光束，GSM光束在某些应用中比完全相干的激光光束还要优越，这种光束可以消除激光光束的高相干性而产生的有害效应，如散斑等，而且还保持了激光光束高方向性和高亮度的优点。此外，由于其强度分布、空间相干度分布和位相分布都是轴对称高斯型，因此GSM光束可用于模拟高功率激光光束的传输。由于部分相干的GSM光束在某些方面比完全相干的高斯光束优越，因此如何把高斯光束转换为GSM光束就是一项较为重要的研究工作，迄今为止，已有一些研究方案可以实现这一目标[31-33]。在本论文的工作中，我们主要是采用GSM光束来模拟部分相干光束在大气湍流中的传输。

2.4.1 完全相干极限情况下的 GSM 光束

将式(2-37)和 (2-38)代入式 (2-36)中，得到部分相干光在光源平面 $z = 0$ 处的互谱密度函数为：

$$\begin{aligned} W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, 0) &= \sqrt{I(\boldsymbol{\rho}_1, 0)} \sqrt{I(\boldsymbol{\rho}_2, 0)} \mu(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, 0) \\ &= I_0^2 \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] \end{aligned} \quad (2-39)$$

式中 $I(\boldsymbol{\rho}_1, 0)$ 和 $I(\boldsymbol{\rho}_2, 0)$ 分别表示光源平面内点 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 上的谱密度，即这两点上的光强，而 $\mu(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2, 0)$ 为两点间的谱相干度，它表征了这两点上的光场间的相关程度，其值大小在 $0 \sim 1$ 之间，主要取决于光源相干长度 σ_0 。当光源相干长度 σ_0

远大于束腰宽度 w_0 ，因子 $\exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2}{2\sigma_0^2}\right]$ 约等于 1，则可认为光源为完全相干

的光源，所发射的光束为完全相干的高斯光束。当光源相干长度 σ_0 小于或远小于束腰宽度 w_0 ，可认为光源为部分相干的光源，则所发射的光束为部分相干的 GSM 光束。

当光源发射完全相干的高斯光束在自由空间中传输时，其传播可由 Fresnel

衍射理论描述。早在 17 世纪，人们就发现了一种不能用光的粒子性来描述的现象，这种被后人定义为“衍射”的现象在 1678 年被 Huygens 给出了一种直观且定性的解释：把光扰动的波前上的每一点看作是一个“次级”球面扰动的新波源，那么随后任一时刻的波前可以由作出次级子波的“包络”而得到。1818 年，Fresnel 对这一解释作了改进，通过对 Huygens 的次级波源的有效振幅和位相作一些相当任意的假定，并且让各个子波相互干涉，Fresnel 能够以极高的精度计算出衍射图样中的光场分布，这就是所谓的 Huygens-Fresnel 原理。

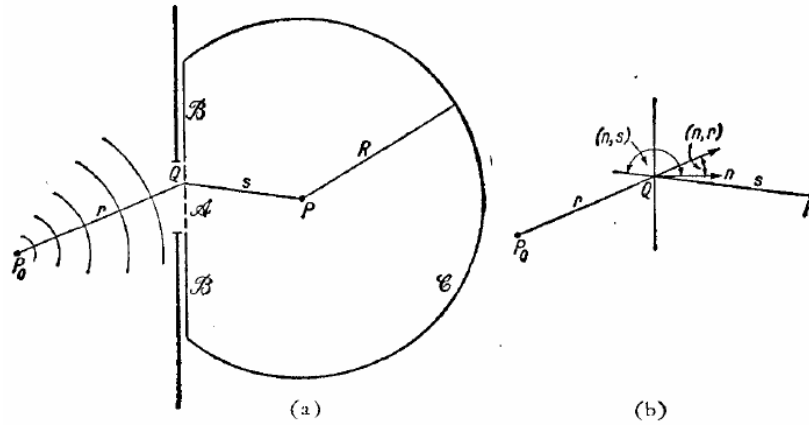


图 2.5 Fresnel-Kirchhoff 衍射公式推导示意图

如图 2.5a 所示，设 S 为点光源 P_0 发出的一个球面单色波阵面（频率为 ω ）的瞬时位置，其半径为 r 。并设 P 为光场中的一点。略去时间周期因子 $\exp(-i\omega t)$ ，则波阵面 S 上某点 Q 的扰动可表示为 $A \frac{\exp(ikr)}{r}$ ，其中 A 是离点光源单位距离处的振幅。根据 Huygens-Fresnel 原理，把波阵面 S 上每一面元看作是一个次级扰动的中心，这个扰动以球面子波的形式传播，即可得到 Q 点处的 ds 面元对 P 点扰动的贡献，

$$dU(P) = K(\chi) \frac{A \exp(ikr)}{r} \frac{\exp(iks)}{s} ds \quad (2-40)$$

P 点的总扰动可表示为

$$U(P) = \frac{A \exp(ikr)}{r} \iint_{S'} K(\chi) \frac{\exp(iks)}{s} dS \quad (2-41)$$

Kirchhoff 成功地证明了 Fresnel 所赋予次级波源的振幅和位相其实是光的波动本性的逻辑结论，他认为 Huygens-Fresnel 原理可以看作是某种积分定理的近似形式，这种积分定理将齐次波动方程在场中任意点 P 的解用 P 点周围任意闭合面上所有各点的解及其一阶微商的值表示出来。设 V 是闭合面 S 所包围的体积，

P 是 S 内任意点。假设与空间有关的标量波 U 在 S 内和 S 上具有连续的一阶和二阶偏微商，则有

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{\exp(iks)}{s} \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\exp(iks)}{s} \right] \right\} dS \quad (2-42)$$

这是 Helmholtz-Kirchhoff 积分定理的一种形式，它在标量衍射理论的发展中起着重要作用，它使得可以把任意一点上的场用包围这一点的任意封闭面上波动的“边值”表示出来。

假设 P_0 和 P 之间的障碍物是不透明平面屏上的小孔，其线度比波长大，但比 P_0 和 P 到屏的距离小的多，如图 2.5b 所示，则有

$$U(P) = -\frac{iA}{2\lambda} \iint_A \frac{\exp[ik(r+s)]}{rs} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{s})] dS \quad (2-43)$$

这就是 Fresnel-Kirchhoff 衍射公式，它适用于标量波的衍射。

Kirchhoff 在分析过程中所设定的两个边界条件具有局限性，我们知道如果三维波动方程的一个解在任一有限的面元上为零，那么它必定在全空间为零。因而两个 Kirchhoff 边界条件合在一起就意味着孔径后面各点的场恒等于零，这一结果与已知的物理情况矛盾。因此当研究衍射屏或者障碍物近场的特性时，需采用其他方法如电磁理论的边值问题或 Rayleigh-Sommerfeld 衍射。

尽管 Kirchhoff 理论中存在着一些矛盾，但从实验发现它可以给出非常准确的结果，因而在实际问题中这一理论得到了广泛的应用。为了消除同时对扰动以及法向导数都施加边界条件的必要性，Sommerfeld 通过修正的 Green 函数给出了自己的结果，

$$U(P) = -\frac{iA}{\lambda} \iint_S \frac{\exp[ik(r+s)]}{rs} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{s})] dS \quad (2-44)$$

该式称为 Rayleigh-Sommerfeld 衍射公式。这一公式与 Kirchhoff 理论结果的差别仅在于倾斜因子上[50]。由于 Sommerfeld 消除了同时对扰动及其法向导数都施加边界条件的限制，从而克服了 Kirchhoff 理论的不自洽性。上式可写为，

$$U(P) = \frac{1}{j\lambda} \iint_S U(P_0) \frac{\exp(jks)}{s} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{s})] ds \quad (2-45)$$

其中 $U(P_0) = A \frac{\exp(ikr)}{r}$ ，(2-45) 式即为 Huygens-Fresnel 原理的普遍表达式。

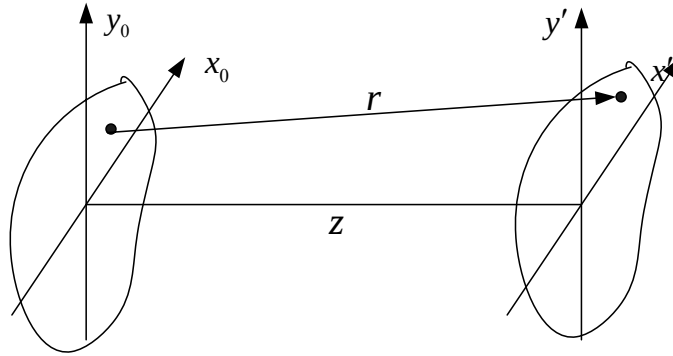


图 2.6 光波的衍射传播示意图

如图 2.6 所示，考虑无穷大不透明屏幕上有限孔径对单色光的衍射， (x_0, y_0) 和 (x', y') 分别为屏和观察平面坐标系，利用 Huygens-Fresnel 原理的数学表达式，观察平面上 (x', y') 点的场的振幅可看成是 $U(x_0, y_0)$ 与 h 的卷积：

$$U(x', y') = \iint_{\Sigma} h(x', y'; x_0, y_0) U(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (2-46)$$

其中 $h(x', y'; x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp(jkr)}{r} \cos(n, r)$ 。对于束状波，考虑傍轴近似，则(2-46)

可进而写为：

$$U(x', y') = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \iint_{\Sigma} U(x_0, y_0) \exp \left\{ j \frac{k}{2z} \left[(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 \right] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2-47)$$

2.4.2 一般情况下的 GSM 光束

若光源相干长度 σ_0 小于或远小于束腰宽度 w_0 ，则光源所发射的光束为部分相干的 GSM 光束，这种光束在自由空间中的传播特性可用部分相干理论中的互谱密度和互强度的传输来描述。

光的相干态在传输过程中是会发生变换的，更确切的讲，即使是从完全不相关的点光源发出的光，在足够远的场点处的光波场仍是具有高度相关性的，比如太阳光或者遥远星体发出的星光，在地面仍然能用光学仪器接收到并对其成像，说明接收到的光场是具有相干性的。从部分相干的基本理论可知，相干态的变化可理解为互相干函数遵守两个传输定律的结果，它们在自由空间中表现为两个波

动方程。

在自由空间中，表征 t 时刻在空间点 $\mathbf{p}$ 上光场扰动的实值随机过程的取样函数 $U^{(r)}(\mathbf{p}, t)$ 满足如下波动方程：

$$\nabla^2 U^{(r)}(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U^{(r)}(\mathbf{p}, t)}{\partial^2 t} \quad (2-48)$$

与实值函数 $U^{(r)}(\mathbf{p}, t)$ 相联系的复扰动解析信号 $U(\mathbf{p}, t)$ 也满足该波动方程：

$$\nabla^2 U(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U(\mathbf{p}, t)}{\partial^2 t} \quad (2-49)$$

对于表征 t_1 时刻在空间点 $\mathbf{p}_1$ 上，对 $U(\mathbf{p}, t)$ 取共轭，则有

$$\nabla_1^2 U^*(\mathbf{p}_1, t_1) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U^*(\mathbf{p}_1, t_1)}{\partial^2 t_1} \quad (2-50)$$

其中 ∇_1^2 为关于点 $\mathbf{p}_1$ 的 Laplacian 算子。将上式两边同乘以 $U(\mathbf{p}_2, t_2)$ ，则有：

$$\nabla_1^2 [U^*(\mathbf{p}_1, t_1) U(\mathbf{p}_2, t_2)] = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 t_1} [U^*(\mathbf{p}_1, t_1) U(\mathbf{p}_2, t_2)] \quad (2-51)$$

对该式中的光波场取系综平均并考虑到二阶相关函数的定义，得到

$$\nabla_1^2 \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 t_1} \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) \quad (2-52)$$

同理，有

$$\nabla_2^2 \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 t_2} \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) \quad (2-53)$$

其中 ∇_2^2 为关于点 $\mathbf{p}_2$ 的 Laplacian 算子。上面两式即为自由空间中光场的二阶相关函数 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2)$ 在传输过程中所遵循的两个波动方程。

若表示光波场统计特性的系综是平稳的以及遍态历经的，则 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2)$ 只

依赖于两个时间变量的差 $t_2 - t_1 = \tau$ [3], 表示为:

$$\begin{aligned}\nabla_1^2 \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 \tau} \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) \\ \nabla_2^2 \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 \tau} \Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)\end{aligned}\quad (2-54)$$

该方程描述了互相干函数的变化。已经知道, 互相干函数对 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 的依赖关系表征了光场的空间相干性, 而对时间差 τ 的依赖关系则表征了光场的时间相干性。而且(2-54)式将 $\mathbf{p}_1$ 、 $\mathbf{p}_2$ 和 τ 同时耦合在一起, 说明光场的空间相干性与时间相干性相互之间并不是独立的。给出一个明显的例子,

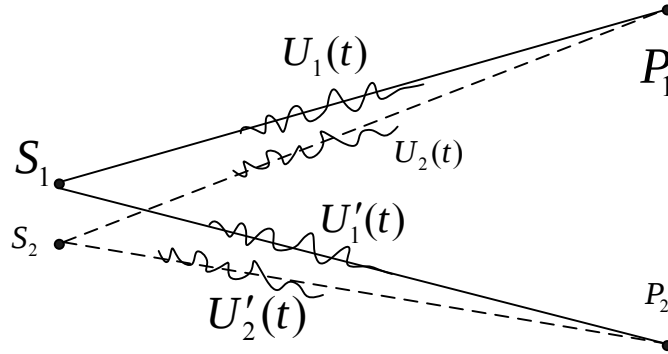


图 2.7 两个不相干点光源所产生的光场在空间两点上的空间相干
如图 2.7 所示, 由一个空间上完全不相干的光源发出的光在传输过程中获得了一定程度上的相干性, 对此可以解释为: 从空间完全不相干的光源上不同的源点发射的光可看作是有限长度的波列, 即它具有一个有限的、非零的带宽, 因此它具有一部分时间相干性。由于(2-54)式对空间相干性和时间相干性的耦合, 光波在传输过程中也能产生空间相干性。因此(2-54)式为这一现象的详细定量描述提供了有力的理论基础。

由于互谱密度函数 $W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 是互相干函数 $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau)$ 的傅立叶变换, 因此, 对于在自由空间中传输的光波场, 在空间-频率域内描述其相干性质的互谱密度函数也满足如下 Helmholtz 方程:

$$\begin{aligned}\nabla_1^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) + k^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) &= 0 \\ \nabla_2^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) + k^2 W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) &= 0\end{aligned}\quad (2-55)$$

其中 $k = 2\pi\nu/c$ 。显然, 对于自由空间中任意一对场点, 要确定它们的互相干函数和互谱密度函数, 需要对上述偏微分方程进行求解。

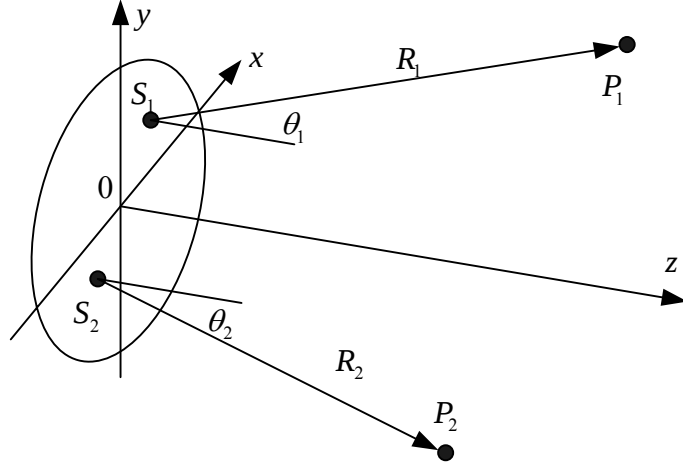


图 2.8 互谱密度和互相干函数在自由空间中的传输示意图
在自由空间中, (2-55)和(2-54)式的解可分别表示为,

$$W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} W(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, \nu) \frac{e^{ik(R_2 - R_1)}}{R_1 R_2} \Lambda_1^*(k) \Lambda_2(k) d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2 \quad (2-56)$$

$$\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) = \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} \Gamma(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, \tau) \frac{e^{ik(R_2 - R_1)}}{R_1 R_2} \Lambda_1^*(k) \Lambda_2(k) d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2$$

其中 Λ 为倾斜因子。相比较而言, 在对部分相干光传输的分析中, 通常采用互谱密度传播公式进行分析, 主要是由于互谱密度的数学处理要简单一些。根据 wolf 的相干理论, 在自由空间中, 对于二次的平面高斯-谢尔模光源所发出的 GSM 光束, 光源处的互谱密度 $W(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, 0, \nu)$ 为:

$$W(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, 0, \nu) = A^2 \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2)^2}{8\sigma_s^2} \right] \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}'_1)^2}{2\delta^2} \right] \quad (2-57)$$

由积分公式(2-56), 任意距离 z 处的互谱密度 $W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, z, \nu)$ 为

$$W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, z, \nu) = \frac{A^2}{[\Delta(z)]^2} \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}{8\sigma_s^2 [\Delta(z)]^2} \right] \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)^2}{2\delta^2 [\Delta(z)]^2} \right] \exp \left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R(z)} \right] \quad (2-58)$$

其中 $\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}$, $\Delta(z) = [1 + (z/k\sigma_s\delta)^2]^{1/2}$, $R(z) = z[1 + (k\sigma_s\delta/z)^2]$, σ_s 和 σ_0

分别表征光源的有效尺寸和光源平面的有效相干宽度。比较(2-57)和(2-58)式, 发

现随着通信距离 z 的增加,有效宽度 σ_s 变为 $\sigma_s \Delta(z)$,而 δ 则变为 $\delta \Delta(z)$,因此 $\Delta(z)$ 也被称为光束的扩展系数。

本论文将要介绍的工作即主要采用广义的 Huygens-Fresnel 原理对部分相干光的互谱密度在大气湍流介质中的传输进行描述。

2.5. 对部分相干光在湍流中传输的研究现状

2.5.1 大气湍流中的传输

激光束的大气传输特性对遥感、跟踪和远距离光通信以及某些军事应用具有十分重要的意义[53,54]。激光束在大气传输过程中,由于大气湍流的影响,传输光束的波前将产生随机起伏,引起光束抖动、强度起伏(光强闪烁)、光束扩展和像点抖动等现象[55,56]。

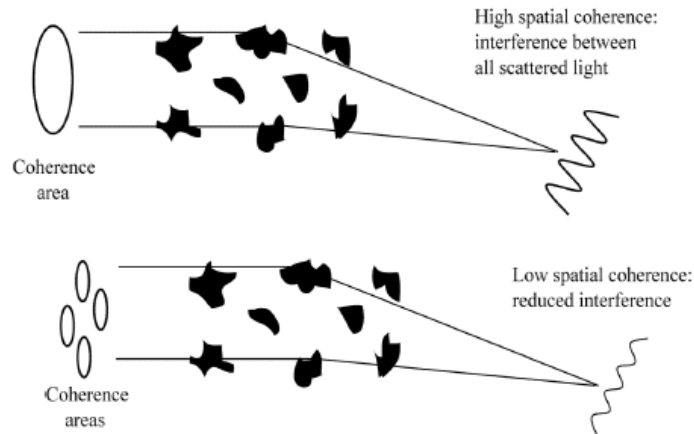


图 2.9 完全相干和部分相干光束在随机介质中传输的不同效应示意图

如图 2.9 所示,当完全相干光被散射时,在折射率波动的情形下,通常会产生很强的干涉效应,有点类似散斑,这类效应对分辨率是不利的。一个类似的现象是当光从粗糙的表面散射时,如图 2.10 所示, A 图为完全相干的激光所照明的书页,而 B 图则是用相干性较差的部分相干光照明的书页,很明显,后者的效果显得更为清晰。

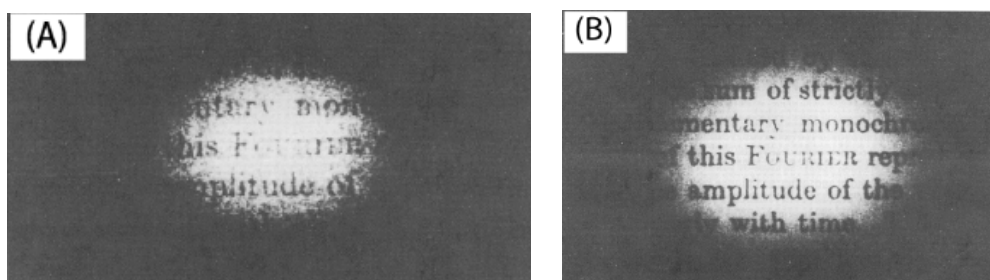


图 2.10 不同相干性光束的照明效果示意图

由于大气湍流会引起完全相干光快速扩展而使得完全相干光在大多数实际应用中受到限制。因此部分相干光束在湍流大气中的光束扩展就成为了重要的研究课题。普遍认为湍流对辐射场的影响主要是引起位相的变化，因此在激光经过湍流介质传输后波前会变得混乱，也即是说将会变成部分相干的辐射场，Clifford和Yura应用这一理论成功地解释了星光闪烁现象[59,60]。由此看来，部分相干光理论和激光在湍流大气中传输理论有很大的关联。

1990 年，吴健[57,61]研究了GSM光束在湍流大气的传输中光束截断参数 α 和 C_n^2 对光束相干特性和光强分布的影响，得到一个重要结论：即部分相干光束在湍流大气中传输时受到湍流的影响要小于完全相干光束受到的影响。同时，对湍流大气中GSM光束的相干长度的物理意义和变化关系的数值分析结果可以看出，相干长度和光束半径的比值随着传输距离的增加而不断减小。这些现象和规律可以通过假设湍流能导致波前混乱来解释，这就意味着湍流能导致波前相位的随机性。如果在起始阶段就存在着波前的混乱，即光源为部分相干时，则会使湍流的影响作用减弱。另一方面，随着传输的距离增大，湍流的影响也越来越强，因此随着距离的增加，由于湍流的存在附加的混乱程度所造成的对相干长度的影响就会减小。

Gbur等[16]对前人研究部分相干光在湍流大气中传输的文献进行了总结。他们用束宽的均方根定义来定量地研究部分相干光在湍流大气中的扩展，给出了部分相干光受湍流影响的条件。同时，对具有不同相干态的光源所发射的光在经过不同的湍流强度下其光束的扩展情况作了对比，结果表明，部分相干光在面对湍流传输时具有较好的湍流抵抗性，但是于完全相干光相比，它却具有较大的自由空间发散度，因此在一些工程应用中需要综合考虑。类似的结论也同样被Ponomarenko等[62]通过量子力学的理论方法给出。

Dogariu[63]等人首次通过实验测量的方式得出在湍流大气传输中部分相干光受到的影响比完全相干光受到的影响要小。光束在湍流介质中的传输导致了光束质量的下降，量化描述传输光束宽度的一种方法是使用光束的强度方差，强度方差是可以直接测量的。图 2.13 所示为实验的示意图，将一束激光射到旋转的随机相位屏上然后重新收集辐射场，调整相位屏可以得到不同相干长度的部分相干光，根据Van Cittert-Zernike定理在第二个透镜处的空间相干度是相位屏处光强

分布的傅立叶变换。在实际实验中发现这一相干长度可以在 30λ 到 2500λ 之间调节。用合适相干特性的激光射到一个 40cm 长的由热湍流引起的折射系数动荡的区域中，出射的光束再由一个焦距为 50cm 的透镜聚焦，在焦平面处的光强由一个 16 位的高分辨率的 CCD 接收。在接收平面上对接收光场取超过热湍流特征时间的长时间系综平均得到光强的分布，并可测量强度轮廓以得到相应的束宽。

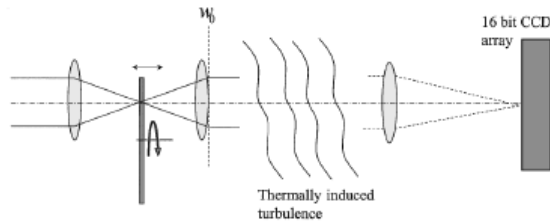


图 2.11 部分相干光照明下光栅菲涅尔衍射光强测量的实验装置

实验结果表明当部分相干光在大气湍流中传输时由于湍流所导致的波前的空间混乱性对光束的空间相干特性的影响起着次要作用。通过检测光束的最终束宽，从实验上得出了当在热湍流中传输时，部分相干光比完全相干光受到的影响要小。当光束的波前混乱时，光束的空间相干性就会发生改变，实验还发现，当光束入射到非均匀的介质中时，比如湍流距离的增大，波前的不稳定性变化比光强的减弱速度快。对于很多应用技术如遥感、追踪等技术，了解部分相干光是如何改变相干特性是非常有意义的。

Salem 和 Shirai[15] 等在研究激光在湍流大气中的远距离传输时，从对高斯-谢尔模型光束在湍流大气中传输的传输方程中，得到了有意义和潜在价值的规律：当光束传播的距离足够远时有较弱空间相干特性的光源比有较强空间相干特性的光源辐射的激光在湍流大气中更加稳定。

Gbur 等还对传输超远距离的光束特性作了理论分析。当传输距离足够远时，光束的均方根束宽只与湍流的特性有关，而与光源本身的相干特性已经无关，即对超远距离处的光场，光源的相干性的高低已经不对光束的均方根束宽产生影响。此外还分析了 GSM 光束分别在湍流大气和自由空间中传输的均方根束宽之比，发现该比值随着光源空间相干度的减小而减小，即光源相干程度越小，其发射的光束受到大气湍流的影响也就越小，其在传输中也更稳定。基于此，在瞄准和跟踪等实际的工程应用中就没必要使用高质量的激光，相干性较差的光束也可以胜任，而且可以控制光源相干性满足不同的技术要求，但是远场的光功率等因素也需要考虑进去。

对部分相干光在湍流大气中的传输还有其他的不同的研究方法。2003 年 Shirai 和 Dogariu[20] 提出了采用厄米-高斯光束相干叠加的方法研究部分相干高斯-谢尔模型光束在湍流大气中的传输扩展，对每一个相干模式在湍流大气中的扩展进行了研究，发现高阶模式在湍流大气中的扩展比低阶模式在湍流大气中的扩展小，而在自由空间中各模式的扩展都相同，这就对部分相干光比完全相干光受到湍流大气的影响更小的现象给出了合理的解释。

2.5.2 海水湍流中的传输

激光光束在海水中的传输分析就会受到人们的关注,尤以海水对激光束散射的研究最为集中[105-107],但对于海水湍流对光束的影响却尚未见到相关的报道。当信道涉及海水时,同大气激光通信一样,我们在物理上可以把光束在海水中的传输看作是同光束在自由空间以及在大气中的传输完全一样的行为,不同之处在于光束所经历的介质分别为自由空间、大气和海水,由于海水中也存在湍流,因此光波场在海水中传输时不仅仅受到较为严重的吸收和散射作用,而且还受到海水湍流的影响,那么激光束在海水湍流中的传输行为是否和其在大气湍流中有类似的传输行为呢?这些问题的解答对于研究星潜激光通信的新体制以及探索部分相干光的星潜激光通信链路中的应用等都具有十分重要的意义。我们将在第五章中给出一些有益的探索。

2.6. 部分相干光的几种产生办法

已经提出了几种控制光的空间相干度的技术,分别是:1)让光经过旋转的毛玻璃[31-33];2)让光经过电控制的液晶[64,65];3)让光经过超声波[66,67];4)使用合成的声光全息[71];5)全息滤波[68]以及6)无透镜反馈系统[69]。其中较早提出同时也是较为简单易行的方法是用激光束照射转动的漫射体(如毛玻璃等),经高斯滤光片而形成GSM光束。

最为普遍的方法是散射法。文献[72]从液晶散射的理论上构造了一种光源,其空间相干性差、方向性好,并且与特定激光具有相同的远场分布,具体实现上是利用散射体、可变密度吸收片等对一特定激光束进行幅度和相干性变换来构造这种光源。向列液晶的分子阵列是排列有序的,其介电常数具有各向异性,在外加电场的作用下,液晶分子可产生极化,分子取向努力垂直于外电场方向,当外加电场大到一定程度后,产生不规则形变,分子沿圆周运动。由于外电场诱发液晶中分子产生了运动和取向波动,造成对入射光束的动态散射,破坏了入射光束的相干性。通过改变外加电压,可控制液晶内部分子相干区尺寸的大小,从而达到控制入射激光相干性的目的。当散射中心的相干区尺寸远小于整个入射光束的尺寸时,散射光可被视为一个扩展的非相干源。

文献[73]基于散射法,利用氟化氪和氯化氙准分子激光器进行了准分子激光散射产生部分相干光源的实验研究。由于准分子激光带宽较宽,一般可自然满足时间非相干性要求,因此在实验上采用型号为Compex150的氟化氪激光器作为散射光源,入射激光波长248nm,光束直径为<4mm,能量1.6mJ,选用聚四氟乙烯、尼龙、毛玻璃等散射体进行了实验。对实验的结果进行比较发现,聚四氟乙烯散射光最为均匀,能量转换效率最高,散射效果最佳,空间相干性较差,基本满足EFISI技术中部分相干源的要求,有望用于实际的激光系统中。其中空间相干性

则是可通过选择物面光阑孔径大小来控制，光阑孔径越大，空间相干性越差。

[74]利用多模光纤的模间色散特性构造了一种新的部分相干光源，其空间相干性在一定范围内可根据需要而进行控制，可用作在远场产生均匀性较好的照明光源。光束发散角由光纤芯径和发射透镜的焦距决定，空间相干性由模间色散决定，由模间色散产生的光程差越大，该合成光源的空间相干性越差，依此设计的合成光源适于在空间光通信的发射天线中应用。

2.7 本章小结

星潜激光通信链路中的大气和海水介质会严重影响系统工作性能，作为一种能有效降低湍流影响的技术，部分相干光技术正受到研究人员的广泛关注。本章中，分别介绍了大气和海水湍流的基本特性、标量光波场的二阶相干理论以及高斯-谢尔模光束的基本性质。同时，对高斯-谢尔模光束的两种情况进行了分析，在完全相干的极限情况下，该光束即为高斯光束，其在自由空间中的传输可基于菲涅耳衍射进行；在部分相干的一般情况下，高斯-谢尔模光束在空间中的传输即可基于互谱密度和互强度等的传输公式进行。由于本文的目的是为了探索星潜激光通信的新体制并重点研究高斯-谢尔模光束在大气以及海水湍流信道中的传输行为，因此对部分相干光在这两种信道中传输的研究现状作了简要介绍。最后，简要介绍了部分相干光的几种光源产生办法。

第三章 部分相干 GSM 光束在大气湍流中传输的理论分析

3.1 引言

激光光束的大气传输特性对星潜激光通信、遥感、跟踪等应用具有十分重要的意义[75], 光波在大气中的传播理论也是大气光学的基本问题, 同时也是各种光波段的通信、雷达、制导、测距、遥感、天文以及高功率传输等工程应用的基础理论。大气湍流介质对完全相干高斯光束传输的影响会严重衰减通信链路的系统性能, 有研究表明部分相干光在大气中传输时具有更强的抗湍流能力。在部分相干性理论得到光学界的普遍认同后, 人们对部分相干光在大气中的传输性质颇为关注。目前, 研究较多同时也是颇具代表性的一类部分相干光就是高斯-谢尔模光束。吴健等已经从理论上证明了部分相干光较完全相干光受到湍流大气的影响要小[57], Gbur和Wolf给出了部分相干光受湍流影响的条件[16], Dogariu等则在实验上证实了Gbur和Wolf的结论[63]。

对部分相干光束的研究要基于部分相干理论, 部分相干理论是干涉的普通理论, 处理相干问题归结于计算相干度, 因此在研究部分相干的光波在大气湍流等介质中传输的性质时可用计算光场相干度的演化作为研究的基础。众所周知, 对于部分相干的矢量光波来说, 它的谱密度、谱偏振度以及谱相干度即使在自由空间的环境中传输中也会发生变化[76], 尤其是在大气湍流中传输的情形下, 关于光波场的谱密度和谱偏振度的传输演化已经开展了许多研究[10,79]。然而, 与谱密度和谱偏振度理论研究的蓬勃发展形成鲜明对比的是, 自从Wolf给出了在自由空间中传输的光束相干度的标量表达式以后, 就鲜见有对光波的谱相干度在大气湍流等随机介质中传输变化的报导。近年来, 人们对部分相干光束在涉及自由空间和大气介质的无线光通信信道中的传输应用给予了极大的关注[18,78,80], 这些分析大多是采用标量近似的方法, 然而单纯的部分相干光的标量理论分析并不能完全提供关于偏振度和相干度传输变化的信息, 尤其是在分析偏振度时是需要考虑光波电场各矢量之间的相互作用的[77], 因此在这样的研究背景下, 采用矢量理论对大气湍流中传输光波场的谱相干度的变化展开研究就具有重要的意义。在本章中, 我们对由部分相干GSM光源产生的矢量GSM光波在大气中传输时其光波场的矢量互谱密度随传输距离的演化进行了理论研究, 给出了谱相干度的表

达式，并定义了谱相干度的有效宽度。

3.2 光的大气效应和大气湍流谱

3.2.1 光的大气效应

光通过大气的传播，大致可分为四个方面来讨论：1) 气体分子及气溶胶对光的吸收效应；2) 光通过混浊介质的传播；3) 光通过湍流介质的传播；4) 强激光产生的非线性效应。大气对光的吸收引起的衰减主要是大气中气体分子和气溶胶，尤其是水分子受到光波的激励后，由此引起的分子振动会消耗光波的能量，引起传输的衰减。大气对光的吸收，有明显的波长选择性，因此工程应用中所使用的光波长都选择在大气吸收损耗较低的“窗口”，多为 $0.85\mu\text{m}$ 和 $1.55\mu\text{m}$ 的红外波段。大气的散射则主要是来自雾的影响。对红外的光波，雨的衰减相对影响较小，而雾则不同，雾是由一些微小的水滴组成的，其颗粒只有数百 μm 。当光线遇到这种水滴时，除了吸收外，主要是散射引起衰减。这种颗粒使单向的光线往不同的方向散开，其衰减的大小与雾的浓密程度有关，同时变动范围也很大。对光信号的衰减在晴好天气只有 0.2dB/km ，轻雾时增到 10dB/km ，而浓雾时可能严重到 300dB/km 。

从本质上看，涉及光分别通过浑浊介质和湍流介质的传播都是散射问题，但二者的效应却是完全不同的。这两种介质的区别在于：第一，所谓“混浊”介质，是指在大气中分立存在的微粒，如雨、雾、沙尘等，它们与周围大气的分界清楚，有明确的边界。而所谓的“湍流”介质，是指大气本身的运动、温差、压力差、密度差等引起折射率改变的随机现象，散射体的折射率是渐变的，没有明显的边界。第二，“混浊”介质中粒子的折射率与周围大气有明显的区别，差值的量级为个位数，而“湍流”介质的散射体折射率差值的量级为 10^{-6} ；从它们的效应来看，混浊介质的影响主要表现在传播途径上光的能量损耗，它与吸收效应共同构成消光的主要原因，而湍流介质的影响则主要表现为接收平面上光辐射通量密度的起伏和相位起伏效应。此外，当激光功率较低时，大气效应被认为是线形的，而当激光功率足够大时，可以观测到非线性形的大气效应，在本文中我们并不涉及这方面的内容。

光在吸收介质和混浊介质中传播时，在其传播路径上能量不断衰减损耗。在线性范围内，其在大气中传输可用 Beer 定理描述：

$$I(L) = I(0) \exp[-\alpha(\lambda)L] \quad (3-1)$$

其中， L 为光学深度， $\alpha(\lambda)$ 为消光系数，表示为 $\alpha(\lambda) = A_\alpha + S_\alpha$ ， A_α 为吸收因子，

S_α 为散射因子。

3.2.2 大气湍流谱

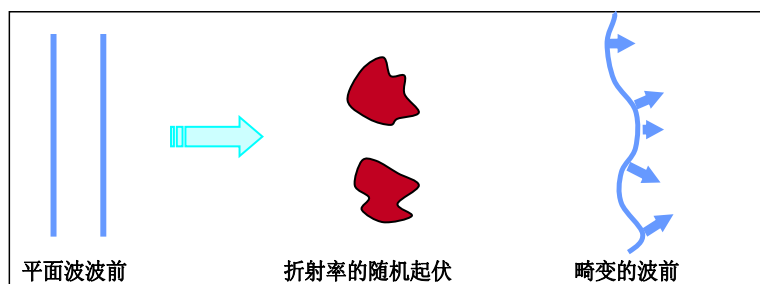


图 3.1 湍致波前畸变示意图

19 世纪中期，法国的印象派画家已经认识到空气流动对物体形象的影响。在他们的作品中，形象不再具有明确的边界，而是一些似是而非的过渡，整个画面的色彩变化强烈，给人以一种明显的动感，这种使形象模糊的现象在生活中并不少见，如夏天灼热的公路路面上，人们也很容易看到那些跳动着的图像，造成这种艺术效果的大师就是大气湍流。湍流介质的折射率与周围介质相差很小，因此，当一束平面波射入湍流介质后，光波内各条光线几乎可以看作不改变传播方向，其传播的平均方向是不变的，但是由于折射率的差异，不同光线之间的光程是有差别的，因此在射出湍流介质时，光波的波阵面不再是平面，而是一个随机面，即湍流对光传播影响的本质就是改变了光波的原始波阵面，如图 3.1 所示。

湍流的统计理论最初是由Фридман等人的工作开始的，1941 年Kolmogorov 和Obukhov建立了大Reynolds数下表征湍流微结构基本性质的定律以后，得到了重大进展，而这个大Reynolds数湍流的局域结构理论，即是现代湍流理论的基础[81]。

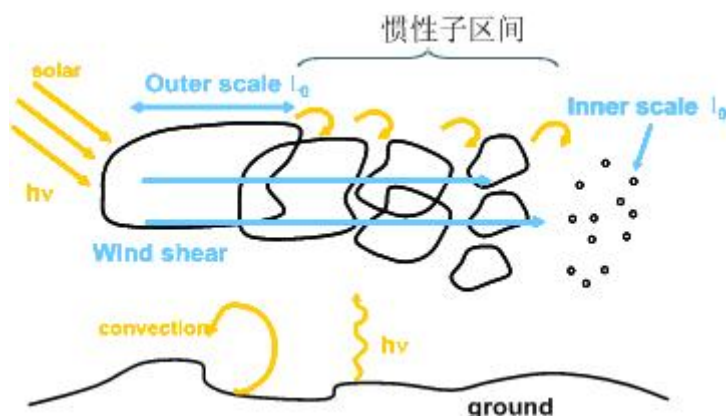


图 3.2 湍流的级联分布示意图

粘性流体有层流和湍流两种不同状态，在流体速度低的时候，流线光滑面清晰，流体处于层流状态。不断增加流体速度，当流速达到一定值时，流线就不再是光滑的了，整个流体开始作不规则的随机运动，这种运动状态叫做湍流。1883年，Reynolds 首先对湍流进行了系统的研究，他定义了一个无量纲因子—雷诺数，如果雷诺数比临界雷诺数小，则流体属于层流，如果雷诺数超过了临界雷诺数，则运动就变成了湍流，此时流体的运动几乎完全是随机和无规则的，只能用统计特征来描述流体的运动。对于大气而言，当流动从层流转向湍流，首先出现的湍流漩涡是那些与流体整体特征尺度相当的巨大漩涡，其特征尺度记作 L_0 ，称为外尺度。尺度大于 L_0 的漩涡一般不是各向同性的，而尺度小于 L_0 的漩涡一般是各向同性的。具有 L_0 大小的漩涡的内雷诺数随着整体流动雷诺数的增加而增加，当其大于某一临界值后，它本身也将呈现不稳定性而分裂成较小的漩涡，并将能量传递给它们，这个过程还要继续到第三级、第四级，...，漩涡的特征尺度越来越小，直到动能全部转化为热能而无法再分裂为更小的漩涡，这个最小的漩涡特征尺度 l_0 ，称为湍流内尺度，该过程如图 3.2 所示。

湍流中折射率的随机起伏主要是由温度空间分布中的随机微观结构而引起的，这种微观结构的起源在于地球表面不同区域被太阳不同加热而引起的极大尺度的温度非均匀性。这种大尺度的温度非均匀性进而又引起大尺度的折射率非均匀性，它们最后被湍流风和对流冲碎，使非均匀性的尺度变得越来越小。通常吧大气折射率的非均匀性成为湍流“旋涡”，可以想象为空气包，每个空气包都有一个特征的折射率。均匀湍流的功率谱密度 $\Phi_n(\kappa)$ 可看成是尺度为 $L_x = 2\pi/\kappa_x$ 、 $L_y = 2\pi/\kappa_y$ 和 $L_z = 2\pi/\kappa_z$ 的旋涡的相对丰度的一种量度。在各向同性湍流的情况下， $\Phi_n(\kappa)$ 仅是波数 κ 的函数。在 Kolmogorov 关于湍流理论的经典工作基础上，普遍认为功率谱密度 $\Phi_n(\kappa)$ 包括三个不同的区。对于很小的波数（ $\kappa < 2\pi/L_0$ ，对应于大规模的尺寸）区域叫输入区，在这个区域内谱的形状取决于特定的湍流是如何发生的，而且它通常是各向异性的。在这个区域内理论不能预言 $\Phi_n(\kappa)$ 的数学形式。

当波数 κ 的大于某一临界波数 κ_0 时， $\Phi_n(\kappa)$ 的形式由制约着大湍流旋涡破碎

为小旋涡的物理定律来决定。当波数 κ 的大于 κ_0 时, $\kappa_0 \approx 2\pi/L_0$, 就进入了谱的惯性子区间, 此时 $\Phi_n(\kappa)$ 的形式可以由已确立的制约湍流的物理定律描述。由 Kolmogorov 湍流理论知,

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2\kappa^{-11/3} \quad (3-2)$$

其中量 C_n^2 依赖于湍流能量耗散率, 称为折射率结构常数, 它并非真正的常数, 而是时间和空间的函数, 它实际上是描述折射率湍流强度的系数, 其值一般在 $10^{-14} \sim 10^{-12} \text{m}^{-2/3}$ 之间, 代表弱湍流和强湍流。当波数 κ 的达到了另一个临界值 κ_m , $\Phi_n(\kappa)$ 的形式再次改变, 这个区域叫耗散区, 在这个区域里能量的耗散超过了动能, 因此能量很小。所以, 当 $\kappa > \kappa_m$ 时, $\Phi_n(\kappa)$ 很快下降, 这里 $\kappa_m \approx 2\pi/l_0$ 。Tatarskii 用如下模型来概括 $\kappa > \kappa_m$ 时 $\Phi_n(\kappa)$ 的快速下降:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2\kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2) \quad (3-3)$$

上面两式描述的谱在极点均有不可积的极点, 事实上, 由于地球大气只包含有限量的空气, 因此随着 $\kappa \rightarrow 0$, 谱是不可能变为任意大的。为了克服模型的这一缺点, 常采用一种称为 Von Kármán 谱的形式, 近似地表示为:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \quad (3-4)$$

上述两式都仅在惯性区内有正确的形式, 即它们都不能表现出湍流谱在高波数区存在的隆起[82], 如图 3.3 所示。为此, Hill 提出一种更为精确的谱模型[82], 然而由于 Hill 谱是用二阶微分方程描述, 必须要数值解, 因此不能给出解析解。所以 Andrews 提出了一个关于 Hill 谱的近似表达式[83]:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \left[1 + 1.802(\kappa/\kappa_l) - 0.254(\kappa/\kappa_l)^{7/6} \right] \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_l^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \quad (3-5)$$

式中, $\kappa_l = 3.3/l_0$ 。

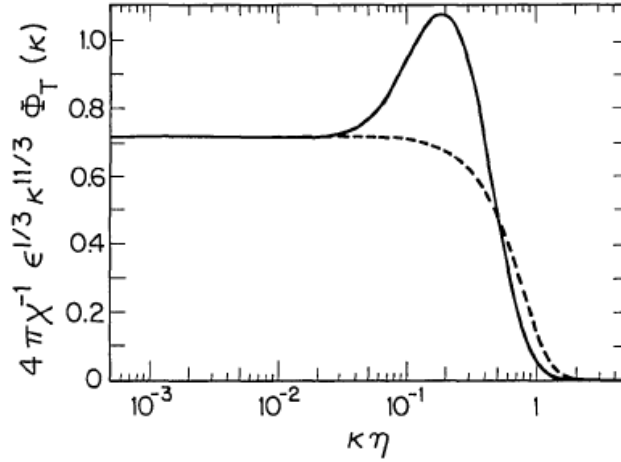


图 3.3 大气中的折射率功率谱曲线：短划线表示Tatarskii谱，实体线表示精确模型[82]。

3.3 大气光传输中的广义 Huygens-Fresnel 原理

光波的大气效应包括：光束扩展、光束漂移、图像抖动、光束闪烁和相干性退化等。忽略偏振效应，单色光波在随机介质中的传输遵循下述波方程：

$$\nabla^2 U + k^2 n^2(\mathbf{R})U = 0 \quad (3-6)$$

式中 $U(\mathbf{R})$ 表示位置 $\mathbf{R} = (x, y, z)$ 上的光场， $n(\mathbf{R})$ 为随机折射率。在弱湍流条件下，一般采用经典的 Rytov 近似，而对于强湍流条件，则可采用的方法有广义 Huygens-Fresnel 定理、抛物方程法和 Feynmann 路径积分等[84]，这里我们仅采用广义 Huygens-Fresnel 定理的方法。下面简单介绍一下弱湍流条件下的分析方法—Rytov 近似。

3.3.1 Rytov 近似

对于自由空间中传输的光波，即不考虑湍流的影响，若光源平面处的光场表示为 $U_0(\mathbf{s}, 0)$ ，则传输到 $z = L$ 处的光场可根据 Huygens-Fresnel 积分表示为 [54,85]：

$$U_0(\mathbf{r}, L) = -2ik \iint G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; L) U_0(\mathbf{s}, 0) d^2s \quad (3-7)$$

其中 $G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; L)$ 为格林函数， $\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{r}$ 分别为光波在光源平面上和接收平面上横截面

上的矢量点。当考虑湍流效应时，根据Rytov近似方法，传输同样的距离后光场可表示为[54,85]：

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}, L) &= U_0(\mathbf{r}, L) \exp[\psi(\mathbf{r}, L)] \\ &= U_0(\mathbf{r}, L) \exp[\psi_1(\mathbf{r}, L) + \psi_2(\mathbf{r}, L) + \dots] \end{aligned} \quad (3-8)$$

式中 $U_0(\mathbf{r}, L)$ 为自由空间传输中接收端的光场， $\psi(\mathbf{r}, L)$ 为随机湍流介质引入的复相位扰动， $\psi_1(\mathbf{r}, L)$ 和 $\psi_2(\mathbf{r}, L)$ 分别为一阶、二阶微扰。人们感兴趣的统计量是平均场(一阶矩)，

$$\langle U(\mathbf{r}, L) \rangle = U_0(\mathbf{r}, L) \langle \exp[\psi(\mathbf{r}, L)] \rangle \quad (3-9)$$

二阶矩，也称为互相干函数（MCF），

$$\begin{aligned} \Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, L) &= \langle U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &= U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, L) + \psi^*(\mathbf{r}_2, L)] \rangle \end{aligned} \quad (3-10)$$

和四阶矩

$$\begin{aligned} \Gamma_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, L) &= \langle U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) U(\mathbf{r}_3, L) U^*(\mathbf{r}_4, L) \rangle \\ &= U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) U(\mathbf{r}_3, L) U^*(\mathbf{r}_4, L) \\ &\quad \times \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, L) + \psi^*(\mathbf{r}_2, L) + \psi(\mathbf{r}_3, L) + \psi^*(\mathbf{r}_4, L)] \rangle \end{aligned} \quad (3-11)$$

上述三个统计量中的统计平均可分别用下面三个积分的线形组合表示为：

$$\begin{cases} \langle \exp[\psi(\mathbf{r}, L)] \rangle = \exp[E_1(0, 0)] \\ \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, L) + \psi^*(\mathbf{r}_2, L)] \rangle = \exp[2E_1(0, 0) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \\ \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, L) + \psi^*(\mathbf{r}_2, L) + \psi(\mathbf{r}_3, L) + \psi^*(\mathbf{r}_4, L)] \rangle \\ = \exp[4E_1(0, 0) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) \\ + E_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2) + E_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) + E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) + E_3^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4)] \end{cases} \quad (3-12)$$

对于统计均匀的、各向同性的随机介质，上式中的积分可分别表示为：

$$E_1(0, 0) = -2\pi^2 k^2 L \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) d\kappa$$

$$E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 4\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) J_0 \left[\kappa | (1 - \bar{\Theta}\xi) \mathbf{P} - 2i\Lambda \xi \mathbf{r} | \right] \exp \left(-\frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k} \right) d\kappa d\xi$$

$$E_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -4\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) J_0 \left[(1 - \bar{\Theta}\xi - i\Lambda\xi) \kappa \rho \right] \\ \times \exp\left(-\frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k}\right) \exp\left(-\frac{iL\kappa^2}{k} \xi(1 - \bar{\Theta}\xi)\right) d\kappa d\xi \quad (3-13)$$

其中 $\mathbf{r} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $\mathbf{P} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $r = |\mathbf{r}|$, $\rho = |\mathbf{P}|$, 而 $\xi = 1 - z/L$ 和 $\bar{\Theta} = 1 - \Theta$ 都是 Andrews 等定义的光束参数[84]。

对于平均场, 可写为:

$$\langle U(\mathbf{r}, L) \rangle = U_0(\mathbf{r}, L) \exp[E_1(0, 0)] = U_0(\mathbf{r}, L) \exp(-0.39 C_n^2 k^2 L L_0^{5/3}) \quad (3-14)$$

它表示在穿越随机介质后波能量不发生变化的部分, 也称为场的相干部分。

3.3.2 广义 Huygens-Fresnel 定理

Rytov 近似方法一般仅适用于弱湍流的环境, 在强湍流环境下对光波传输的分析一般可采用广义的 Huygens-Fresnel 原理。根据这一原理, 在大气湍流中传输的接收端光场可写为[86]:

$$U(\mathbf{r}, L) = -\frac{ik}{2\pi L} \exp(ikL) \iint_{-\infty}^{\infty} d^2s U_0(\mathbf{s}, 0) \exp\left[\frac{ik|\mathbf{s} - \mathbf{r}|^2}{2L} + \psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})\right] \quad (3-15)$$

$\psi(\mathbf{r}, L)$ 仍然为随机湍流介质引入的复相位扰动。对于人们感兴趣的光场统计量, 同样可用 Rytov 近似中的三个积分来表示, 则平均场 (一阶矩) 为:

$$\langle U(\mathbf{r}, L) \rangle = -\frac{ik}{2\pi L} \exp(ikL) \iint_{-\infty}^{\infty} d^2s U_0(\mathbf{s}, 0) \exp\left[\frac{ik|\mathbf{s} - \mathbf{r}|^2}{2L}\right] \langle \exp[\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})] \rangle \quad (3-16)$$

互相干函数 (二阶矩) 为:

$$\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, L) = \langle U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ = \left(\frac{ik}{2\pi L}\right)^2 \iiint_{-\infty}^{\infty} d^2s_1 d^2s_2 U_0(\mathbf{s}_1, 0) U_0^*(\mathbf{s}_2, 0) \exp\left[\frac{ik|\mathbf{s}_1 - \mathbf{r}_1|^2}{2L}\right] \\ \times \exp\left[\frac{ik|\mathbf{s}_2 - \mathbf{r}_2|^2}{2L}\right] \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1) + \psi^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2)] \rangle \quad (3-17)$$

四阶矩为:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, L) &= \langle U(\mathbf{r}_1, L) U^*(\mathbf{r}_2, L) U(\mathbf{r}_3, L) U^*(\mathbf{r}_4, L) \rangle \\
 &= \left(\frac{ik}{2\pi L} \right)^4 \iiint \iiint \int_{-\infty}^{\infty} d^2s_1 d^2s_2 d^2s_3 d^2s_4 U_0(\mathbf{s}_1, 0) U_0^*(\mathbf{s}_2, 0) U_0(\mathbf{s}_3, 0) \\
 &\quad \times U_0^*(\mathbf{s}_4, 0) \exp \left[\frac{ik |\mathbf{s}_1 - \mathbf{r}_1|^2}{2L} \right] \exp \left[-\frac{ik |\mathbf{s}_2 - \mathbf{r}_2|^2}{2L} \right] \exp \left[\frac{ik |\mathbf{s}_3 - \mathbf{r}_3|^2}{2L} \right] \\
 &\quad \times \exp \left[-\frac{ik |\mathbf{s}_4 - \mathbf{r}_4|^2}{2L} \right] \langle \exp [\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1) + \psi^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2) + \psi(\mathbf{r}_3, \mathbf{s}_3) + \psi^*(\mathbf{r}_4, \mathbf{s}_4)] \rangle
 \end{aligned} \tag{3-18}$$

上述各式中出现的系综平均仍然可以用 Rytov 近似方法中使用的积分的线性组合来表示：

$$\begin{cases}
 \langle \exp [\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})] \rangle = \exp [E_1(0, 0; 0, 0)] \\
 \langle \exp [\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1) + \psi^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2)] \rangle = \exp [2E_1(0, 0; 0, 0) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)] \\
 \langle \exp [\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1) + \psi^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2) + \psi(\mathbf{r}_3, \mathbf{s}_3) + \psi^*(\mathbf{r}_4, \mathbf{s}_4)] \rangle \\
 = \exp [4E_1(0, 0; 0, 0) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4; \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_4) + E_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2; \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_2) \\
 \quad + E_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4; \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_4) + E_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3; \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_3) + E_2^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4; \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_4)]
 \end{cases} \tag{3-19}$$

利用上面的积分，人们可以对大气湍流中传输光波感兴趣的统计量进行计算。

注意到，(3-15)式就是本小结的主要公式，它还可以写为如下形式：

$$U(\mathbf{r}, L) = -\frac{ik}{2\pi L} \int \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\mathbf{s}, 0) \exp[\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})] G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; L) d^2s \tag{3-20}$$

其中 $G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; L) = \exp \left[ikL + \frac{ik |\mathbf{s} - \mathbf{r}|^2}{2L} \right]$ 为近轴的自由空间传输因子，也即是(3-7)式

中的格林函数 $G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; L)$ ， $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ 为大气湍流介质对光波引入的相位函数，它取决于湍流介质的强度等性质。对比(3-7)式和(3-20)式，我们可以发现，后者的积分式中比前者多了一个体现湍流强度的指数因子 $\exp[\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})]$ ，与(3-7)式一样，(3-20)式能简洁明了的表现出在分析强湍流中光波传输时是如何考虑湍流对光波的影响的，可以看出湍流的影响是通过指数因子 $\exp[\psi(\mathbf{r}, \mathbf{s})]$ 体现出来的，因此(3-20)和(3-15)式可称为在大气光传输中广义的 Huygens-Fresnel 原理，它是我们下文中分析光波矢量互谱密度在大气传输中变化规律的理论基础。

3.4 矢量互谱密度在大气湍流中的传输及演化

考虑在线性介质中的传输，由Maxwell方程可知，对于频率为 ω 的光波而言，单色光电场矢量 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = E(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t)$ 的空间部分 $E(\mathbf{r}, \omega)$ 满足方程[22]：

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + k^2 n^2(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \nabla[\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \nabla \ln n^2(\mathbf{r}, \omega)] = 0 \quad (3-21)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ 为波数， λ 为波长， c 为真空中的光速， $n(\mathbf{r}, \omega)$ 为介质的折射率，如果折射率随位置变化极小，即在以波长为量级的距离内 $|\Delta n/n|$ 是很小的时候，则上式中的第三项可以略去。在这种情况下，上式可写为：

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + k^2 n^2(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3-22)$$

电场 $\mathbf{E}$ 的三个笛卡尔坐标成分 E_x 、 E_y 和 E_z 是相互独立进行传播的，于是有：

$$\nabla^2 E_j(\mathbf{r}, \omega) + k^2 n^2(\mathbf{r}, \omega) E_j(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (j = x, y, z) \quad (3-23)$$

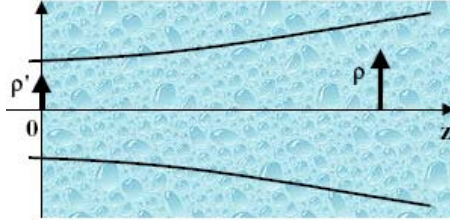


图 3.4 光束在湍流大气中传输的示意图

若光波场是束状波，且从平面 $z=0$ 处沿 z 轴射向 $z>0$ 的空间，空间介质为湍流大气，如图 3.4 所示。设 $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$ 为 $z>0$ 的空间内的某一场点的位置矢量， $\boldsymbol{\rho}$ 表示与光束传播方向垂直的二维横向矢量。如果在 $z=0$ 的光源平面上某一点 $(\boldsymbol{\rho}', 0)$ 上的光波电场矢量表示为 $E^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', 0; \omega)$ ，则由广义Huygens-Fresnel原理[54]，可得在 $z>0$ 的空间内任一场点 $(\boldsymbol{\rho}, z)$ 上的电场矢量：

$$E_j(\boldsymbol{\rho}, z; \omega) = -\frac{ik \exp(ikz)}{2\pi z} \iint E_j^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', 0; \omega) \exp\left[ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2}{2z}\right] \times \exp(\psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}', z; \omega)) d^2 \boldsymbol{\rho}' \quad (j = x, y) \quad (3-24)$$

式中的积分是对整个光源平面进行的，由于是近轴传输，因此忽略 z 分量贡献。 ψ 为随机相位因子，表示湍流大气对在其中传输光波的影响。

如果光束不是单色而是多色并且是部分相干的，则根据Wolf关于相干和偏振的统一理论，此时就不能用电场矢量而是要用一个相关矩阵来描述[87]：

$$\tilde{W}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) \equiv W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) = \langle E_i^*(\boldsymbol{\rho}_1, z; \omega) E_j(\boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) \rangle, \quad (i, j = x, y) \quad (3-25)$$

其中星号表示复相位共轭， $\langle \cdot \rangle$ 表示对电场态的系综平均[1]。将(3-24)式代入到(3-25)式并进行相应的数学运算，即得到横向平面 $z = \text{const} > 0$ 上两点 $(\boldsymbol{\rho}_1, z)$ 和 $(\boldsymbol{\rho}_2, z)$ 之间的互谱密度矩阵的矩阵元表达式：

$$W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 \iint d^2 \boldsymbol{\rho}'_2 W_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, 0; \omega) \times \exp\left(-ik \frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2}{2z}\right) \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z; \omega) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z; \omega)] \rangle_m \quad (3-26)$$

式中 $\langle \cdot \rangle_m$ 表示湍流介质统计态的系综平均，这里我们认为光束的波动与湍流大气的波动是相互独立的。该积分式是用来研究光束偏振度和相干度在湍流介质中传输发生变化的基本公式。

由Wolf的偏振和相干统一理论可知[76]，随机电磁波束在某一点 $(\boldsymbol{\rho}, z)$ 上的偏振度 $p(\boldsymbol{\rho}, z; \omega)$ 和相干度 $\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega)$ 分别表示为：

$$p(\boldsymbol{\rho}, z; \omega) = \sqrt{1 - \frac{4 \text{Det} \tilde{W}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, z; \omega)}{[\text{Tr} \tilde{W}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, z; \omega)]^2}} \quad (3-27)$$

$$\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) = \frac{\text{Tr} \tilde{W}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega)}{\sqrt{\text{Tr} \tilde{W}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_1, z; \omega)} \cdot \sqrt{\text{Tr} \tilde{W}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega)}} \quad (3-28)$$

其中Det和Tr分别表示矩阵的行列式和矩，可以看出，在根据(3-26)式对偏振度的

传输变化进行分析时，一般取 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ，即将(3-26)式所给出的用来描述两个矢量场点之间相互关联程度的互谱密度矩阵元的普适性表达式限定在一个场点 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ，因此文献[77]中(2.7)式并不具有一般性，该表达式所给出的互谱密度的积分表达式在分析光束偏振度变化以及在给出相应的其他结论时是有效的。但是，在分析相干度的传输变化以及其他相应的光束特性时，就不能使用仅仅考虑 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ 这样特例情形下的互谱密度积分表达式，因此需要给出同时包含矢量点 ρ_1 和 ρ_2 （此处 ρ_1 和 ρ_2 是完全随机的两个矢量场点，二者未必重合）的互谱密度积分表达式，下面我们给出详细的推导。

3.4.1 光源平面的互谱密度矩阵元

光源平面上的二阶相关性质可以用 2×2 的互谱密度矩阵来表征。如果光是从位于平面 $z=0$ 上的次级电磁高斯—谢尔模源发出的，则(3-26)式中的光源平面电场互谱密度矩阵元 $W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, 0; \omega)$ 可表示为：

$$W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, 0; \omega) = \sqrt{S_i^{(0)}(\rho'_1; \omega)} \sqrt{S_j^{(0)}(\rho'_2; \omega)} \eta_{ij}^{(0)}(\rho'_2 - \rho'_1; \omega) \quad (3-29)$$

其中 $S_i^{(0)}$ 为光源平面上电场的 E_i 分量的谱密度，它与该分量上的平均电场能量密度成比例关系， $\eta_{ij}^{(0)}$ 则表征了该平面内 E_i 分量和 E_j 分量的相关程度，分别表示为：

$$S_i^{(0)}(\rho'_1; \omega) = A_i^2 \exp(-\rho'^2 / 2\sigma_s^2) \quad (3-30)$$

$$\eta_{ij}^{(0)}(\rho'_2 - \rho'_1; \omega) = B_{ij} \exp\left(-\frac{(\rho'_2 - \rho'_1)^2}{2\delta_{gij}^2}\right), \quad (i, j = x, y) \quad (3-31)$$

其中参量 A_i 和 B_{ij} 以及方差 σ_s^2 和 δ_{gij}^2 都是与位置无关但却依赖于频率的量。由文献[77]和[79]可知，参量 B_{ij} 满足如下关系：

$$B_{ij} = 1, \quad i = j; \quad |B_{ij}| \leq 1, \quad i \neq j \quad (3-32)$$

和

$$B_{ji} = B_{ij}^* \quad (3-33)$$

σ_s 和 δ_g 分别表征了光源的有效宽度和光源谱相干的有效宽度[77]。将(3-30)和(3-31)代入(3-29)，即得光源平面电场矢量的互谱密度矩阵元：

$$W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2; \omega) = A_i A_j B_{ij} \exp\left(-\frac{\rho_1'^2 + \rho_2'^2}{4\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{(\rho'_2 - \rho'_1)^2}{2\delta_{ij}^2}\right) \quad (3-34)$$

注意到，与传统的分析标量互谱密度时对高斯—谢尔模光源的参数测定方法不同，当分析高斯—谢尔模的矢量电磁波束时，表征光源的参数并不能随意地选择。在传统的标量分析中，人们只是简单地把 σ_s 和 δ_g 的取值进行比较，由 δ_g 相

对于 σ_s 的不同的取值大小来确定光源相干态的强弱。而对于高斯—谢尔模的矢量电磁束波，其光源参数必须要满足文献[88,89,90]中给出的选择条件，即只有参数满足一定条件的光源产生的光束才是与理论分析一致的GSM光束。对于各向同性的光源，即 $\sigma_{si} = \sigma_{sj} = \sigma_s$ ，文献[89]和[90]分别推导出光源参数的限定条件：

$$\frac{A_x^2 \sigma_{gxx}^2}{\sigma_{gxx}^2 + 4\sigma_s^2} - \frac{2A_x A_y |B_{xy}| \sigma_{gxy}^2}{\sigma_{gxy}^2 + 4\sigma_s^2} + \frac{A_y^2 \sigma_{gyy}^2}{\sigma_{gyy}^2 + 4\sigma_s^2} \geq 0 \quad (3-35)$$

$$\frac{\sigma_{gxx}^2}{\sigma_{gxx}^2 + 4\sigma_s^2} - \frac{2\sigma_{gxy}^2}{\sigma_{gxy}^2 + 4\sigma_s^2} + \frac{\sigma_{gyy}^2}{\sigma_{gyy}^2 + 4\sigma_s^2} \leq 0 \quad (3-36)$$

和

$$\frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_{gxx}^2} \ll \frac{2\pi}{\lambda^2}, \quad \frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_{gyy}^2} \ll \frac{2\pi}{\lambda^2} \quad (3-37)$$

其中 σ_{gxy} 表示电场的 x 分量和 y 分量的相互关联范围，具体表现为二者之间的相关长度，而 σ_{gxx} 和 σ_{gyy} 则表示 x 和 y 各自分量的自相关，表现为各自分量的自相关长度。 σ_{gxy} 应该在如下范围内选取：

$$\max\{\sigma_{gxx}, \sigma_{gyy}\} \leq \sigma_{gxy} \leq \min\left\{\frac{\sigma_{gxx}}{\sqrt{|B_{xy}|}}, \frac{\sigma_{gyy}}{\sqrt{|B_{xy}|}}\right\} \quad (3-38)$$

只有光源参数遵循上述各不等式的光源才能在产生在物理上可实现的电磁高斯

—谢尔模光束[90]。

3.4.2 接收平面上的矢量互谱密度矩阵元

注意到在(3-26)式中， $\langle \exp[\psi^*(\rho_1, \rho'_1, z; \omega) + \psi(\rho_2, \rho'_2, z; \omega)] \rangle_m$ 体现出湍流的影响，它可由文献[54] 12.2.3 节的 (13) 式给出：

$$\begin{aligned} & \langle \exp[\psi^*(\rho_1, \rho'_1, z; \omega) + \psi(\rho_2, \rho'_2, z; \omega)] \rangle_m \\ &= \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) \cdot \{1 - J_0[(1-\xi)\mathbf{p} + \xi\mathbf{Q} | \kappa]\} d\kappa d\xi \right\} \end{aligned} \quad (3-39)$$

其中 $\mathbf{p} = \rho_1 - \rho_2$ ， $\mathbf{Q} = \rho'_1 - \rho'_2$ ， $J_0[\cdot]$ 为第一类零阶Bessel函数。[20]认为在强湍流下，并且假定光源的谱相干长度远远小于湍流内尺度，则该Bessel函数可以用其幂级数展开式的前两项表示：

$$J_0[\kappa \xi (\rho'_1 - \rho'_2)] \approx 1 - \frac{1}{4} \kappa^2 \xi^2 (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \quad (3-40)$$

代入 (3-39) 式得到：

$$\begin{aligned} & \langle \exp[\psi^*(\rho, \rho'_1, z; \omega) + \psi(\rho, \rho'_2, z; \omega)] \rangle_m \\ &= \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) \cdot \left\{ 1 - 1 + \frac{1}{4} \kappa^2 \xi^2 (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \right\} d\kappa d\xi \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{3} \pi^2 k^2 z (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right\} \end{aligned} \quad (3-41)$$

其中

$$\begin{aligned} & \int_0^1 [(1-\xi)\mathbf{p} + \xi\mathbf{Q}]^2 d\xi \\ &= \frac{1}{3} (\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^2) \\ &= \frac{1}{3} \left[(\rho_1 - \rho_2)^2 + (\rho_1 - \rho_2)(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \right] \end{aligned} \quad (3-42)$$

所以有

$$\begin{aligned} & \langle \exp[\psi^*(\rho_1, \rho'_1, z; \omega) + \psi(\rho_2, \rho'_2, z; \omega)] \rangle_m \\ &= \exp \left\{ -\frac{\pi^2 k^2 z}{3} \left[\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \right] \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right\} \end{aligned} \quad (3-43)$$

将(3-34)式和(3-43)式代入(3-26)式，则得到横向平面 $z = \text{const} > 0$ 上两点 (ρ_1, z) 和

(ρ_2, z) 之间的互谱密度矩阵的矩阵元表达式:

$$\begin{aligned}
 & W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z; \omega) \\
 &= A_i A_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2 \rho'_1 \iint d^2 \rho'_2 \exp \left(-\frac{\rho_1'^2 + \rho_2'^2}{4\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{(\rho_2' - \rho_1')^2}{2\delta_{ij}^2} \right) \\
 & \quad \times \exp \left(-ik \frac{(\rho_1 - \rho_1')^2 - (\rho_2 - \rho_2')^2}{2z} \right) \\
 & \quad \times \exp \left[-\frac{\pi^2 k^2 z}{3} \left[\rho^2 + \rho(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2 \right] \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right]
 \end{aligned} \tag{3-44}$$

分别定义参量 $\mathbf{u} = \frac{\rho'_1 + \rho'_2}{2}$ 和 $\mathbf{v} = \rho'_1 - \rho'_2$, 则有 $\rho'_1 = \mathbf{u} + \frac{\mathbf{v}}{2}$ 和 $\rho'_2 = \mathbf{u} - \frac{\mathbf{v}}{2}$, 则(3-44)式变为:

$$\begin{aligned}
 W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z; \omega) &= A_i A_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2 u \iint d^2 v \exp \left(-\frac{2u^2 + \frac{1}{2}v^2}{4\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{v^2}{2\delta_{ij}^2} \right) \\
 & \quad \times \exp \left(-\frac{ik}{2z} \left[(\rho_1^2 - \rho_2^2) + 2\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - 2\rho_1 \left(\mathbf{u} + \frac{\mathbf{v}}{2} \right) + 2\rho_2 \left(\mathbf{u} - \frac{\mathbf{v}}{2} \right) \right] \right) \\
 & \quad \times \exp \left[-\frac{\pi^2 k^2 z}{3} \left[\rho^2 + \rho \mathbf{v} + v^2 \right] \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \right]
 \end{aligned}$$

整理变量的顺序, 并定义 $\frac{1}{\sigma_\Delta^2} \equiv \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{\delta_{ij}^2}$ 和 $M = \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$, 根据高斯函数的傅立叶变换可给出:

$$\begin{aligned}
 W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z; \omega) &= A_i A_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \exp \left(-\frac{ik}{2z} (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right) \exp(-M\rho^2) \\
 & \quad \times \iint \exp \left(-\frac{v^2}{2\sigma_\Delta^2} \right) \exp \left(\frac{ik}{2z} (\rho_2 + \rho_1) \mathbf{v} \right) \exp(-M\rho \mathbf{v}) \exp(-Mv^2) d^2 v \\
 & \quad \cdot \iint \exp \left(-\frac{u^2}{2\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{ik}{2z} 2\mathbf{u} \mathbf{v} \right) \exp \left(-\frac{ik}{2z} 2(\rho_2 - \rho_1) \mathbf{u} \right) d^2 u
 \end{aligned} \tag{3-45}$$

上式中含有高斯函数的积分的出现, 使得计算变得复杂。我们采取分离变量的计算思路来逐步对积分进行计算。首先将含变量 $\mathbf{u}$ 的高斯函数根据其傅立叶变换给

出代换式，再将代换后结果中含变量 $\mathbf{v}$ 的高斯函数根据其傅立叶变换给出最终的代换式。下面我们给出二维高斯函数的傅立叶变换表达式，首先对于一维高斯函数 $g(x) = e^{-ax^2}$ 的傅立叶变换，有：

$$G(w) = Ft\{g(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-ax^2}] \cdot e^{-i2\pi wx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot e^{-\frac{\pi^2 w^2}{a}} \quad (3-46)$$

则对于二维的高斯函数 $g(\rho) = e^{-a\rho^2}$ ，存在下面的关系：

$$\begin{aligned} Ft\{g(\rho)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-ax^2}] \cdot e^{-i2\pi w_x x} dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-ay^2}] \cdot e^{-i2\pi w_y y} dy \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{\pi^2 w_x^2}{a}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{\pi^2 w_y^2}{a}} = \frac{\pi}{a} \cdot e^{-\frac{\pi^2 w^2}{a}} \end{aligned} \quad (3-47)$$

对于(3-45)式中的积分 $\iint \exp\left(-\frac{\mathbf{u}^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{ik}{2z} 2\mathbf{u}\mathbf{v}\right) \exp\left(-\frac{ik}{2z} 2(\rho_2 - \rho_1)\mathbf{u}\right) d^2u$ ，我们

可以根据二维高斯函数的傅立叶变换式给出：

$$\begin{aligned} &\iint \exp\left(-\frac{\mathbf{u}^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{ik}{2z} 2\mathbf{u}\mathbf{v}\right) \exp\left(-\frac{ik}{2z} 2(\rho_2 - \rho_1)\mathbf{u}\right) d^2u \\ &= \iint \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{u}^2\right) \exp\left(-i2\pi \left[\frac{\mathbf{v}}{\lambda z} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\lambda z}\right] \cdot \mathbf{u}\right) d^2u \\ &= 2\pi\sigma^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 \cdot \left[\mathbf{v} + (\rho_2 - \rho_1)\right]^2}{\frac{\lambda^2 z^2}{2\sigma^2}}\right) = 2\pi\sigma^2 \exp\left(-\frac{k^2\sigma^2}{2z^2} [\mathbf{v} - \mathbf{p}]^2\right) \\ &= 2\pi\sigma^2 \exp\left(-\frac{k^2\sigma^2}{2z^2} \mathbf{v}^2\right) \exp\left(\frac{k^2\sigma^2}{z^2} \mathbf{p}\mathbf{v}\right) \exp\left(-\frac{k^2\sigma^2}{2z^2} \mathbf{p}^2\right) \end{aligned} \quad (3-48)$$

代入(3-45)式，得：

$$\begin{aligned}
 & W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) \\
 &= A_i A_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \exp \left(-\frac{ik}{2z} (\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2) \right) \exp(-M\boldsymbol{p}^2) 2\pi\sigma^2 \exp \left(-\frac{k^2\sigma^2}{2z^2} \boldsymbol{p}^2 \right) \\
 & \times \iint \exp \left(-\frac{k^2\sigma^2}{2z^2} \boldsymbol{v}^2 \right) \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\Delta^2} \boldsymbol{v}^2 \right) \exp(-M\boldsymbol{v}^2) \cdot \exp \left(\frac{ik}{2z} (\boldsymbol{\rho}_2 + \boldsymbol{\rho}_1) \boldsymbol{v} \right) \\
 & \quad \cdot \exp(-M\boldsymbol{p}\boldsymbol{v}) \exp \left(\frac{k^2\sigma^2}{z^2} \boldsymbol{p}\boldsymbol{v} \right) d^2\boldsymbol{v}
 \end{aligned} \tag{3-49}$$

上式中的积分可以看作是含变量 $\boldsymbol{v}$ 的二维高斯函数的傅立叶变换，则根据二维高斯函数的傅立叶变换公式，可得：

$$\begin{aligned}
 & W_{ij}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z; \omega) \\
 &= \left[A_i A_j B_{ij} \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 2\pi\sigma^2 \frac{\pi}{T} \right] \cdot \exp \left(-i \left[\frac{k}{2z} + \frac{\pi^2}{T\lambda z} \left(\frac{M}{2\pi} - \frac{k\sigma^2}{\lambda z^2} \right) \right] (\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2) \right) \\
 & \quad \cdot \exp \left(- \left[M + \frac{k\sigma^2}{2z^2} - \frac{\pi^2}{T} \left(\frac{M}{2\pi} - \frac{k\sigma^2}{\lambda z^2} \right)^2 \right] (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 \right) \cdot \exp \left(-\frac{\pi}{4T\lambda^2 z^2} (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)^2 \right) \\
 &= \text{const} \times \text{term1} \times \text{term2} \times \text{term3}
 \end{aligned} \tag{3-50}$$

其中 $T = \frac{k^2\sigma^2}{2z^2} + M + \frac{1}{2\sigma_\Delta^2}$ 。对于(3-50)式中的常数项和三个指数项，我们可以分

别化简为：

$$\begin{aligned}
 \text{term1} &= \exp \left(-i \left[\frac{k}{2z} \left(1 + \frac{\frac{Mz^2}{k^2} - \sigma^2}{\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right) \right] (\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2) \right) \\
 \text{term2} &= \exp \left(- \left[M + \frac{\frac{\sigma^2}{\sigma_\Delta^2} - \frac{M^2 z^2}{k^2} + M\sigma^2}{2\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right] (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 \right) \\
 \text{term3} &= \exp \left(-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)^2}{8\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right), \quad \text{const} = \frac{A_i A_j B_{ij}}{\Delta_{ij}^2(z)}
 \end{aligned}$$

其中 $\Delta_{ij}^2(z) = 1 + \frac{1}{k^2 \sigma^2 \sigma_\Delta^2} \cdot z^2 + \frac{2}{3} \pi^2 \sigma^{-2} z^3 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$, $\frac{1}{\sigma_\Delta^2} \equiv \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{\delta_{ij}^2}$ 。将以上各

项代入(3-50)式, 得到横向平面 $z = \text{const} > 0$ 上两点 (ρ_1, z) 和 (ρ_2, z) 之间的互谱密度矩阵的矩阵元的广义表达式:

$$\begin{aligned} W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z; \omega) &= \frac{A_i A_j B_{ij}}{\Delta_{ij}^2(z)} \cdot \exp \left(-i \left[\frac{k}{2z} \left(1 + \frac{\frac{Mz^2}{k^2} - \sigma^2}{\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right) (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right] \right) \\ &\cdot \exp \left(- \left[M + \frac{\frac{\sigma^2}{\sigma_\Delta^2} - \frac{M^2 z^2}{k^2} + M \sigma^2}{2\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} (\rho_1 - \rho_2)^2 \right] \right) \cdot \exp \left(- \frac{(\rho_1 + \rho_2)^2}{8\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right) \end{aligned} \quad (3-51)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta_{ij}^2} &= \frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_{gij}^2}, \quad \Delta_{ij}^2(z) = 1 + \left(\frac{z}{k\sigma_s \delta_{ij}} \right)^2 + \frac{2Mz^2}{k^2 \sigma_s^2}, \\ M &= \frac{1}{3} \pi^2 k^2 z \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa, \quad R_{ij}(z) = \frac{k^2 \sigma_s^2 \Delta_{ij}^2(z) \cdot z}{k^2 \sigma_s^2 \Delta_{ij}^2(z) + Mz^2 - k^2 \sigma_s^2} \end{aligned}$$

其中对于表示湍流影响的参量 M , 当湍流折射率空间功率谱使用Tatarskii谱表征时, $M = 0.5465 C_n^2 l_0^{-1/3} k^2 z$; 当使用Kolmogorov谱表征时,

$$M = 0.49(C_n^2)^{6/5} k^{12/5} z^{6/5} [79]。$$

文献[1]中给出了标量情况下的光束横截面的互谱密度:

$$W(\rho_1, \rho_2, z; \nu) = \frac{A^2}{[\Delta(z)]^2} \exp \left[- \frac{(\rho_1 + \rho_2)^2}{8\sigma_s^2 [\Delta(z)]^2} \right] \exp \left[- \frac{(\rho_2 - \rho_1)^2}{2\delta^2 [\Delta(z)]^2} \right] \exp \left[- \frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R(z)} \right]$$

其中 $\Delta(z) = [1 + (z/k\sigma_s \delta)^2]^{1/2}$, $\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{4\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_g^2}$, $R(z) = z \left[1 + \left(\frac{k\sigma_s \delta}{z} \right)^2 \right]$ 。将该式

和(3-51)式进行比较, 可以发现二者具有相同的形式, 它们均包含了一个常数因

子、一个相位因子和两个高斯分布因子，分别是 $\rho_1 + \rho_2$ 和 $\rho_2 - \rho_1$ 的函数。这里所推导的互谱密度矩阵元的幅度即为 $A_i A_j B_{ij} / \Delta_{ij}^2(z)$ ，而两个高斯的指数分布式的有效宽度分别为 $\sigma_s \Delta_{ij}(z)$ 和 $\left(\frac{1}{\delta_{ij}^2 \Delta_{ij}^2(z)} + 2M(1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{k^2 \sigma_s^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right)^{-1/2}$ ，这里 $\Delta_{ij}^2(z)$ 可定义为光束在湍流大气中传输时的扩展因子。(3-51)式是我们推导的主要结果，当光束在自由空间中传输即 $M = 0$ 时，该式立即约化为和[1]中的(5.6-91)式相同的表达式，注意此时二者的物理含义是不同的，(3-51)式约化后的表达式表示矢量理论下互谱密度矩阵元，而后者则表示标量理论下光场的互谱密度。当研究传输光波的偏振度的变化时，只需考虑 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ 的情形就可以了，由此(3-51)式可约化为：

$$W_{ij}(\rho, \rho, z; \omega) = \frac{A_i A_j B_{ij}}{\Delta_{ij}^2(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma_s^2 \Delta_{ij}^2(z)}\right)$$

这个结果恰是文献[77]的(2.15)式。

将(3-51)和(3-51a~d)代入(3-28)式，可以得到谱相干度的表达式：

$$\mu = \frac{\frac{A_x^2}{\Delta_{xx}^2} \exp\left(\frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{4\sigma_s^2 \Delta_{xx}^2}\right) \exp(-E_{xx}(\rho_1 - \rho_2)^2) \phi_{xx} + \frac{A_y^2}{\Delta_{yy}^2} \exp\left(\frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{4\sigma_s^2 \Delta_{yy}^2}\right) \exp(-E_{yy}(\rho_1 - \rho_2)^2) \phi_{yy}}{\sqrt{\frac{A_x^4}{\Delta_{xx}^4} \exp\left(\frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{2\sigma_s^2 \Delta_{xx}^2}\right) + \frac{A_x^2 A_y^2}{\Delta_{xx}^2 \Delta_{yy}^2} \cdot H + \frac{A_y^4}{\Delta_{yy}^4} \exp\left(\frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{2\sigma_s^2 \Delta_{yy}^2}\right)}} \quad (3-52)$$

其中

$$E_{jj} = \frac{1}{2\sigma_{gj}^2 \Delta_{jj}^2} + M(1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{2k^2 \sigma_s^2 \Delta_{jj}^2}, \quad (j = x, y) \quad (3-52a)$$

$$H = \exp(-F(\rho_1^2 + \rho_2^2)) \left[\exp(-G(\rho_1^2 - \rho_2^2)) + \exp(G(\rho_1^2 - \rho_2^2)) \right] \quad (3-52b)$$

$$\phi_{jj} = \exp\left(\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_{jj}(z)}\right), \quad (j = x, y) \quad (3-52c)$$

$$F = \frac{1}{4\sigma_s^2} \left(\frac{1}{\Delta_{xx}^2} + \frac{1}{\Delta_{yy}^2} \right), G = \frac{1}{4\sigma_s^2} \left(\frac{1}{\Delta_{xx}^2} - \frac{1}{\Delta_{yy}^2} \right) \quad (3-52d)$$

上式给出的谱相干度表达式是十分复杂的，为了便于分析，我们假定光源平面上电场矢量的 xx 相关和 yy 相关的相关程度是相同的，即 $\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = \sigma_g$ ，则存在下面的关系：

$$\delta_{xx} = \delta_{yy} = \delta, \quad \Delta_{xx} = \Delta_{yy} = \Delta, \quad R_{xx} = R_{yy} = R, \quad E_{xx} = E_{yy} = E, \quad \phi_{xx} = \phi_{yy} = \phi。$$

根据这些简化关系, (3-52)式可简化为:

$$\begin{aligned} \mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega) = & \exp \left(- \left[\frac{1}{2\sigma_g^2 \Delta^2(z)} + M(1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{2k^2 \sigma_s^2 \Delta^2(z)} \right] (\rho_1 - \rho_2)^2 \right) \\ & \times \exp \left(\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R(z)} \right) \end{aligned} \quad (3-53)$$

3.4.3 讨论

从(3-53)式可以看出, 在湍流大气中传输的部分相干电磁高斯-谢尔模光束波的谱相干度由光源参数、湍流模型参数以及传输距离同时确定, 因此我们通过选取不同来分析它们对谱相干度的影响, 首先给出谱相干度的绝对值:

$$|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)| = \exp \left(- \left[\frac{1}{2\sigma_g^2 \Delta^2(z)} + M(1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{2k^2 \sigma_s^2 \Delta^2(z)} \right] (\rho_1 - \rho_2)^2 \right) \quad (3-54)$$

对于部分相干的光源, 光源的谱相关度的 σ_{gij} 应该小于光源的有效尺寸 σ_s , 或者

说 σ_{gij} 和光束尺寸不在一个数量级上[91]。根据前面给出的光源参数取值范围,

我们主要对下面三种不同的光源进行分析, 它们的参数均满足上述不等式:

$$A_x^2 = A_y^2 = 0.5, \quad B_{xy} = 0, \quad \sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \sigma_s = 5\text{cm}, \quad \text{i) } \sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = \sigma_g = 2\text{mm}; \quad \text{ii)}$$

$$\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = \sigma_g = 1\text{mm}; \quad \text{iii) } \sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = \sigma_g = 0.1\text{mm}。$$

首先, 考虑某一组光源参数并选择一个湍流谱模型, 分析传输距离的增加对光束谱相干度的影响。光源参数选择为 $\lambda = 632.8\text{nm}$, $A_x^2 = A_y^2 = 0.5$, $B_{xy} = 0$,

$\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \sigma_s = 5\text{cm}$, $\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = \sigma_g = 1\text{mm}$, 湍流谱则由 Tatarskii 谱描述, 其中

$$C_n^2 = 10^{-13} \text{m}^{-2/3}, \quad l_0 = 5\text{mm}, \quad \text{理论模拟的计算结果如图 3.5 所示。}$$

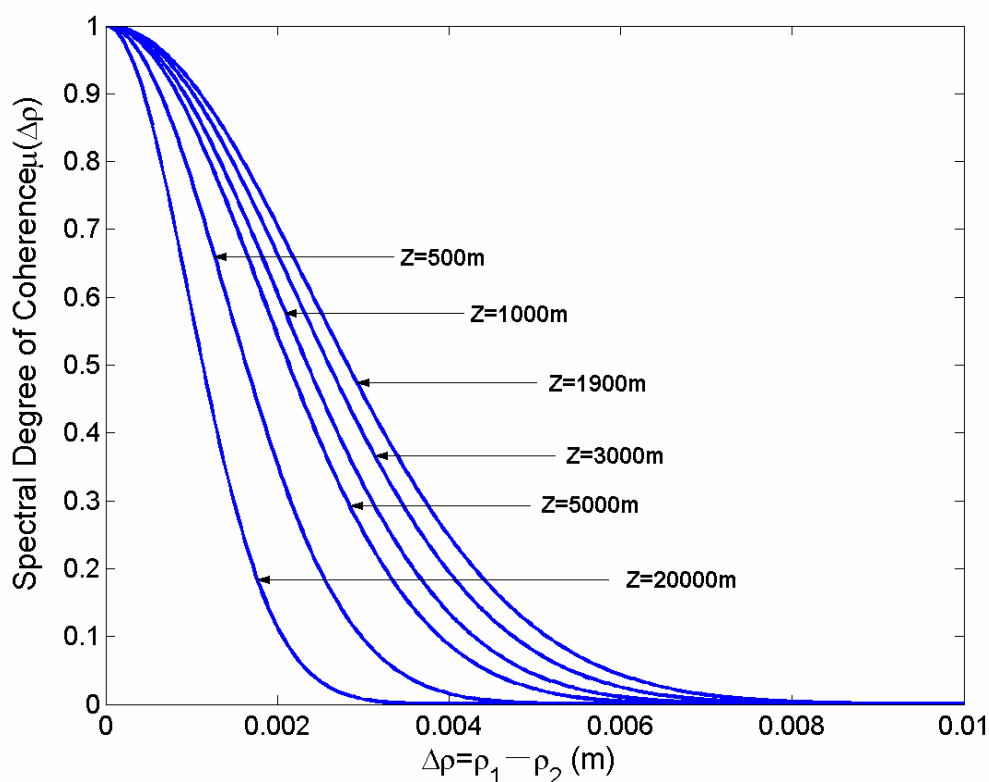


图 3.5 湍流大气中传输的高斯-谢尔模光束的谱相干度随传输距离的变换图。

由图所示,随着光束传输距离的增加,总的来说光束谱相干度是逐渐降低的,光束截面内电场矢量的各分量之间的互相关长度是减小的,即光波场的相干区域在减小。我们在图 3.5 中的曲线中看到的是光束传输到某一个特定通信距离处时光束截面的谱相干度的情形。但对于某一特定的通信距离,比如 $z=1000\text{m}$,在从光源处到接收平面这整个通信过程中,光波场的谱相干度又是如何变化的呢?在计算中,我们发现当光束最初从光源平面发射出来时,其光谱相干度是逐渐增加的,但是当光束传输到约 1.9km 时,谱相干度达到一个最大值,之后随着通信距离的进一步增加,相干度开始减小。当通信距离足够长时,相干度几乎渐渐消失为零,此时的光束差不多可以看作是完全不相干的光束,这个有趣的现象我们可以通过图 3.6 更好的体现出来。为此,我们定义了谱相干度的有效谱宽度,并在图 3.6 中绘出了该有效谱宽度随湍流大气中通信距离的变化曲线。

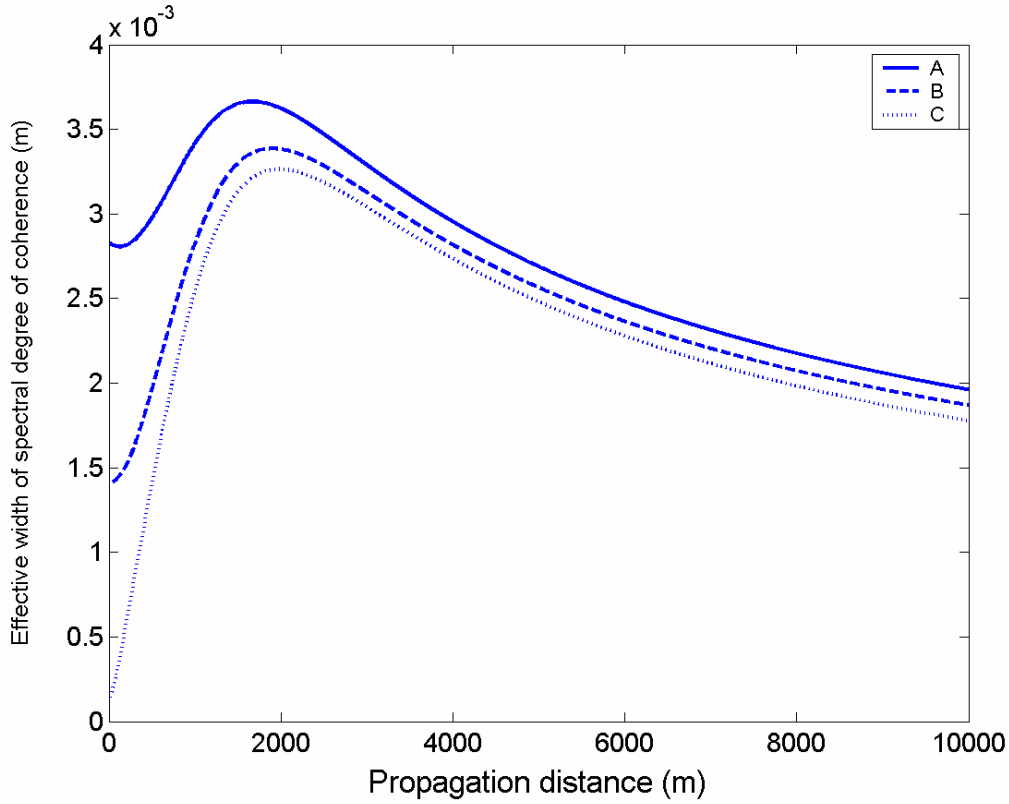


图 3.6 具有不同相干特性的部分相干源产生的光束在湍流大气中传输的谱相干度的有效宽度随通信距离的变化曲线。光源参数分别取为： $A_x^2 = A_y^2 = 0.5$ ， $B_{xy} = 0$ ， $\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \sigma_s = 5\text{cm}$ ，曲线 A) $\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = 2\text{mm}$ ；曲线 B) $\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = 1\text{mm}$ ；曲线 C) $\sigma_{gxx} = \sigma_{gyy} = 0.1\text{mm}$ 。湍流谱仍由 Tatarskii 谱描述。

考虑光束横向截面上的两个矢量对之间的间距 $|\rho_1 - \rho_2|$ ，当两个矢量场点重合，即 $|\rho_1 - \rho_2| = 0$ ，此时该矢量对之间的谱相干度绝对值 $|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)|$ 具有最大值，即 $|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)| = 1$ 。当这两个矢量场点不再重合时，即两个点之间存在着间隔，这种情形属于普遍的情形，则 $|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)|$ 是小于二者重合时的最大值的，当两个矢量场点的距离越来越大时，二者之间的相关程度就会逐渐减小，当 $|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)|$ 减小到最大值的 $1/e$ 时，则可定义此时的间距 $|\rho_1 - \rho_2|$ 为光束谱

相干度的有效宽度，由（3-54）式可得到：

$$\bar{\rho}_{\mu t}(z) = \left(\frac{1}{2\sigma_g^2 \Delta^2(z)} + M(1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{2k^2 \sigma_s^2 \Delta^2(z)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3-55)$$

其中下标 μt 表示湍流中的光束相干度，通过这个有效宽度，我们可以分析光束谱相干性质的演变。图 3.6 给出了光束谱相干度的有效宽度随通信距离的变化曲线。我们仍然以图 3.5 中的光源为主要分析对象，此时该光源产生的光束对应于图 3.6 的曲线B（短划线）。如图 3.6 所示，谱相干度的有效宽度开始时是增进的，当通信距离约为 1.9km 时有效宽度达到最大值，约为 3.4mm。然后，随着通信距离的增加开始逐渐减小。对于这样的现象，我们可以给出如下的解释。在部分相干光束在湍流大气中进行传输时，有两类参数对其传输行为以及相干性质的演变产生影响：一类是部分相干光源参数，另外一类则是湍流谱模型参数。当光束刚刚从光源处出发进入湍流很短一段距离时，湍流的强度是很弱的，甚至可以忽略不计，因此湍流的影响并不能有效抑制部分相干光源的相干特性的效应。此时对光束行为起主导作用的是光源参数，它们决定了光束横向截面相干区域随着通信距离 z 的增加而逐渐扩大[1]，这一点由曲线的上升部分可以看出。然而，随着通信距离的进一步增加，大气湍流开始发挥其众所周知的使光束相干性退化的作用。当光束传输到约 1.9km 时，大气湍流的强度与光源相干特性的影响强度基本相当，因此谱相干度的有效宽度达到最大值。随着传输距离的进一步增加，大气湍流效应逐渐在影响光束行为方面占据了主导作用，这就使得相干度的有效宽度逐渐减小，这一点由曲线的下降部分可以看出。当传输距离足够远时，有效宽度几乎为零，则此时光束差不多可以看作是完全非相干光，湍流的作用使得光束的部分相干性完全退化。

在图 3.6 中，我们选用了三组不同的光源参数，它们分别表示具有三种不同的部分相干性的光源。对于三种光源发出的具有不同的初始部分相干性的光束，它们的谱相干度的有效宽度 $\bar{\rho}_{\mu t}(z)$ 分别在光束传输到 1.67km、1.90km 和 1.984km

时达到最大值。可以看出，参数 σ_{gxx} 和 σ_{gyy} 具有较小尺寸的光源意味着它具有较弱的相干性，所发射的光束也具有较弱的部分相干性，但在与同样的大气湍流强度作斗争时，具有最弱相干性的光束却能传输地最远，比如光束A和B是分别传输到 1.67km 和 1.90km 处就已经达到和大气湍流强度势均力敌的情形，在此之后其光束的相干性渐渐被大气湍流效应影响逐渐退化为完全非相干光，而光束C则是传输到 1.984km 才达到和大气湍流强度相当的情形。由此可见，弱相干性的光束在大气湍流中传输的更远，这也是部分相干光的在大气湍流中的传输鲁棒性，该结论和文献[79]的结论是一致的。

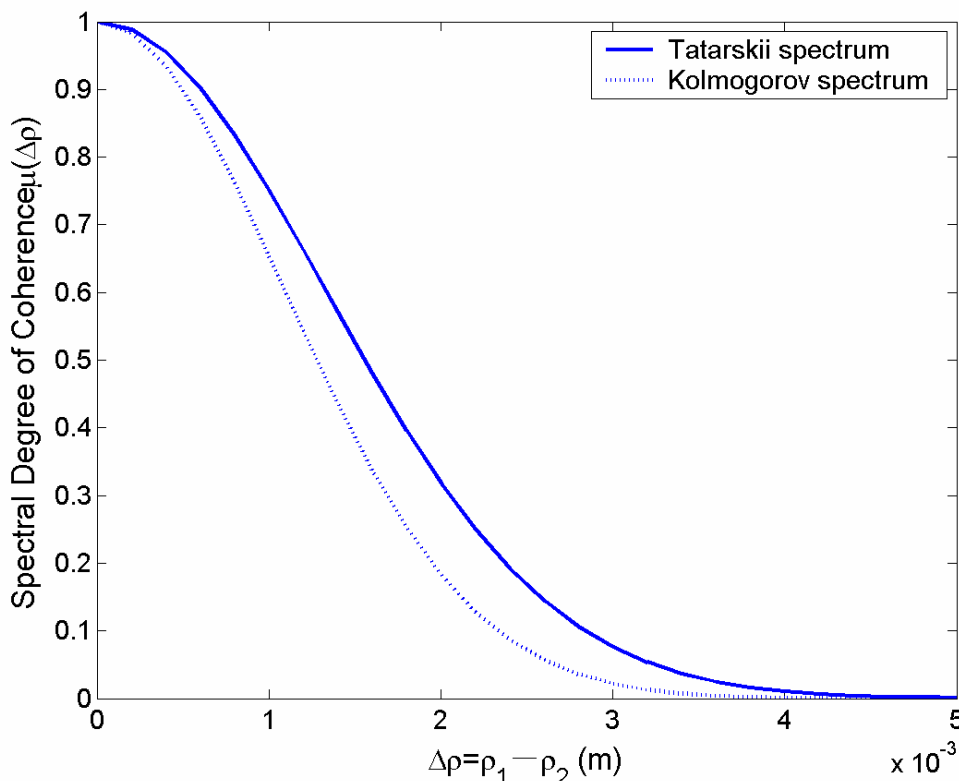


图 3.7 分别在由 Tatarskii 谱和 Kolmogorov 谱表征的不同的湍流中传输的电磁高斯-谢尔模光束的谱相干度的传输演变示意图。光束参数同图 3.5 中参数，通信距离为 10km。

另外，我们还研究了不同的湍流谱模型对谱相干度及其有效宽度的影响。图 3.7 中给出了分别在由 Tatarskii 谱和 Kolmogorov 谱表征的不同的湍流中传输的电磁高斯-谢尔模光束的谱相干度的变化，可以看出，当使用不同的谱模型对湍流分别表征时，谱相干度的变化行为并没有产生太大的差别，只是对于同样的初始光束在传输到 10km 的通信距离处，经过 Tatarskii 谱型的大气湍流退化后的光波场的相干性要比经过 Kolmogorov 谱型的大气湍流退化后的光波场的相干性稍微强一些。图 3.8 中则给出了分别在由 Tatarskii 谱和 Kolmogorov 谱表征的不同的湍流中传输的电磁高斯-谢尔模光束的谱相干度有效宽度的变化，可以看出，同样的初始光束在 Tatarskii 谱型的大气湍流中传输时，光束谱相干度的有效宽度出现最大值的通信距离要稍微远于其在 Kolmogorov 谱型的大气湍流中传输中相干度有效宽度出现最大值时的通信距离。从以上分析可以看出，选择两种不同的谱模型来描述大气湍流时，Tatarskii 谱模型的结果要稍微优于 Kolmogorov 谱模型，虽然二者的理论模拟结果上存在一些差距，但是整体上并不影响人们对高斯-谢尔电磁波束在大气湍流中传输时谱相干度及其有效宽度演变行为的判断，在具体的工程应用中可根据实际的需要选择不同的湍流谱模型。

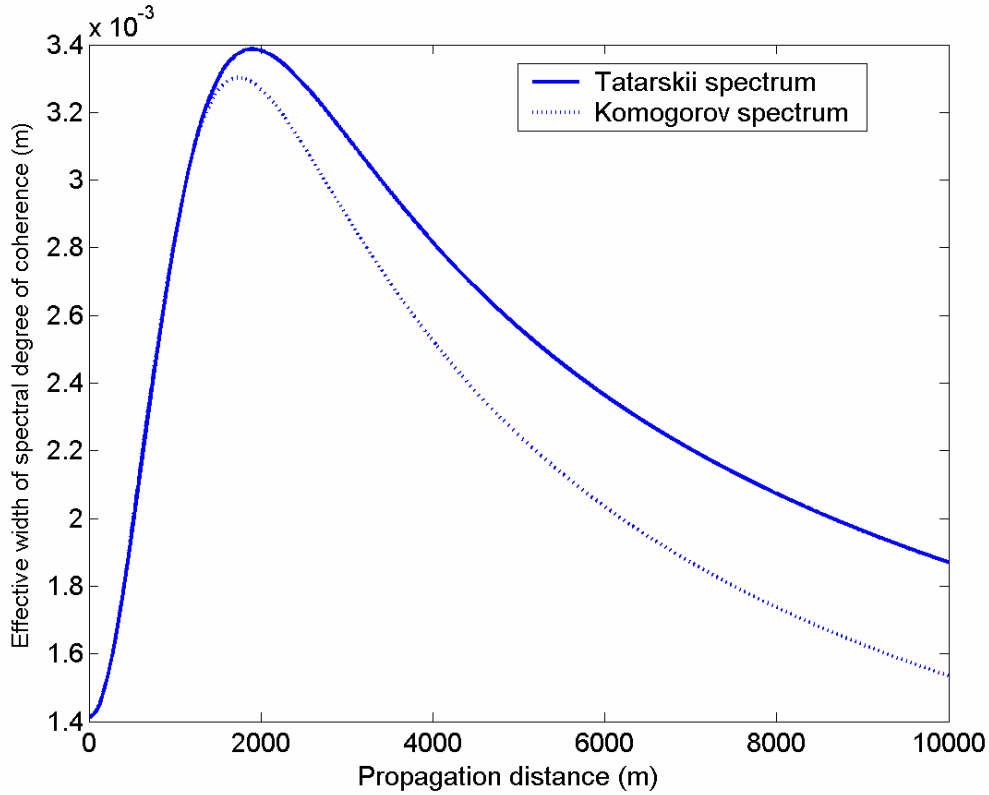


图 3.8 分别在由 Tatarskii 谱和 Kolmogorov 谱表征的不同的大气湍流中传输的电磁高斯-谢尔模光束的谱相干度有效宽度的传输演变示意图。光束参数同图 3.5 中参数。

3.5 远场中空间位置矢量表示的互谱密度

3.5.1 空间位置矢量表示的互谱密度

在诸多研究光波场相干度和偏振度的研究中,光波场的互谱密度大多使用光源或光波场截面内两个径向矢量 ρ_1 和 ρ_2 之间的相互关联程度来表示。由上节的分析可知,当光束在大气中传输的通信距离足够远时,光波场内的相干长度或相干区域已经很小很小,为了表征光波在远场的部分相干特性,远场的互谱密度也可以用从光源处向空间发射的位置矢量 $\mathbf{r} = \mathbf{rs}$ 表示[1]。文献[18]使用了位置矢量即两个从光源处向远场空间发射的轴向矢量 $\mathbf{rs}_1$ 和 $\mathbf{rs}_2$ 来描述高斯-谢尔模光束在自由空间中传输大远场互谱密度,最终对相干度的计算也归结为两个位置矢量

之间夹角的计算。前人的研究表明，虽然高斯-谢尔模光束的相干性不如完全相干的激光，但它却是远场能量和光束方向性都和完全相干激光相似的一类部分相干光，这是由于这个优点，它也成为研究的热点。因此，当分析光波传输到远场时的相干特性时，使用位置矢量来表示远场互谱密度要比使用径向矢量更能清晰地表征出光场辐射能量分布的方向性。基于这种互谱密度的描述方法，在本节中，我们考虑了在大气湍流中传输的高斯-谢尔模光束的远场互谱密度，并进而分析了光波在大气湍流中的远场相干度以及远场辐射强度。

这里我们以标量理论框架下的分析为主。根据[1]可知，在距离光源一段距离处的光场横截面内两个场点 $P_1(\mathbf{r}_1)$ 和 $P_2(\mathbf{r}_2)$ 之间的互谱密度可用两个位置矢量

$\mathbf{r}_1 = r_1 \mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{r}_2 = r_2 \mathbf{s}_2$ 表示为

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \nu) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \iint_{\sigma} W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \nu) \frac{e^{ik(R_2 - R_1)}}{R_1 R_2} \cos \theta'_1 \cos \theta'_2 d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2 \quad (3-56)$$

其中 $W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \nu)$ 为光源的互谱密度， R_1 和 R_2 分别是源点 $S_1(\boldsymbol{\rho}'_1)$ 和 $S_2(\boldsymbol{\rho}'_2)$ 到场点 $P_1(\mathbf{r}_1)$ 和 $P_2(\mathbf{r}_2)$ 的距离， $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 分别为单位矢量， θ'_1 和 θ'_2 分别为 R_1 和 R_2 与 z 轴之间的夹角，如图 3.9 所示：

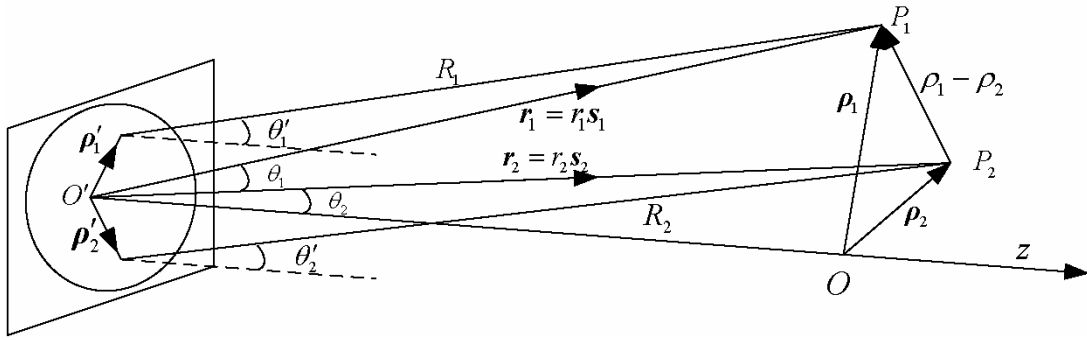


图 3.9 平面次级光源的远场辐射场示意图

其中存在关系： $R_1 = |\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1|$ ， $R_2 = |\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2|$ 。

当在远场时，指数中的 R_1 和 R_2 近似为 $R_1 \approx r_1 - \boldsymbol{\rho}'_1 \cdot \mathbf{s}_{1\perp}$ ， $R_2 \approx r_2 - \boldsymbol{\rho}'_2 \cdot \mathbf{s}_{2\perp}$ ，而分母

中的 R_1 和 R_2 近似为： $R_1 \approx r_1$ ， $R_2 \approx r_2$ ，此外， θ'_1 和 θ'_2 可分别用 θ_1 和 θ_2 代替。因此，我们可给出远场的互谱密度[1,18]：

$$W^{(\infty)}(r_1 \mathbf{s}_1, r_2 \mathbf{s}_2, \nu) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \frac{\exp[ik(r_2 - r_1)]}{r_1 r_2} \quad (3-57)$$

$$\times \iint W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \nu) \exp[-ik(\mathbf{s}_{2\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_2 - \mathbf{s}_{1\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_1)] d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 d^2 \boldsymbol{\rho}'_2$$

其中 $\mathbf{s}_{1\perp}$ 和 $\mathbf{s}_{2\perp}$ 分别是单位矢量 $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 在光源平面上的投影, θ_1 和 θ_2 分别是线 $O'P_1$ 和 $O'P_2$ 与光源平面法线的夹角, $k = 2\pi\nu/c$ 为波数。

高斯-谢尔模光源平面的互谱密度 $W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \nu)$ 可表示为:

$$W^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \nu) = A \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1|^2 + |\boldsymbol{\rho}'_2|^2}{4\sigma_s^2}\right) \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2|^2}{2\sigma_\mu^2}\right)$$

将上式代入到(3-57)式中, 得:

$$W^{(\infty)}(r_1 \mathbf{s}_1, r_2 \mathbf{s}_2, \nu) = \frac{e^{ik(r_2 - r_1)}}{r_1 r_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 A \iint \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1|^2 + |\boldsymbol{\rho}'_2|^2}{4\sigma_s^2}\right) \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2|^2}{2\sigma_\mu^2}\right) \quad (3-58)$$

$$\times \exp[-ik(\mathbf{s}_{2\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_2 - \mathbf{s}_{1\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_1)] d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 d^2 \boldsymbol{\rho}'_2$$

同样地, 定义变量 $\mathbf{u} = \frac{\boldsymbol{\rho}'_1 + \boldsymbol{\rho}'_2}{2}$, $\mathbf{v} = \boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2$, 所以 $\boldsymbol{\rho}'_1 = \mathbf{u} + \frac{\mathbf{v}}{2}$, $\boldsymbol{\rho}'_2 = \mathbf{u} - \frac{\mathbf{v}}{2}$, 则由上式的积分可得:

$$W^{(\infty)}(r_1 \mathbf{s}_1, r_2 \mathbf{s}_2, \nu) = \frac{e^{ik(r_2 - r_1)}}{r_1 r_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 A \frac{4\pi^2 \sigma_s^2}{k^2 \Delta^2} \exp\left[-\frac{k^2 \sigma_s^2 (\mathbf{s}_{2\perp} - \mathbf{s}_{1\perp})^2}{2}\right] \exp\left[-\frac{(\mathbf{s}_{2\perp} + \mathbf{s}_{1\perp})^2}{8\Delta^2}\right]$$

$$= \frac{e^{ik(r_2 - r_1)}}{r_1 r_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 A \frac{\sigma_s^2}{\Delta^2} \exp\left[-\frac{1}{2}(k\sigma_s)^2 (\mathbf{s}_{2\perp} - \mathbf{s}_{1\perp})^2\right] \exp\left[-\frac{1}{8\Delta^2}(\mathbf{s}_{2\perp} + \mathbf{s}_{1\perp})^2\right]$$

其中

$$\Delta = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{1}{\sigma_\mu^2} + \frac{1}{(2\sigma_s)^2}}$$

这恰是[18]的(11)式。

当考虑大气湍流的影响时, 可在上述的积分表达式中加入湍流影响的因子。

由上节分析可知, 湍流项一般表示为 $\langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z, \nu) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z, w)] \rangle$, 存在

$$\begin{aligned} & \left\langle \exp \left[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z, v) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z, w) \right] \right\rangle \\ & \equiv \exp \left\{ -M \cdot \left[(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 + (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2) + (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

其中 $M = \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$, $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 为远场上横截面的径向矢量, $\boldsymbol{\rho}'_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}'_2$ 为

光源平面上的径向矢量。由图 3.9 可以看出,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_1 &= \boldsymbol{OP}_1 = \boldsymbol{r}_1 \cdot \sin \theta_1 = r_1 \boldsymbol{s}_1 \cdot \sin \theta_1 = r_1 \cdot \boldsymbol{s}_1 \sin \theta_1 = r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} \\ \boldsymbol{\rho}_2 &= \boldsymbol{OP}_2 = \boldsymbol{r}_2 \cdot \sin \theta_2 = r_2 \boldsymbol{s}_2 \cdot \sin \theta_2 = r_2 \cdot \boldsymbol{s}_2 \sin \theta_2 = r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp} \end{aligned}$$

对于湍流项中的 $\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$, 存在

$$\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 = r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp}, \quad (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 = (r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})^2$$

则湍流项可表示为:

$$\exp \left\{ -M \cdot \left[(r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})^2 + (r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2) + (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2 \right] \right\}$$

因此, 在大气扰动中传输光束的远场互谱密度可用轴向矢量 $\boldsymbol{s}_1$ 和 $\boldsymbol{s}_2$ 表示为:

$$\begin{aligned} & W_M^{(\infty)}(r_1 \boldsymbol{s}_1, r_2 \boldsymbol{s}_2, v) \\ &= \frac{e^{ik(r_2 - r_1)}}{r_1 r_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 A \iint \exp \left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1|^2 + |\boldsymbol{\rho}'_2|^2}{4\sigma_s^2} \right) \exp \left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2|^2}{2\sigma_\mu^2} \right) \\ & \quad \times \exp \left[-ik(\boldsymbol{s}_{2\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{s}_{1\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_1) \right] \\ & \quad \times \exp \left\{ -M \cdot \left[(r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})^2 + (r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2) + (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2 \right] \right\} d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 d^2 \boldsymbol{\rho}'_2 \end{aligned}$$

同样定义变量 $\boldsymbol{u} = \frac{\boldsymbol{\rho}'_1 + \boldsymbol{\rho}'_2}{2}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2$, 所以 $\boldsymbol{\rho}'_1 = \boldsymbol{u} + \frac{\boldsymbol{v}}{2}$, $\boldsymbol{\rho}'_2 = \boldsymbol{u} - \frac{\boldsymbol{v}}{2}$, 并进行积分运算得到互谱密度为:

$$\begin{aligned} & W_M^{(\infty)}(r_1 \boldsymbol{s}_1, r_2 \boldsymbol{s}_2, v) \\ &= \frac{e^{ik(r_2 - r_1)}}{r_1 r_2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 A \cdot 2\pi \sigma_s^2 \cdot \frac{2\pi}{k^2 \Delta^2 + 2M} \cdot \exp \left[-\frac{k^2 \sigma_s^2 (\boldsymbol{s}_{2\perp} - \boldsymbol{s}_{1\perp})^2}{2} \right] \\ & \quad \times \exp \left\{ -\frac{k^2}{k^2 \Delta^2 + 2M} \cdot \frac{(\boldsymbol{s}_{1\perp} + \boldsymbol{s}_{2\perp})^2}{8} \right\} \exp \left[-M (r_1 \cdot \boldsymbol{s}_{1\perp} - r_2 \cdot \boldsymbol{s}_{2\perp})^2 \right] \end{aligned}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{M^2 (r_1 \cdot s_{1\perp} - r_2 \cdot s_{2\perp})^2}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right\} \exp \left\{ \frac{ikM (s_{1\perp} + s_{2\perp})(r_1 \cdot s_{1\perp} - r_2 \cdot s_{2\perp})}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right\} \quad (3-59)$$

当没有湍流时，即在自由空间中传输时， $M=0$ ，则上式变为[18]中的(11)式。

根据偏振和相干统一理论[87]，可给出远场的谱相干度表达式：

$$\mu_M^{(\infty)}(r_1 s_1, r_2 s_2, \nu) = \frac{W_M^{(\infty)}(r_1 s_1, r_2 s_2, \nu)}{\sqrt{W_M^{(\infty)}(r_1 s_1, r_1 s_1, \nu)} \sqrt{W_M^{(\infty)}(r_2 s_2, r_2 s_2, \nu)}} \quad (3-60)$$

其中

$$\begin{aligned} W_M^{(\infty)}(r_1 s_1, r_1 s_1, \nu) &= \frac{k^2 \sigma_s^2}{k^2 \Delta^2 + 2M} \frac{\cos^2 \theta_1}{r_1^2} A \exp \left\{ -\frac{k^2}{k^2 \Delta^2 + 2M} \cdot \frac{s_{1\perp}^2}{2} \right\} \\ W_M^{(\infty)}(r_2 s_2, r_2 s_2, \nu) &= \frac{k^2 \sigma_s^2}{k^2 \Delta^2 + 2M} \frac{\cos^2 \theta_2}{r_2^2} A \exp \left\{ -\frac{k^2}{k^2 \Delta^2 + 2M} \cdot \frac{s_{2\perp}^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3-61)$$

则由(3-60)式得到：

$$\begin{aligned} &\mu_M^{(\infty)}(r_1 s_1, r_2 s_2, \nu) \\ &= e^{ik(r_2 - r_1)} \exp \left\{ \frac{ikM (s_{1\perp} + s_{2\perp})(r_1 \cdot s_{1\perp} - r_2 \cdot s_{2\perp})}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ -\left[\frac{k^2 \sigma_s^2}{2} - \frac{k^2}{8(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right] (s_{1\perp} - s_{2\perp})^2 \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ -\left[M + \frac{M^2}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right] (r_1 \cdot s_{1\perp} - r_2 \cdot s_{2\perp})^2 \right\} \end{aligned} \quad (3-62)$$

其中前两项为位相因子。当在远场时，可近似认为 $r_1 = r_2 = r = z$ ，在这种情况下相干度约化为：

$$\begin{aligned} &\mu_M^{(\infty)}(r s_1, r s_2, \nu) \\ &= \exp \left\{ -\left[\frac{k^2 \sigma_s^2}{2} - \frac{k^2}{8(k^2 \Delta^2 + 2M)} + Mr^2 + \frac{M^2 r^2}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right] (s_{1\perp} - s_{2\perp})^2 \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{ikMr (s_{1\perp}^2 - s_{2\perp}^2)}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right\} \end{aligned} \quad (3-63)$$

因此相干度的绝对值即可表示为：

$$\begin{aligned}
& \left| \mu_M^{(\infty)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \nu) \right| \\
&= \exp \left\{ - \left[\frac{k^2 \sigma_s^2}{2} - \frac{k^2}{8(k^2 \Delta^2 + 2M)} + Mr^2 + \frac{M^2 r^2}{2(k^2 \Delta^2 + 2M)} \right] (\mathbf{s}_{1\perp} - \mathbf{s}_{2\perp})^2 \right\} \quad (3-64)
\end{aligned}$$

我们可以根据关于 z 轴对称的轴向矢量之间的夹角来计算或判断远场相干度的变化。由于对光束内光场的分析一般都是采用近轴近似，因此角度 θ 的变化一般是在 mrad 的数量级。

3.5.2 辐射强度和湍流中光束全局相干度

辐射强度定义为频率为 ν 的辐射源在沿 $\mathbf{s}$ 方向的单位立体角内的辐射功率[92]。对于高斯-谢尔模光源，辐射强度可表达为[1,18]：

$$J_{\nu M}(\mathbf{s}) = r^2 W^{(\infty)}(r\mathbf{s}, r\mathbf{s}, \nu) \quad (3-65)$$

将(3-59)式代入(3-65)式，并取 $r_1 \mathbf{s}_1 = r_2 \mathbf{s}_2 = r\mathbf{s}$ ，可得：

$$J_{\nu M}(\mathbf{s}) = \cos^2 \theta A \left(\frac{\sigma_s}{\Delta_M} \right)^2 \exp \left\{ - \frac{\mathbf{s}_{\perp}^2}{2\Delta_M^2} \right\} \quad (3-66)$$

其中

$$\Delta_M = \sqrt{\frac{k^2 \Delta^2 + 2M}{k^2}}$$

可以看出在湍流中的辐射强度随方向矢量与 z 轴夹角的变化关系同其在自由空间中传输的表达式[18]是相同的，只是在考虑湍流的分析中使用了 Δ_M 因子而在自由空间的分析中使用的是 Δ 因子，二者之间存在上面的关系。可以看出，远场强度分布的有效宽度为 $\sigma_s^{(\infty)} = \Delta_M$ 。另一方面，根据相干度的表达式，可以得出远场谱相干度的有效宽度 $\sigma_{\mu}^{(\infty)}$ 表示为：

$$\sigma_{\mu M}^{(\infty)} = \left(\frac{\Delta_M^2}{\frac{1}{(I_g^{(0)})^2} + 2M\sigma_s^2 + 2\Delta^2 Mr^2 + \frac{3Mr^2}{k^2}} \right)^{1/2} \quad (3-67)$$

所以远场的全局相干度可以根据光源平面上的全局相干度定义 $l_{gM}^{(\infty)} = \sigma_{\mu M}^{(\infty)} / \sigma_{sM}^{(\infty)}$ 来推导出：

$$l_{gM}^{(\infty)} = \left(\frac{1}{\frac{1}{(l_g^{(0)})^2} + 2M\sigma_s^2 + 2\Delta^2 Mr^2 + \frac{3Mr^2}{k^2}} \right)^{1/2} \quad (3-68)$$

其中 $l_g^{(0)} = \sigma_\mu / \sigma_s$ 为光源平面上的全局相干度。当分析中不考虑湍流影响即 $M = 0$

时，远场的全局相干度约化为 $l_g^{(\infty)} = l_g^{(0)}$ ，即部分相干光在自由空间中传输时，其全局相干度保持不变。但是当分析中考虑湍流的影响即 $M \neq 0$ 时，部分相干光在传输过程中，其全局相干度是减小的，且随着传输距离的增加不断减小的。

3.5.3 分析讨论

为了分析方便，我们仅考虑关于光轴对称分布的两个位置矢量，则有 $s_\perp^2 = \sin^2 \theta$ 和 $(s_{1\perp} - s_{2\perp})^2 = 4\sin^2 \theta$ [18]，其中 θ 为位置矢量 $\mathbf{s}$ 与光轴的夹角，则通过使用(3-67)式，(3-64)和(3-66)式可分别用 θ 表示为：

$$|\mu_M^{(\infty)}(\theta, v)| = \exp \left\{ - \frac{4\sin^2 \theta}{2 \cdot \frac{\Delta_M^2}{\frac{1}{(l_g^{(0)})^2} + 2M\sigma_s^2 + 2\Delta^2 Mr^2 + \frac{3Mr^2}{k^2}}} \right\} \quad (3-69)$$

$$J_{vM}(\theta) = \cos^2 \theta A \left(\frac{\sigma_s}{\Delta_M} \right)^2 \exp \left\{ - \frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \Delta_M^2} \right\} \quad (3-70)$$

同样地，仍然是光源参数和湍流参数确定光波的远场相干特性。我们分别取 A)

$\sigma_s = 1.09\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 5\text{mm}$ ；B) $\sigma_s = 1.67\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 2.5\text{mm}$ ；B) $\sigma_s = 3.28\text{mm}$ ，

$\sigma_\mu = 2.1\text{mm}$ 等三组不同的光源参数，表示具有不同相干性的高斯-谢尔模光源，

其各自的全局相干度分别由 4.59 降至 0.64。由于这里的分析是在标量理论的框架下，因此前文中提及的参数限制条件并不是参数选取的必要条件。这里我们选

取传输 10km 的通信距离为远场, 表示湍流作用的量 M 在 Tatarskii 谱模型下表示为 $0.5465C_n^2 l_0^{-1/3} k^2 z$, 而在 Kolmogorov 谱模型下则表示为 $0.49(C_n^2)^{6/5} k^{12/5} z^{6/5}$ 。

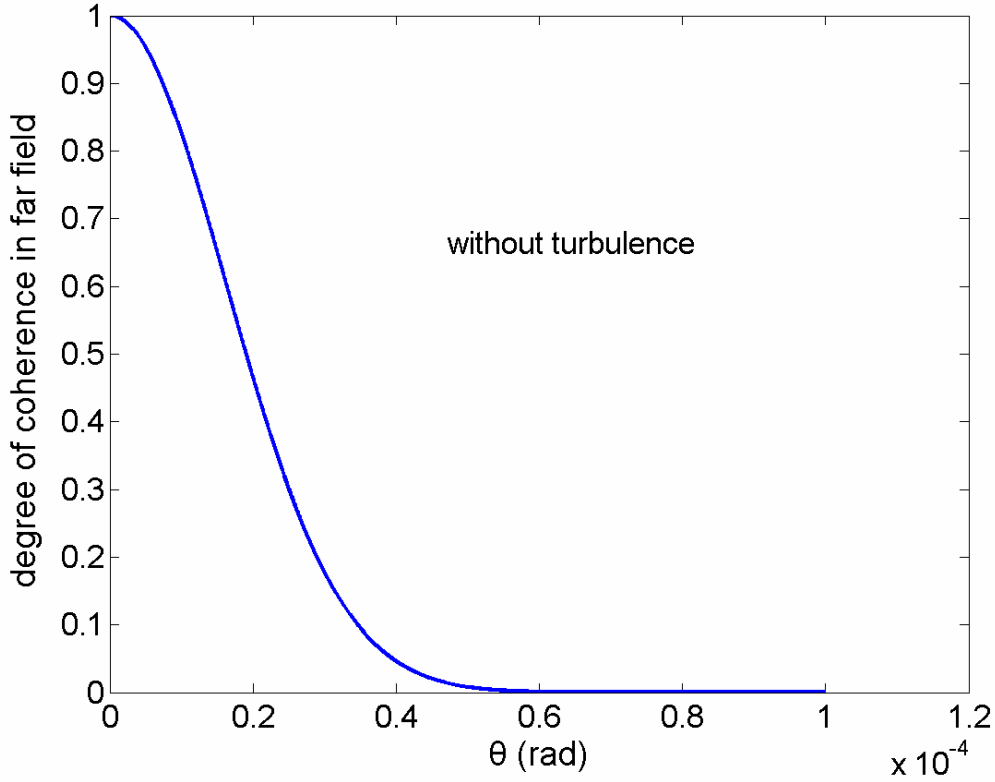


图 3.10 无湍流时的远场谱相干度, 两个位置矢量关于光轴对称分布, 参数如下:

$\sigma_s = 3.28\text{mm}$, $\sigma_\mu = 2.1\text{mm}$, $C_n^2 = 10^{-13}$, $z = 10\text{km}$, $M = (0.545C_n^2 k^2 z)^{6/5}$ 。

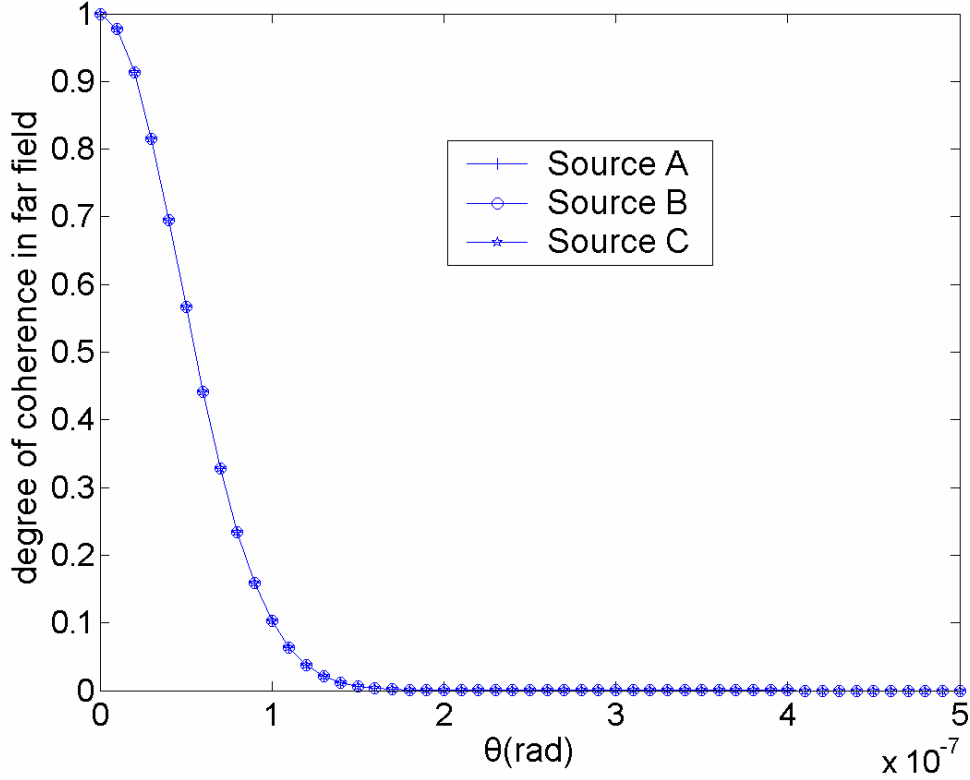


图 3.11 存在湍流时三种具有不同相干性的光源发射光束的远场谱相干度，两个位置矢量关于光轴对称分布，参数如下：A) $\sigma_s = 1.09\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 5\text{mm}$ ；B) $\sigma_s = 1.67\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 2.5\text{mm}$ ；C) $\sigma_s = 3.28\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 2.1\text{mm}$ ，其他参数同图 3.10。

模拟分析的计算结果如图 3.10 和图 3.11 所示。可以看出，当考虑大气湍流作用时，由于大气湍流对光束的扩展，光束远场的相干区域远远小于无湍流即自由空间中传输时的远场相干区域，这一点可以从图 3.11 的坐标量级小于图 3.10 的坐标量级可以看出。从图 3.11 还可以看出，在远场，光束的相干度是由湍流参数决定，而与光源参数无关，即无论选取具有何种相干性的高斯-谢尔模光，其在远场的相干性质可以认为是相同的。此外，我们还分析了两种不同湍流谱模型下远场谱相干度的不同，如图 3.12 所示，结果显示两种谱模型对远场相干度的影响是基本相同的。

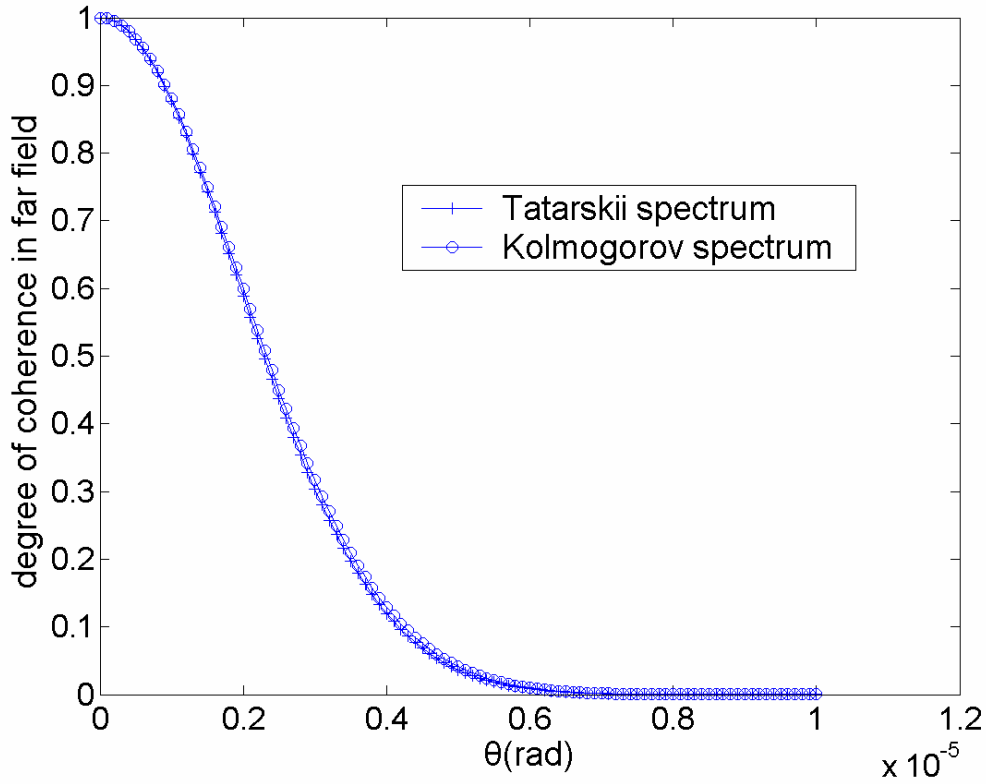


图 3.12 两种湍流谱模型下的远场谱相干度。参数如下： $\sigma_s = 1.67mm$ ， $\sigma_\mu = 2.5mm$ ，湍流模型分别由 Tatarskii 谱和 Kolmogorov 谱描述，其他参数同图 3.10。

另外，我们还使用归一化值来表征辐射强度 $J_{vM}(\mathbf{s})$ 在传输中的行为：

$$\frac{J_{vM}(\theta)}{J_{vM}(0)} = \cos^2 \theta \exp \left\{ -\frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \Delta_M^2} \right\} \quad (3-71)$$

其中 $J_{vM}(0) = A(\sigma_s / \Delta_M)^2$ 为远场 z 轴上的辐射分布，而 $J_{vM}(\theta)$ 为离轴的辐射分布。

图 3.13 给出了不考虑湍流以及存在湍流两种情况下上述归一化值的变化曲线，可以看出，由于湍流导致的光束扩展效应，在湍流中传输的光束远场辐射强度分布要大于自由空间中的光束远场辐射强度分布。

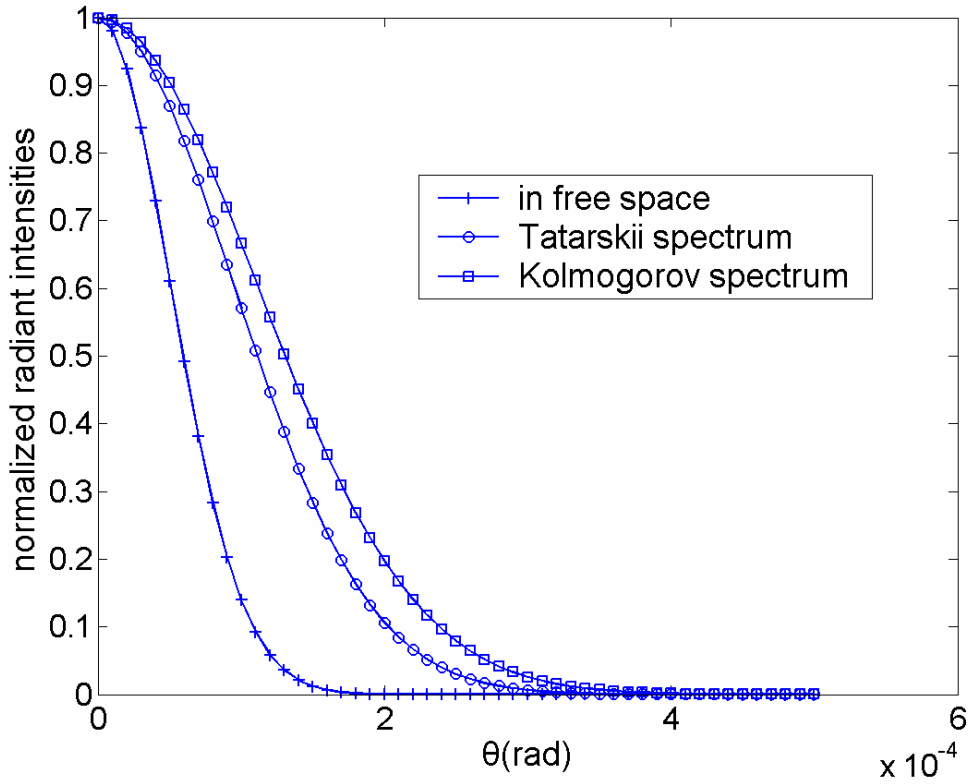


图 3.13 分别在自由空间和两种湍流谱描述的大气湍流中传输的高斯-谢尔模光束的远场归一化辐射强度。参数如下： $\sigma_s = 3.28\text{mm}$ ， $\sigma_\mu = 2.1\text{mm}$ ，其他参数同图 3.10。

对于本节关于使用空间位置矢量表示互谱密度并进而对远场相干度以及辐射强度所展开的研究是在标量理论的框架下进行的，其中对光源参数的选取并未严格按照§3.4节中矢量理论下给出的限制条件进行。当对矢量理论下的部分相干电磁高斯-谢尔模光的远场相干度等进行分析时，就需要考虑光场横截面内两个电场矢量之间的相关程度，文献[89]给出了(3-57)式在矢量电磁理论中的表达式：

$$\begin{aligned}
 & W_{ij}^{(\infty)}(r_1 s_1, r_2 s_2, \nu) \\
 &= k^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \frac{A_i A_j B_{ij}}{(a_{ij}^2 - b_{ij}^2)} \exp[-2k^2(\alpha_{ij} - \beta_{ij} s_1 \cdot s_2)] \quad (3-72) \\
 & \times \frac{\exp[ik(r_2 - r_1)]}{r_1 r_2}, \quad (i, j = x, y)
 \end{aligned}$$

其中

$$a_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{\delta_{ij}^2} \right), \quad b_{ij} = \frac{1}{2\delta_{ij}^2}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{ij}}{4(a_{ij}^2 - b_{ij}^2)}, \quad \beta_{ij} = \frac{b_{ij}}{4(a_{ij}^2 - b_{ij}^2)}$$

该式为部分相干电磁高斯—谢尔模光在自由空间中传输的远场互谱密度表达式，要分析其在大气湍流中传输的远场互谱密度，则需要在其中加入湍流的影响因子，其中的光源参数应满足限制条件，具体的分析思路是一样的。

3.6 本章小结

本章主要是在矢量理论的框架下对由部分相干 GSM 光源产生的矢量 GSM 光波在大气中传输时其光波场的矢量互谱密度随传输距离的演化进行了理论研究，推导了相应的互谱密度矩阵元表达式，它与自由空间中标量互谱密度函数具有同样的表达式形式，并以此为基础给出谱相干度的表达式以及谱相干度的有效宽度。由理论模拟可知，部分相干光束在湍流大气中进行传输时，有两类参数对其传输行为以及相干性质的演变产生影响：一类是部分相干光源参数，另外一类则是湍流谱模型参数，整个传输过程中光束相干性演变的行为可看作是两类参数同时对光束产生影响的结果。同时，为了描述光束的远场相干度和辐射强度分布，我们在标量理论的框架下选择使用空间位置矢量表示方法，推导了高斯—谢尔模光束在大气湍流环境下传输的远场互谱密度，并进而考虑了其远场辐射强度。对于矢量理论框架下部分相干电磁高斯—谢尔模光束在大气湍流下传输的远场相干特性，可采用同样的分析思路，但需要注意，在选取光源参数时候要满足一定的限制条件。

本章研究结果已分别被 Optical Communications. (Vol.271, 1-8, 2007)、Optik (In Press, Available online 3 April 2007) 发表。

第四章 部分相干 GSM 光束部分特性研究

4.1 引言

激光光束质量不仅有重要的理论意义,而且在激光的实际应用中,除了对输出功率、效率和稳定性等有要求外,光束质量也是一个重要的指标,它是衡量激光光束优劣的一项重要指标,光束质量的评估与控制一直是应用激光领域内的基础性研究课题。在激光技术中的发展过程中,曾经对不同应用目的提出了不同的光束评价参数。常用的激光光束质量的评价参数一般有远场发散角、焦斑尺寸、衍射极限倍数 β 因子、Strehl比、环围能量(功率)比BQ值等,这些评价参数在实际应用中各有优点和局限性。Strehl比只反映远场轴上的峰值光强,不能给出能量型应用所关心的光强分布。发散角或焦斑大小可整体地反映光束质量,但不能反映光强的空间分布。桶中功率(或能量)比较适用于能量输送、耦合型的应用,但单一的桶中功率对光强的空间分布的描述有所不足,而且必须明确理想光束的选取。环围能量比则是用于评价能量型应用的强激光光束质量的方法,但由于高能激光器一般采用非稳腔结构,输出光束不是高斯光束,衡量非稳腔激光器产生的激光束的光束质量则存在不确定之处。由此可见,对光束质量的定义一直是混乱的。

上世纪九十年代初, Siegman[93]建议采用 M^2 因子统一地描述激光光束的质量。 M^2 因子概念的提出基本上结束了光束质量测量方面无统一标准的局面,为激光光束质量的评估和控制奠定了坚实的理论基础。 M^2 因子的定义是:

$$M^2 = \frac{\text{实际光束的光腰宽度} \times \text{远场发散角}}{\text{理想高斯光束的光腰宽度} \times \text{远场发散角}} \quad (4-1)$$

定义式中同时考虑了束宽和远场发散角的变化对激光光束质量的影响。光束的束腰宽度和远场发散角的乘积称为空间束宽积,它指的是光束在空间域中的宽度(光腰宽度)和其在空间频率域中的角谱宽度(远场发散角)的乘积,也叫光束参数乘积,一般情况下,激光光束在通过理想无衍射、无像差的一阶光学系统时,光束参数乘积是一个不变的量,这样就避免了只用聚焦光斑尺寸或远场发散角作为光束质量判据带来的不确定性。

由于 M^2 因子的物理意义为实际光束的光束参数乘积与基模高斯光束的光束

参数乘积之比, 其取值范围为 $M^2 \geq 1$, M^2 值越大光束质量越差, 对于基模高斯光束, 有 $M^2 = 1$, 此时为衍射极限, 实际光束的 M^2 因子均大于 1, 表征了实际光束衍射极限的倍数。 M^2 因子同时包含了远场和近场特性, 由其表达式可知, 对激光束质量因子 M^2 的测量, 归结为对光束束腰宽度和光束远场发散角的测量。该因子是由传统光强二阶矩定义的, 由于传统光强二阶矩是建立在傍轴标量场理论基础上的, 因此它一般是适用于傍轴标量光束。相对于其他光束评价参数而言, M^2 因子能较科学合理地反映光束质量的实质, 具有较强的普适性, 并且积分地反映了光强的空间分布, 克服了常用光束质量评价方法的局限, 对激光光束的评价具有重要意义。

与其他光源比较起来, 激光的一个显著特点就是亮度高, 当我们采用亮度来描述光束特性时, 单色激光束的亮度定义为:

$$\text{亮度}_\lambda = \frac{\text{光源发射某一频率间隔内总功率 (或能量)}}{\text{光源发光面积} \times \text{发射立体角} \times \text{发射谱线宽度}} \quad (4-2)$$

激光之所以亮度高, 不在于它发射的功率 (或能量) 比其他光源多, 而在于它发射立体角小, 发射的谱线宽度窄。光源发射面积和发射立体角乘积表征了激光的空间相干性, 而发射谱线宽则表征了它的时间相干性, 因此激光亮度高, 就在于它的本质特性——空间相干性和时间相干性好。

根据光波场相干理论, 光源的相干面积 $\Delta S = \lambda^2 / \Delta\Omega$, 式中 λ 是光波波长, $\Delta\Omega$ 是光源发光的立体角, 也即 $\Delta S \cdot \Delta\Omega = \lambda^2$ 表示空间相干性。 $\Delta S \cdot \Delta\Omega$ 乘积大, 相干性就差, 亮度就低。常规的各种光源, 发光面积可以制造得很小, 但发射立体角却很大, 可以达到 4π 或 2π 立体弧度。而激光发射的立体角一般都可以在低于 10^{-6} 立体弧度的范围内, 因此相比较之下其亮度就高。结合前面介绍的 M^2 因子的定义, 光束束腰直径和远场发散角乘积的平方就是亮度公式分母中光源发光面积和发射立体角的乘积。这个乘积越小, 则激光光束相干性就越好, 亮度就越高, 因此用这个乘积来表示光束质量就能表征激光束的本质特征。由此可见, 光束的 M^2 因子与光源的相干性是有一定关系的。

实际工作中的激光束不可能是完全相干光, 一般为部分相干光。已有研究表明, 部分空间相干的光源也可以产生与完全相干的激光一样的远场光强分布。因此对部分相干光束 M^2 因子的研究也具有的重要意义。自从Siegman对 M^2 因子概念提出较为完整的理论之后, 许多学者就对部分相干光的光束质量展开了研究。Gori等[94]对无光阑限制的部分相干光束的 M^2 因子进行了研究, 而在实际的工作中, 由于光学元件的尺寸有限, 就有必要对截断光束的特性进行研究, 然而, 由于截断光束在空间—频率域中的强度二阶矩为无穷大, 因此, 由Siegman

提出的常规的 M^2 因子定义不再适用。Herreo等[95]又进一步对 M^2 因子的概念进行了推广，使之能广泛地应用于截断光束。

此外，光束在增益或损耗介质中传输时的很多特性不同于它在自由空间中的传输，从而引起了人们的广泛关注[96,97]。当在非一阶光学系统中，光束在具有增益或损耗特性介质中传输， M^2 因子将发生改变[30]。Palma等人的研究表明，虽然完全相干光束在增益或损耗介质中传输时光束的相干性变化微弱，但部分相干光束的变化却较为明显。从前文分析可知， M^2 因子与光束相干性有一定的联系，因此，研究光束在增益或损耗介质中传输的 M^2 因子具有重要的意义。

已对部分相干的高斯-谢尔模光束在介质中传输时 M^2 因子的变化进行的研究结果表明，光束在增益或损耗介质中传输时的 M^2 因子与光束在无增益无损耗介质中传输时的 M^2 因子具有不同的变化特性。 M^2 因子不再只与部分相干光的相干参数有关，且 M^2 因子随着传输距离和表征介质增益（或损耗）的特征参数的增大而增大（或减小）；随着相干长度具体尺寸的减小而增大（或减小）。对于完全相干光束，光束相干长度足够大，光束在介质中传输时 M^2 因子保持不变。此外，[96,97]指出在增益（或损耗）介质中，光束的相干性随着传输距离的增加而减小（或增大），在无增益无损耗介质传输过程中，光束相干性保持不变。光束的相干性与光束的 M^2 因子有紧密的联系，光束相干性越差， M^2 因子越大，反之亦然。

近来，Ponomarenko[98]等和吕百达等[99]都先后研究部分相干的高斯-谢尔模光束的光束质量进行了分析。文献[99]给出了光束宽度方均值、桶围功率、b参数以及Strehl比等表征在大气湍流中传输的部分相干高斯-谢尔模光束质量的评价参数，结果表明大气湍流导致光束质量的下降，但是光束的部分相干性使得光束比完全相干的激光具有更强的抗湍流能力。Ponomarenko和Wolf[98]引入一个基于相关的部分相干光束质量的评价因子 Q ，光源的辐射强度和相干性质都可以

通过该因子得到体现，相比传统的 M^2 因子， Q 因子可以充分体现光源本身的部分相干性。基于此，我们也对部分相干光的光束特性做了一些理论上的探索工作。

4.2 基于统计理论的部分相干光 Q 因子

在大气湍流中传输的部分相干光具有比相干光更好的抗湍流能力，这一现象使得大气中的部分相干光传输成为大气光通信及激光雷达等应用研究中的热点，超发光二极管等部分相干光源的研究进展[100]又更加激发了人们的研究兴趣。对于部分相干光源，人们希望能够得到的光束在光源平面处具有相对较小的有效横截面积并且同时具有较小的有效发散角度。然而，由[16]可知，部分相干光源

所发出的光束除了具有较好的抗湍流能力外还有个显著的缺点,即具有较大的自由空间发散度。如果按照人们所希望的那样,即光束在光源处具有较小的有效横截面积,则其相干性也较差使得其抗湍流能力较强,但同时它的自由空间发散度也会变得相对较大,这与人们期望的具有较小发散角度是相违背的。由此可以看出,对于部分相干光源发射的光束,人们所期望的两项指标很难协调的,因此如何能有效地评价部分相干光源所发出的光束就成为人们所要考虑的问题,这就需要给出一个能对光束相位-空间特性进行量度的合适参数[98]。

根据传统的 M^2 因子定义,前人的研究[98,101,102]广泛采用部分相干光源辐射强度空间分布和角度分布的二阶矩来表征部分相干光的光束质量,由此计算得到的光束横截面被用于评价部分相干光束的光束质量。但是, Ponomarenko等认为这样得到的光束横截面是和光源自身的相干性质无关的,而在评价部分相干光束质量时,评价因子不仅要能反映出光束在远场的发散情况,而且还要能体现光源本身的部分相干性。显然,上述光束横截面仅可以反映光束在远场的发散情况,而与光源的相干性无关,因此它在评价部分相干光束质量时并不能有效地反映光源自身相干性的信息[98,103]。为了能有效地表征具有任意相干性的光束的相位-空间性质, Ponomarenko和Wolf提出基于相关的评价因子——相位空间积 Q ,光源的辐射强度和相干性质都可以通过该因子得到体现 [98]。这里所谓“相关”,分别是指部分相干光源的空间相关和由该光源所产生光束的角度相关。在 Ponomarenko的分析中,他们假定光源及其辐射场都是完全相干的,经过分析得到相位-空间积在完全相干的特殊情形下的简单表达式。然而,他们的分析是在完全相干的极限条件下得到的,并没有针对光源为部分相干光的情形展开,我们认为其理论分析应该建立在部分相干光源这样具有普遍意义前提下进行,因此相位-空间积的表达式应该得到进一步推广,使得其能应用于光源具有任意相干态的情况。在本节中,我们选取GSM光源作为部分相干光源,并根据部分相干光的相干模表示法来表示部分相干光源的互谱密度,从而对部分相干光源发射光束的相位-空间因子 Q 进行理论的探索。

4.2.1 互谱密度的归一化宽度

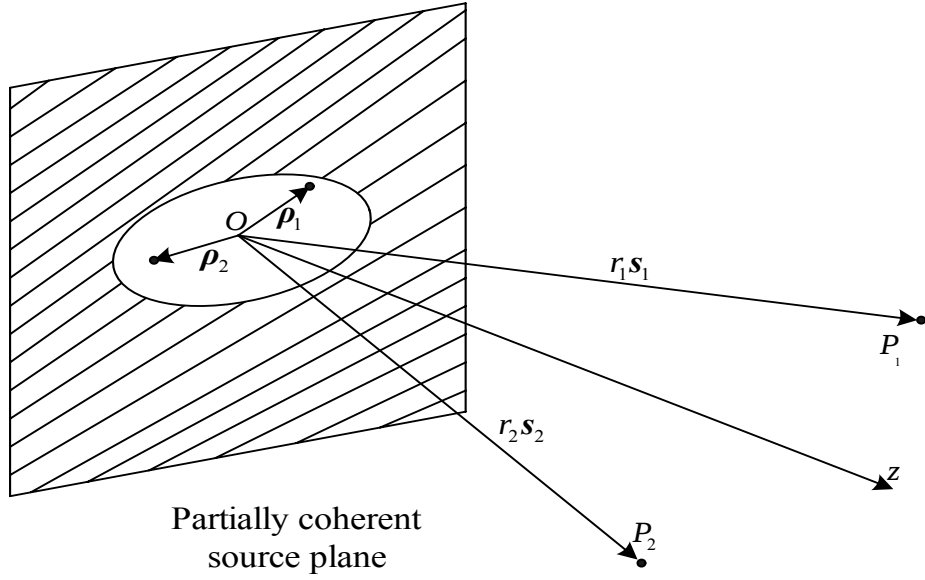


图4.1. 部分相干的GSM光源在远场的辐射光场。光源为平坦地、统计平稳的二次光源。点 O 为光源平面的原点， P_1 和 P_2 为单位矢量 $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 指向在远场平面 z 上的两个对应点， $\overline{OP_1} = r_1 \mathbf{s}_1$ ， $\overline{OP_2} = r_2 \mathbf{s}_2$ 。

如图4.1所示，对于一个统计稳态的、平坦的、二次部分相干光源[1,98]，Ponomarenko 和Wolf定义了相位-空间积 Q ，用来评价具有任意相干性质的光束质量，其定义是基于光束角度相关与光源相干性在空间上的相互关联[98]：

$$Q = \left(\frac{\pi}{\lambda} \right) \delta_w \delta_A \quad (4-3)$$

其中 λ 为波长， δ_w 表示频率为 ν 的光在光源平面上两个矢量对 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 之间互谱密度 $W_Q(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \nu)$ 的归一化宽度，而 δ_A 则表示在由单位矢量 $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 指向的远场上两点 P_1 和 P_2 之间角度相关函数 $A(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \nu)$ 的归一化宽度，下标 Q 表示光源平面，则 δ_w 和 δ_A 分别定义为：

$$\delta_w^2 = \frac{\int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 (\rho_1 - \rho_2)^2 |W_Q(\rho_1, \rho_2, v)|^2}{\int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 |W_Q(\rho_1, \rho_2, v)|^2} \quad (4-4)$$

$$\delta_A^2 = \frac{\int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} (s_{1\perp} - s_{2\perp})^2 |A(s_1, s_2, v)|^2}{\int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} |A(s_1, s_2, v)|^2} \quad (4-5)$$

其中 $s_{1\perp}$ 和 $s_{2\perp}$ 分别是单位矢量 s_1 和 s_2 在光源平面上的投影。辐射场的角度相关函数 $A(s_1, s_2, v)$ 与光源的互谱密度 $W_Q(\rho_1, \rho_2, v)$ 之间存在如下关系：

$$A(s_1, s_2, v) = k^4 \tilde{W}_Q(-ks_{1\perp}, ks_{2\perp}, v) \quad (4-6)$$

其中 k 为波数， $\tilde{W}_Q(-ks_{1\perp}, ks_{2\perp}, v)$ 为互谱密度 $W_Q(\rho_1, \rho_2, v)$ 的四维傅里叶变换，表示为：

$$\tilde{W}_Q(-ks_{1\perp}, ks_{2\perp}, v) = \iint \frac{d^2 \rho d^2 \rho'}{(2\pi)^2} W_Q(\rho_1, \rho_2, v) \exp[-i(-ks_{1\perp} \rho_1 + ks_{2\perp} \rho_2)] \quad (4-7)$$

从(4-3~4-5)式可以看出， δ_w 和 δ_A 都可以由互谱密度 $W_Q(\rho_1, \rho_2, v)$ 推导出。因此，我们将互谱密度 $W_Q(\rho_1, \rho_2, v)$ 作为分析推导部分相干光束空间-相位积的起点。

Ponomarenko和Wolf讨论了光源和辐射场为完全相干的特殊情形，光源上两个矢量点之间的互谱密度 $W_Q^{coh}(\rho_1, \rho_2, v)$ 可分解因式为：

$$W_Q^{coh}(\rho_1, \rho_2, v) = V^*(\rho_1, v) V(\rho_2, v) \quad (4-8)$$

其中，标注 coh 表示完全相干，后面的标注 $pcoh$ 表示部分相干。由于 $W_Q^{coh}(\rho_1, \rho_2, v)$ 在完全相干的特殊情形下是参量可分离的，因此使用光强的一阶矩和二阶矩即可对(4-4)和(4-5)式进行简单计算得到：

$$(\delta_w^2)_{coh} = 2\sigma_I^2, \quad (\delta_A^2)_{coh} = 2\sigma_J^2 \quad (4-9)$$

其中 σ_I^2 和 σ_J^2 分别为完全相干光条件下强度的方差和辐射强度的方差，则相位-空间积可以简洁地表达为：

$$Q_{coh} = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_I \sigma_J \quad (4-10)$$

然而，当光源和辐射场均为部分相干的情形时，这里我们选用GSM光源为例，则光源上两个矢量点之间的互谱密度 $W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 表示为：

$$W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = V^*(\mathbf{p}_1, \nu) V(\mathbf{p}_2, \nu) g(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2, \nu) \quad (4-11)$$

其中光源的相干度 $g(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2, \nu)$ 定义为：

$$g(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2, \nu) = \exp \left[-\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2\sigma_g^2} \right] \quad (4-12)$$

式中 $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ 的高斯形式使得 $W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 不能像(4-8)式那样进行因式分离。我们可以采用相干模叠加的观点来进行处理。Wolf曾证明部分相干光可看作是诸多相干模基元的线性叠加[1]，则部分相干光的互谱密度可表示为各个相干模基元互谱密度的线性组合，而各相干模基元自身的互谱密度是参量可分的，因此我们可以使用该理论对部分相干光的相位-空间积展开分析。

对于频率为 ν 的部分相干光，光源平面的互谱密度 $W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ 可表示为空间上完全相干的相干模 $\phi_n(\mathbf{p}, \nu)$ 的Mercer型级数[1]：

$$W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = \sum_n \beta_n \phi_n^*(\mathbf{p}_1, \nu) \phi_n(\mathbf{p}_2, \nu) \quad (4-13)$$

其中，完全相干模 $\phi_n(\mathbf{p}, \nu)$ 为齐次Fredholm积分方程

$$\int W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) \phi_n(\mathbf{p}_1, \nu) d^3 \rho_1 = \beta_n \phi_n(\mathbf{p}_2, \nu) \quad (4-14)$$

的本征函数，而 β_n 为该积分方程的本征值。定义第 n 个完全相干模 ϕ_n 的互谱密度为 $W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu)$ ，即：

$$W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = \phi_n^*(\mathbf{p}_1, \nu) \phi_n(\mathbf{p}_2, \nu) \quad (4-15)$$

则部分相干光源的互谱密度就可表示为：

$$W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) = \sum_n \beta_n W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \nu) \quad (4-16)$$

式(4-16)是用于分析由部分相干光源产生的部分相干光相位-空间积的基本方程。为了方便，在后面的分析中略去时间-频率变量 ν 。

由于光源平面内的互谱密度 $W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ 是一系列计算的起点, 因此有

$$|W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)|^2 = \sum_n \beta_n^2 \cdot I_n(\mathbf{p}_1) I_n(\mathbf{p}_2) + \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) W_m^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \quad (4-17)$$

其中

$$\begin{aligned} I_n(\mathbf{p}_1) &= \phi_n(\mathbf{p}_1) \phi_n^*(\mathbf{p}_1) \\ I_n(\mathbf{p}_2) &= \phi_n^*(\mathbf{p}_2) \phi_n(\mathbf{p}_2) \end{aligned} \quad (4-18)$$

式(4-17)右侧的第一项表示 n 个全相干模基元各自在光源平面上两个位置矢量 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 顶点上光强乘积的线性组合, 第二项表示 n 个不同的全相干模基元之间互谱密度乘积的线性组合。

将式(4-17)代入式(4-4), 利用本征函数 ϕ_n 的正交归一性, 经过计算得部分相干光在光源平面上互谱密度 $W_Q^{pcoh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ 归一化宽度 δ_w 的平方:

$$\begin{aligned} (\delta_w^2)_{pcoh} &= \frac{\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n2}^2 \rangle - 2 \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1} \rangle \langle \rho_{n1} \rangle}{\sum_n \beta_n^2} \\ &\quad - 2 \frac{\sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \cdot W_m^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{\sum_n \beta_n^2} \end{aligned} \quad (4-19)$$

其中

$$\langle \rho_{n\alpha} \rangle = \frac{\int d^2 \rho \rho_{n\alpha} I(\mathbf{p}_n)}{\int d^2 \rho I(\mathbf{p}_n)}, \quad \langle \rho_{n\alpha}^2 \rangle = \frac{\int d^2 \rho \rho_{n\alpha}^2 I(\mathbf{p}_n)}{\int d^2 \rho I(\mathbf{p}_n)} \quad (4-20)$$

分别是第 n 个全相干模基元光强的一阶矩和二阶矩, 下标 α 取值为 1 和 2。由于基元模的全相干性, (4-19) 式右侧的第一项可简化, 则 (4-19) 式约化为:

$$\begin{aligned} (\delta_w^2)_{pcoh} &= \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{\rho_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \cdot W_m^{coh}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{\sum_n \beta_n^2} \end{aligned} \quad (4-21)$$

其中

$$\sigma_{\rho_n}^2 = \langle \rho_n^2 \rangle - \langle \rho_n \rangle^2 \quad (4-22)$$

为第 n 个全相干模基元光强的方差。(4-21)式右侧的第一项表示 n 个全相干模基元个体的线性组合对部分相干光源互谱密度归一化宽度的贡献，第二项表示 n 个不同全相干模基元的互谱密度之间相互作用对部分相干光源互谱密度归一化宽度的贡献。

4.2.2 角度相关函数的归一化宽度

对于部分相干光光场角度相关函数的归一化宽度，我们从角度相关函数 $A^{pcoh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 的计算开始。根据(4-6)、(4-7)和(4-16)式， $A^{pcoh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 可表示为：

$$A^{pcoh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \sum_n \beta_n \cdot A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \quad (4-23)$$

其中 $A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 表示第 n 个全相干模基元 ϕ_n 的发射光场角度相关函数，它可以根据用光场角谱表示的幅度 $a(\mathbf{s})$ 因式分解为：

$$A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = a_n^*(\mathbf{s}_1) a_n(\mathbf{s}_2) \quad (4-24)$$

其中

$$a_n^*(\mathbf{s}_1) = k^2 \cdot Ft\{\phi_n^*(\boldsymbol{\rho}_1)\}, \quad a_n(\mathbf{s}_2) = k^2 \cdot Ft\{\phi_n(\boldsymbol{\rho}_2)\} \quad (4-25)$$

这里 $Ft\{\phi_n(\boldsymbol{\rho})\}$ 表示本征函数 $\phi_n(\boldsymbol{\rho})$ 的傅立叶变换， $\phi_n(\boldsymbol{\rho})$ 满足下面的正交归一性：

$$\int_{\sigma} \phi_n^*(\boldsymbol{\rho}, \nu) \phi_m(\boldsymbol{\rho}, \nu) d^3 \rho = \delta_{nm} \quad (4-26)$$

通过理论推导，我们证明了幅度 $a(\mathbf{s}, \nu)$ 也具有类似的正交归一性：

$$\int a_n^*(\mathbf{s}) a_m(\mathbf{s}) d\mathbf{s}_1 = k^4 \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \delta_{nm} = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ \frac{k^4}{(2\pi)^2}, & n = m \end{cases} \quad (4-27)$$

根据式(4-23)，可以得到：

$$\begin{aligned} |A^{pcoh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)|^2 &= \sum_n \beta_n^2 \cdot A_n^{coh}(\mathbf{s}_1) A_n^{coh}(\mathbf{s}_2) \\ &\quad + \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) \end{aligned} \quad (4-28)$$

其中

$$A_n^{coh}(\mathbf{s}_1) = a_n^*(\mathbf{s}_1)a_n(\mathbf{s}_1), \quad A_n^{coh}(\mathbf{s}_2) = a_n^*(\mathbf{s}_2)a_n(\mathbf{s}_2) \quad (4-29)$$

式(4-29)右侧的第一项表示n个全相干模基元各自关于单位矢量对 $\mathbf{s}_1$ 和 $\mathbf{s}_2$ 的角度相关函数的线性组合，第二项表示n个不同全相干模基元的角度相关函数之间相互作用的贡献。

将式(4-23)代入式(4-5)并利用 a_n 的正交归一性质，可以得到部分相干光角度相关函数 $A^{pcoh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 归一化宽度的平方：

$$(\delta_A^2)_{pcoh} = \frac{\sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n2}^2 \rangle - 2 \sum_n \beta_n^2 \cdot \langle s_{n1} \rangle \langle s_{n2} \rangle}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)}{\frac{k^8}{(2\pi)^4} \sum_n \beta_n^2} \quad (4-30)$$

其中

$$\langle s_{n\alpha} \rangle = \frac{\int d^2 s_{\alpha\perp} s_{\alpha\perp} J_n^{coh}(\mathbf{s}_\alpha)}{\int d^2 s_{\alpha\perp} J_n^{coh}(\mathbf{s}_\alpha)}, \quad \langle s_{n\alpha}^2 \rangle = \frac{\int d^2 s_{\alpha\perp} s_{\alpha\perp}^2 J_n^{coh}(\mathbf{s}_\alpha)}{\int d^2 s_{\alpha\perp} J_n^{coh}(\mathbf{s}_\alpha)}, \quad J_n^{coh}(\mathbf{s}) = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 A_n^{coh}(\mathbf{s}, \mathbf{s}) \cos^2 \theta$$

$\langle s_{n\alpha} \rangle$ 和 $\langle s_{n\alpha}^2 \rangle$ 分别为第n个全相干模基元辐射强度 $J_n^{coh}(\mathbf{s})$ 的一阶矩和二阶矩，下标 α 取值为1和2。由于基元模的全相干性，可对(4-30)式右侧的第一项进行简化，进而(4-30)式可表示为：

$$(\delta_A^2)_{pcoh} = \frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{s_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)}{\frac{k^8}{(2\pi)^4} \sum_n \beta_n^2} \quad (4-31)$$

其中

$$\sigma_{s_n}^2 = \langle s_n^2 \rangle - \langle s_n \rangle^2 \quad (4-32)$$

为第n个全相干模基元辐射强度 $J_n^{coh}(\mathbf{s})$ 的方差。(4-31)式右侧的第一项表示n个全相干模基元的线性组合对部分相干光源角度相关函数归一化宽度的直接贡献，第

二项表示n个不同全相干模基元的辐射强度 $J_n^{coh}(\mathbf{s})$ 之间相互作用的和对部分相干光角度相关函数归一化宽度的贡献。

4.2.3 部分相干光束的相位-空间积

根据式(4-3)、(4-21)和(4-31)，部分相干光的相位-空间积可表示为：

$$\begin{aligned}
 Q_{pcoh} &= \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \delta_W \delta_A \\
 &= \left(\frac{\pi}{\lambda}\right) \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{\rho_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \int d^2 \rho_2 \rho_1 \rho_2 W_n^{coh}(\rho_1, \rho_2) \cdot W_m^{coh}(\rho_1, \rho_2)}{\sum_n \beta_n^2}} \quad (4-33) \\
 &\quad \cdot \sqrt{\frac{2 \sum_n \beta_n^2 \sigma_{s_n}^2}{\sum_n \beta_n^2} - \frac{2 \sum_n \sum_{m \neq n} \beta_n^* \beta_m \cdot \int d^2 s_{1\perp} \int d^2 s_{2\perp} s_{1\perp} s_{2\perp} A_n^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) A_m^{coh}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)}{\frac{k^8}{(2\pi)^4} \sum_n \beta_n^2}}
 \end{aligned}$$

前面的(4-19)式也可写为：

$$\begin{aligned}
 (\delta_W^2)_{pcoh} &= \frac{\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n1}^2 \rangle + \sum_n \beta_n^2 \langle \rho_{n2}^2 \rangle}{\sum_n \beta_n^2} \\
 &\quad - 2 \frac{\sum_n \sum_m \beta_n^* \beta_m \int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\rho_1) \phi_m^*(\rho_1) \int d^2 \rho_2 \rho_2 \phi_n^*(\rho_2) \phi_m(\rho_2)}{\sum_n \beta_n^2} \quad (4-34)
 \end{aligned}$$

对于量 $\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\rho_1) \phi_m^*(\rho_1)$ ，根据Schwarz不等式可得：

$$\begin{aligned}
 \int d^2 \rho_1 \sqrt{\rho_1} \phi_n(\rho_1) \cdot \sqrt{\rho_1} \phi_m^*(\rho_1) &\leq \sqrt{\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_n(\rho_1) \phi_n^*(\rho_1)} \cdot \sqrt{\int d^2 \rho_1 \rho_1 \phi_m(\rho_1) \phi_m^*(\rho_1)} \\
 &= \sqrt{\langle \rho_{n1} \rangle} \cdot \sqrt{\langle \rho_{m1} \rangle} \quad (4-35)
 \end{aligned}$$

和

$$\int d^2 \rho_2 \rho_2 \phi_n^*(\rho_2) \phi_m(\rho_2) \leq \sqrt{\langle \rho_{n2} \rangle} \cdot \sqrt{\langle \rho_{m2} \rangle} \quad (4-36)$$

因此式(4-33)可表示为下面的不等式：

$$(\delta_W^2)_{pcoh} \geq \frac{\sum_n \beta_n^2 [\langle \rho_{n1}^2 \rangle + \langle \rho_{n2}^2 \rangle] - 2[\sum_n \beta_n \sqrt{\langle \rho_{n1} \rangle \langle \rho_{n2} \rangle}]^2}{\sum_n \beta_n^2} \quad (4-37)$$

考虑到每个基元模的全相干性，则得到[98]：

$$(\delta_W^2)_{pcoh} \geq \frac{2\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_n^2 \rangle - 2[\sum_n \beta_n \langle \rho_n \rangle]^2}{\sum_n \beta_n^2} \quad (4-38)$$

同样地，对于光束的角度相关函数也存在类似的不等式：

$$(\delta_A^2)_{pcoh} \geq \frac{2\sum_n \beta_n^2 \langle s_n^2 \rangle - 2[\sum_n \beta_n \langle s_n \rangle]^2}{\sum_n \beta_n^2} \quad (4-39)$$

因此，式(4-33)可简化为：

$$Q_{pcoh} \geq \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{2\sum_n \beta_n^2 \langle \rho_n^2 \rangle - 2[\sum_n \beta_n \langle \rho_n \rangle]^2}{\sum_n \beta_n^2}} \cdot \sqrt{\frac{2\sum_n \beta_n^2 \langle s_n^2 \rangle - 2[\sum_n \beta_n \langle s_n \rangle]^2}{\sum_n \beta_n^2}} \quad (4-40)$$

在上面的分析中，实数参量 β_n 和 β_m 的分布分别表示不同的全相干模基元对于合成的部分相干场的贡献。已经得到证明[1]，基元模的数量越少，合成光场的相干性也好，相干度也越高。因此，当下标 m 和 n 等于0时， β_n 和 β_m 取值为1，这时表示完全的相干光[20]。随着参与合成的全相干模基元数目的增加，合成光源的相干度逐渐降低，当有大量的全相干基元数目（如数目接近无穷）时，则合成光场表示完全非相干光。从式(4-36)可以看出 Q_{pcoh} 的变化趋势，然而当考虑大量的

的基元模时，由于本征函数 ϕ_n 中Hermite函数的复杂性，很难进行精确地计算。

但是，当 m 和 n 等于0时，则 Q_{pcoh} 约化为：

$$Q_{coh} = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_I \sigma_J \quad (4-41)$$

该式正是文献[98]中的方程(16)，这意味着对于完全相干光源产生的光束， Q 因子存在一个最小值，当对于部分相干的高斯—谢尔模光束， Q 因子的值就会增

大，这一点与传统意义上用来描述激光质量的 M^2 因子有着相同的物理意义，这一结果也可看作是Ponomarenko和Wolf[98]的结论在部分相干情形下的推广。

上面的分析表明，定性的计算结果显示对于具有任意相干态的光源，评价它所发射出的光束的相位-空间积 Q 因子存在一个最小值，即光源相干态为完全相干时的 Q 因子。在本节中的理论探索中，我们仅给出具有任意相干态的光源发射光束的相位—空间积—— Q 因子取值规律的定性描述，由于计算中涉及本征函数 ϕ_n 中Hermite函数的复杂性，目前尚不能有效地给出其定量的描述。

4.3 GSM 光束的湍流距离和角度扩展特性的变化分析

4.3.1 湍流距离和自由空间角度扩展参数

在部分相干高斯—谢尔模光束的抗湍流特性研究中，Gbur和Wolf[16]给出了部分相干光在湍流大气中光束束宽扩展的表达式，同时分别引入了两个参数——湍流距离和自由空间角度扩展参数来表征部分相干光束在湍流大气中的传输行为特性，下面我们简要介绍下其推导过程。

考虑一个准单色场，基于广义的Huygens-Fresnel原理，在湍流空间中某一确定平面内的光场 $U(\boldsymbol{\rho}, z)$ 可写为：

$$U(\boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{ik \exp(ikz)}{2\pi z} \iint U_0(\boldsymbol{\rho}_0) \exp[ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2z}] \exp[\psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z)] d^2 \rho_0 \quad (4-42)$$

式中 $U_0(\boldsymbol{\rho}_0)$ 表示光源平面内的入射光场， $\psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z)$ 表示依赖于大气湍流的相位函数。对于统计平稳的光源和在统计上均匀并各向异性的湍流介质，且二者的统计特性是相互独立的，则光束内某点的谱密度（即光强）可表示为：

$$\begin{aligned} I(\boldsymbol{\rho}, z) &= \langle U^*(\boldsymbol{\rho}, z) U(\boldsymbol{\rho}, z) \rangle \\ &= \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint d^2 \rho_0 \iint d^2 \rho_0' \langle U_0^*(\boldsymbol{\rho}_0) U(\boldsymbol{\rho}_0') \rangle \\ &\quad \times \exp\left[-ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2 - (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0')^2}{2z}\right] \\ &\quad \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z) + \psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0', z)] \rangle \end{aligned} \quad (4-43)$$

积分中的尖括号分别表示对光源和湍流做系综平均。根据光束光束的归一化方均宽度的定义

$$\overline{\rho^2(z)} = \frac{\int \rho^2 I(\rho, z) d^2 \rho}{\int I(\rho, z) d^2 \rho} \quad (4-44)$$

可给出部分相干光在湍流大气中的束宽表达式：

$$\overline{\rho^2(z)} = \sigma_I^2 + \sigma_J^2 \cdot z^2 + F_2 \cdot z^3 \quad (4-45)$$

可以看出，湍流中的光束扩展可由三项组成：第一项 σ_I^2 为光源平面上强度的归一化方均根宽度，它表征了光源的有效物理尺寸[1]，第二项中的 σ_J^2 表示光源在每一固体角内辐射的功率 J 的归一化方均根宽度，它是光束在自由空间内角度扩展的量度。这两个参数共同表征了部分相干光束在不存在湍流大气的自由空间中的衍射扩展特性，而第三项中的 F_2 则代表了湍流的影响。光束在湍流大气中的束宽扩展总体上是由自由空间的衍射扩展和湍流导致的扩展两部分贡献构成。Gbur等[16]引入了参量——湍流距离 z_T ，定义为湍流导致的光束扩展占总的光束扩展的 10% 贡献时的传输距离，即：

$$\frac{\overline{\rho^2(z_T)_{turb}} - \overline{\rho^2(z_T)_{free}}}{\overline{\rho^2(z_T)_{turb}}} = \frac{1}{10} \quad (4-46)$$

其中 $\overline{\rho^2(z_T)_{turb}}$ 为存在大气湍流时的光束展宽，由(4-45)式给出，而 $\overline{\rho^2(z_T)_{free}}$ 则为没有大气湍流存在时的光束展宽，由(4-45)式的前两项给出。湍流距离 z_T 表征了部分相干光的抗湍流能力， z_T 值越大，说明部分相干光束在湍流中达到一定程度的光束展宽所需传输的距离就越长，这可以提高在大气光通信等无线信道中传输的有效工作距离中得到应用。湍流距离 z_T 和光源的自由空间角度扩展 σ_J^2 可用于描述部分相干光束的传输行为。

4.3.2 GSM 光束的 M 因子

为了确定部分相干光的湍流距离，Gbur 在解方程(4-46)的过程中作了近似处理，主要考虑了两种特殊情况的近似：一种是湍流比较弱，以至于光束的展宽取

决于其自由空间的衍射发散特性；另一种情形则是湍流作用较强，光束的展宽主要取决于湍流的影响。在这两种情形下，分别得到湍流距离 z_T 约为 $\frac{1}{9} \frac{\sigma_J^2}{F_2}$ 和

$\sqrt[3]{\frac{1}{9} \frac{\sigma_J^2}{F_2}}$ 。对于这种近似情形下的结果，我们认为它不能完全地描述真实情况。为

此，我们利用立方方程的数学知识和 Cardano 公式对(4-46)式进行求解，得到湍流距离为：

$$z_T = \sqrt[3]{-\left(\frac{b^3}{27a^3} + \frac{d}{2a}\right) + \sqrt{\frac{b^3d}{27a^4} + \frac{d^2}{4a^2}}} + \sqrt[3]{-\left(\frac{b^3}{27a^3} + \frac{d}{2a}\right) - \sqrt{\frac{b^3d}{27a^4} + \frac{d^2}{4a^2}}} - \frac{b}{3a} \quad (4-47)$$

其中

$$a = 9F_2, \quad b = -\sigma_J^2, \quad d = -\sigma_I^2$$

对于 GSM 光束，且大气湍流模型采用 Tatarskii 谱描述，有

$$\sigma_I^2 = \frac{\omega_0^2}{2}, \quad \sigma_J^2 = \frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right), \quad F_2 = 1.095 C_n^2 l_0^{-1/3} \quad (4-48)$$

其中 ω_0 为最小光斑尺寸， σ_μ 为光源的相干长度，表征光源的有效谱相干宽度。

在下面的分析中，我们采用更直观的参数 θ_s 来表示光束的自由空间角度扩展 σ_J 。

从式(4-47)和 (4-48)可以看出，随着光源相干长度 σ_μ 的减小即光源相干性的降低， θ_s 和 z_T 都会增加。在光源相干性降低的同时，虽然湍流距离 z_T 增加了，但 θ_s 也同时增加。在实际的应用中，人们期望得到的光束是既要具有强的抗湍流能力（较长的 z_T ），同时又要具有较小的角度发散（较小的 θ_s ），由于二者随着光源相干性具有同向的变化趋势，因此如何对它们进行权衡取舍就成为实际应用中所需要考虑的问题，这就要求我们去分析这两个参数的变换趋势。

这里我们定义一个新的参数 M 来描述部分相干光在湍流中的传输行为与完全相干的激光的传输行为的相似度：

$$M = \frac{\theta_s/z_T}{\theta_{SC}/z_{TC}} \quad (4-49)$$

式中 θ_s/z_T 表示部分相干光的角度扩展 θ_s 与湍流距离 z_T 的比值， θ_{sc}/z_{TC} 表示完全相干激光的角度扩展 θ_{sc} 与湍流距离 z_{TC} 的比值。参数 M 还可写为：

$$M = \frac{\theta_s}{\theta_{sc}} \cdot \frac{z_{TC}}{z_T} = \frac{\theta_s/\theta_{sc}}{z_T/z_{TC}} = \frac{M_1}{M_2} \quad (4-50)$$

其中 $M_1 = \theta_s/\theta_{sc}$ 表示部分相干光的自由空间角度扩展与相干激光角度扩展的比值，而 $M_2 = z_T/z_{TC}$ 表示部分相干光的湍流距离与相干激光的湍流距离的比值。

我们可以对参数 M 、 M_1 和 M_2 的变化趋势进行分析，光源参数和湍流参数分别取值如下： $\lambda = 628nm$ ， $\omega_0 = 0.01m$ ，折射率结构常数 $C_n^2 = 10^{-14}m^{-2/3}$ ，内尺度 $l_0 = 0.01m$ ， σ_μ 的取值范围从 0.001m 到 0.05m。计算结果如图 4.2~4.4 所示。

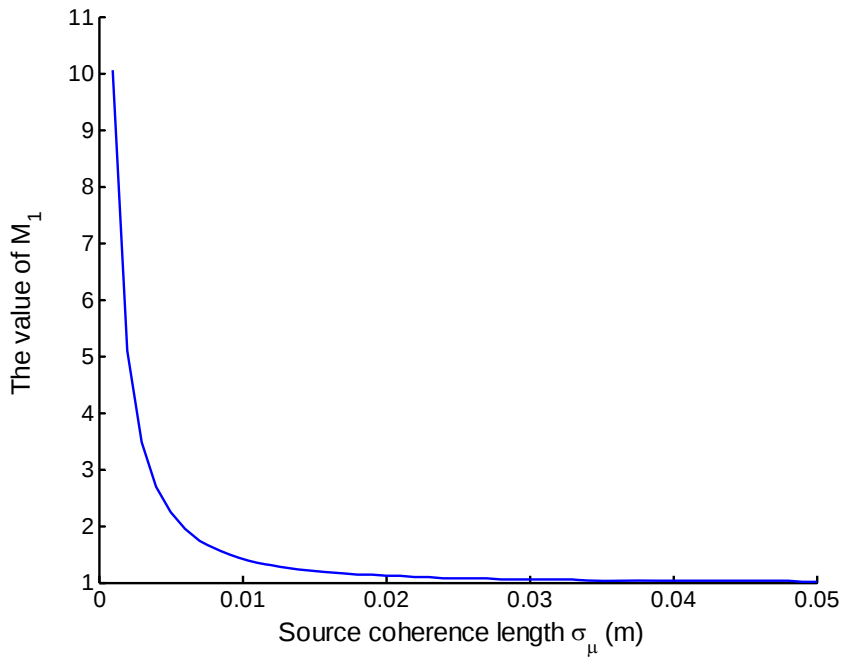


图 4.2 参量 M_1 随光源相干长度 σ_μ 的变化趋势。

对于光源而言，存在着两个极限的情形：一种是光源相干长度 σ_μ 接近无穷，

这表示完全相干的光源，而一种是 σ_μ 接近于零，这表示完全非相干的光源。从图 4.2 中可以看出，当 σ_μ 值很小时， M_1 的值是远大于 1 的，也即是说，部分相干光的自由空间角度扩展 θ_s 远大于相干光的角度扩展 θ_{sc} 。随着 σ_μ 值逐渐增大， M_1 的值迅速减小，但是当 σ_μ 的值约超过 0.015m 时， M_1 值减小的趋势放缓且曲线趋于水平，此时就光束的角度扩展行为而言，可看作部分相干光的表现趋同于完全相干光，即 $\theta_s \approx \theta_{sc}$ ， $M_1 \approx 1$ 。

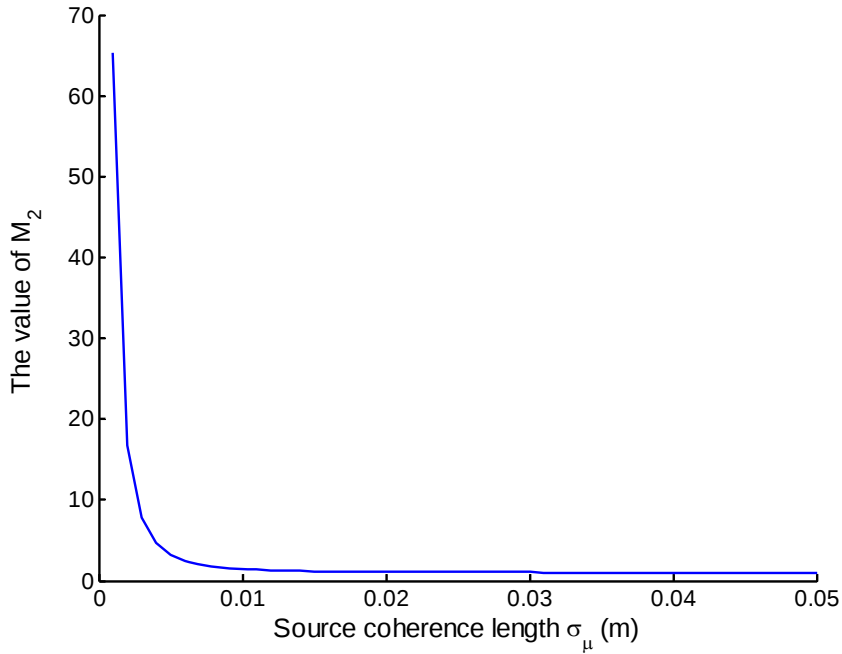


图 4.3 参量 M_2 随光源相干长度 σ_μ 的变化趋势。

如图 4.3 所示，参量 M_2 随光源相干长度 σ_μ 的变化趋势与 M_1 的变化趋势是类似的。前人的研究已经证明了部分相干光相比完全相干光具有更长的湍流距离 z_T ，因此在 σ_μ 值很小时，光源相干性是很差的，此时参量 M_2 的值也是远大于 1。当 σ_μ 值逐渐增大时，光源的相干性逐渐提高，湍流距离 z_T 的值减小，因此 M_2 的

值也迅速减小，同样地，当 σ_μ 的值约超过 0.015m 时， M_2 值减小的趋势放缓且曲线趋于水平。这种现象的出现是由于相干性强的部分相干光在湍流中比相干性弱的部分相干光表现的更不稳定[15]，因此也具有较短的湍流距离 z_T 。当光源达到完全相干的极限情形时， M_2 的值趋近于 1。

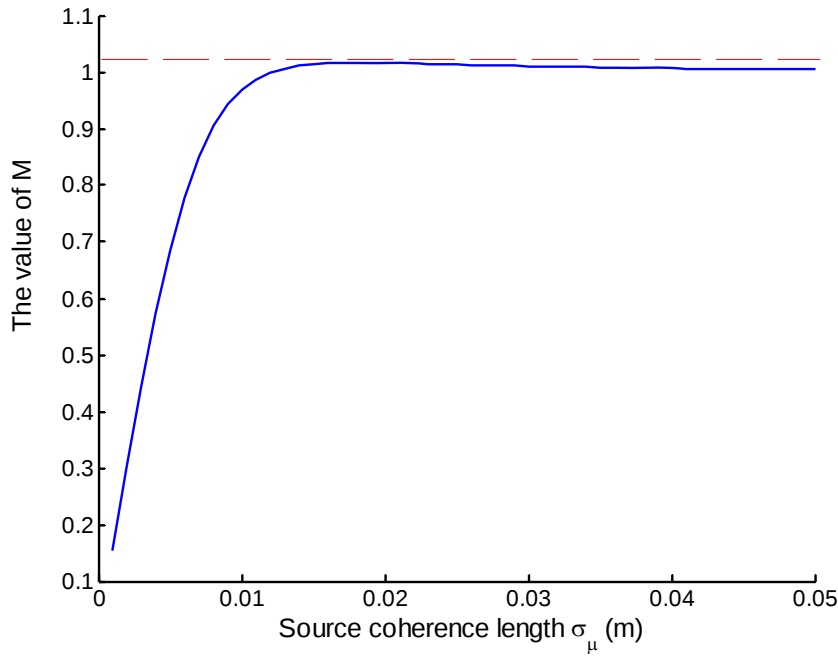


图 4.4 M 因子 ($M = M_1/M_2$) 随光源相干长度 σ_μ 的变化趋势。

图 4.4 则给出了 M 因子随光源相干长度 σ_μ 的变化趋势，这其中同时包含了 M_1 和 M_2 的变化信息。可以看出，当 σ_μ 值极小时， $\theta_s > \theta_{sc}$ 且 $z_T > z_{TC}$ ，但由于角度扩展的数量级远远小于湍流的数量级，因此当用比值 $\frac{\theta_s/\theta_{sc}}{z_T/z_{TC}}$ 表现时， M 因子的值就远小于 1 了。随着 σ_μ 的增加 M 因子的值迅速增加，当到达一个最大值后开始缓慢降低，最后趋近于 1。对于这个现象可以作如下解释：随着 σ_μ 的增加，

部分相干光的 θ_s 和 z_T 都是减小的。然而， θ_s 的递减速率要比 z_T 的递减速率快，这导致了(4-50)式中分子的变化幅度大于分母的变化幅度，因此 M 因子的值是增加的。然而，当 σ_μ 的值约为 $0.012m$ 时， θ_s 与 z_T 的比值接近于完全相干光 θ_{sc} 与 z_{TC} 的比值，此时 M 因子约等于 1，这就意味着部分相干光束的行为与空间完全相干光的行为基本上是一样的。然而，此时这两个参数并不是就此保持在这个值上，而是随着 σ_μ 的增大按照先前的趋势继续减小，二者变化趋势的唯一不同就在于 θ_s 维持其递减的速率而 z_T 递减的速率则变缓，如图 4.2 和 4.3 所示。因此，在这种情况下， M 因子的值将在继续增加。当 σ_μ 增加到 $0.018m$ 时， M 因子具有最大值 $M_{\max} = 1.015$ 。在这之后， θ_s 的下降速率变慢并逐渐与 z_T 同步，则 θ_s/z_T 的值开始减小，即 M 因子的值开始减小。当 σ_μ 足够大以至于可将光束看为空间完全相干光时， θ_s 和 z_T 的值分别等于 θ_{sc} 和 z_{TC} ，则此时 $M = 1$ 。

从上面的分析可以看出，在特定的湍流谱模型下，对于有效光源物理尺寸 $\sigma_l = 0.007m$ 的光源，其相干长度存在一个临界值 $\sigma_\mu = 0.018m$ 。随着 σ_μ 的增加，当 σ_μ 的值低于该临界值时，光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率总体上要比湍流距离 z_T 的下降速率快，即 $S_{\theta_s} > S_{z_T}$ ，这里 S_{θ_s} 和 S_{z_T} 分别表示 θ_s 和 z_T 的下降速率。当 σ_μ 的值高于该临界值时，光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率 S_{θ_s} 变慢，并逐渐接近湍流距离 z_T 的下降速率 S_{z_T} ，最终得到 $S_{\theta_s} \approx S_{z_T}$ 。当 M 因子的值等于 1 时，光束可作为空间完全相干光来处理。这里的 σ_μ 临界值只是在给定的光源参数和湍流模型下得到的，当改变光源参数和湍流模型及其参数时会得到另一个不同的临界值。本节的研究内容可以在需要权衡 z_T 和 θ_s 时的部分相干光传输应用方面提供有益的理论参考。

4.4 本章小结

本章主要对部分相干的高斯—谢尔模光束的部分特性进行了理论分析。Ponomarenko 和 Wolf 提出了光束相位—空间积的定义，但是他们的分析只是在光源为完全相干的极限情形下进行的，所得到的结果虽然能给出相干光源的相位—空间积的简洁形式，但是这种结果并不具有普遍意义，他们并没有针对光源为任意相干态时的普遍情形作出分析，为此，我们利用部分相干光源的相干模叠加原理，对部分相干光源的互谱密度归一化宽度和辐射场角度相关函数的归一化宽度进行了计算，最后得到任意相干态的光源的相位—空间积 Q 因子，利用其中的光强以及角谱的二阶矩等公式，这个参数不仅能从统计上反映远场光束的角度发散情况，而且还从统计上反映了光源的部分相干特性。当光源为完全相干时， Q 因子为最小值，随着相干态减弱， Q 因子增大，这与传统上描述光束质量的 M^2 因子具有类似的物理含义。但是由于计算中涉及 Hermite 函数的复杂性，我们仅能给出该参数取值规律的定性描述，目前尚不能有效地给出其定量的描述。

此外，还对描述在湍流大气中传输部分相干光束行为的参数——自由空间角度扩展 θ_s 和湍流距离 z_T 分别随光源相干长度的变化趋势作了分析。由结果可以看出，在特定的湍流谱模型下，对于有效光源物理尺寸的光源，相干长度 σ_μ 存在一个临界值。随着 σ_μ 的增加，当 σ_μ 的值低于该临界值时，光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率总体上要比湍流距离 z_T 的下降速率快。当 σ_μ 的值高于该临界值时，光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率 S_{θ_s} 变慢，并逐渐接近湍流距离 z_T 的下降速率 S_{z_T} ，最终得到 $S_{\theta_s} \approx S_{z_T}$ 。这部分研究内容可以在需要权衡 z_T 和 θ_s 时的部分相干光传输应用方面提供有益的理论参考。

本章的研究结果已分别被《光学学报》(Vol.27, No.3, p471-476, 2007) 和 Chinese Optics Letters (Vol.4, No.7, 373, 2006) 发表。

第五章 部分相干 GSM 光束在海水湍流中传输的理论分析

5.1 引言

激光在信息科技领域方面的应用使得激光的传输成为众多研究人员的主要研究课题,除了关注众多的光纤、自由空间、大气以及生物组织等信道中的激光传输外,激光在海水中的传输也成为人们研究热点之一。与光纤以及自由空间信道中的激光传输不同,激光在大气、海水以及生物组织等信道中传输时都会受到外界介质的影响,降低传输光束的质量。其中,生物组织的构成相当复杂,除了眼睛内的一些晶状体和玻璃体以及某些生物膜外,绝大多数生物组织对可见光呈现出不透明、混浊、高散射以及传输距离短的信道特点,这与大气以及海水信道的特点是截然不同的,因此激光在生物组织中的传输分析方法就不同于其在大气信道中的分析方法。相比较而言,海水信道的特点则与大气信道类似,激光在海水中的传输可采用大气激光传输的分析方法进行分析。

在不考虑强场激光的非线性效应的情况下,光束在大气中传输过程中一般会受到吸收、散射和湍流的影响,考虑到大气对光的吸收具有波长选择性,因此工程应用中所使用的光波长选择在大气吸收损耗较低的“窗口”,多为 $0.85\mu\text{m}$ 和 $1.55\mu\text{m}$ 的红外波段。同样地,光束在海水中的传输过程中也存在吸收、散射和海水湍流的影响。众所周知,海水中除了溶解物之外,其中还存在悬浮的溶胶、浮游生物、生物残屑、矿物颗粒、气泡等[104],这些都对使得激光光束在海水中的传输比其在大气信道中传输复杂的多。海水对光的吸收主要由纯海水、海水中的溶解物和悬浮物的吸收组成,它减弱入射激光的强度,但不会改变光束的扩展形状;而海水的散射包括由水本身的散射和水溶胶(悬浮粒子)以及悬浮粒子等引起的散射,纯水本身的散射被当作是一种分子散射,可以用Reyleigh理论处理,而海水中悬浮粒子的尺寸分布随着水质不同而差异很大,大多属于大粒子的范畴,可以采用Mie散射理论处理,水体对入射光的散射也使到达深水的激光由平行光而成为漫射光,光斑将大大扩展。总的来说,海水中粒子的散射要比大气的散射强 $2\sim 3$ 个数量级,与大气中的激光传输过程相比,激光在海水中的能量衰减远比在大气中严重。1963年, S.A.Sullian及S.Q.Duntley等在研究光波在海洋中

的传播特性时,发现海水对 450~550nm 波段内的蓝绿光的衰减比对其他光波段的衰减要小很多,证实了在海洋中亦存在一个类似于大气中存在的透光窗口。利用工作在蓝绿光波段的激光器,可以研制出基于新的物理机理的水下目标探测、控制和通信等新型装备,为解决长期以来困扰各国海军的对水下目标探测、通信等技术难题带来了新的希望。因此,许多国家非常重视蓝绿激光在海军装备中的应用,投入了大量人力、物力在蓝绿激光对潜通信、探测/探雷、测深、水下传感装置、海基光控武器系统等方面进行了试验研究与概念研制,并在一些重点方向上取得了突破。作为星潜激光通信链路的一个重要环节,星-潜激光通信一直依赖都收到各国军方的普遍重视。

目前星-潜通信采用的是低频、甚低频和极低频无线电通信系统,但是这种方式都存在着通信深度太浅、数据率低、抗干扰和抗破坏能力差等缺点,此外采用声纳的缺点在于声波传输速度太慢,传输距离和容量都有限,不能保证进行可靠的通信。随着激光器的发明,激光也被越来越多的应用到军事用途上。由实验数据可知,蓝绿光在海水中最佳波长为 480nm,其穿透深度可达 600m,这是潜艇发射导弹的最佳深度,与上述的无线电通信系统相比较,采用蓝绿激光通信对海军对潜通信中具有极大的吸引力。利用蓝绿激光进行对潜通信不仅具有超长波通信的全部优点,而且还具有传输速率高、信息容量大、抗电磁和核辐射干扰、方向性强、体积小、隐蔽性好、保密性强和双工通信的能力等优点,这些特点使得潜艇可以在最佳巡航深度和速度下完成通信,不仅可增加潜艇的隐蔽性和生存能力,而且还由于通信实时性而且提高潜艇的作战能力。美国海军从 1977 年提出卫星-潜艇通信的可行性后,进行了 10 多年不间断的激光通信试验,证实了蓝绿激光通信能在天气不正常、大暴雨、海水浑浊等恶劣条件下正常进行,逐渐形成比较明朗的卫星-潜艇激光通信发展方向,图 5.1 给出了星-潜激光通信的示意图。

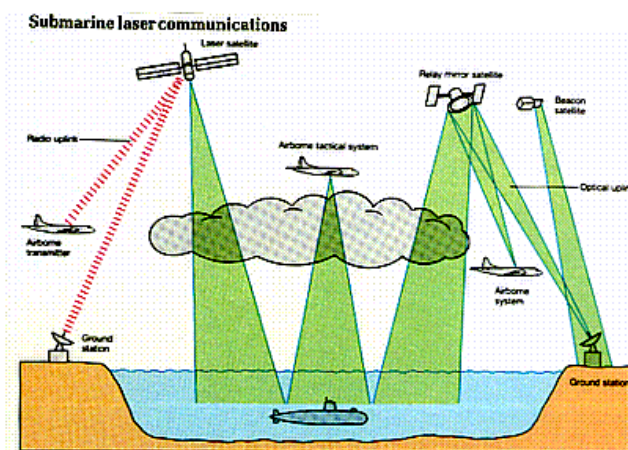


图 5.1 对潜激光通信的示意图

同大气激光通信和大气激光雷达系统一样,当信道涉及海水时,激光在海水

中的传输分析就会受到人们的关注，尤以海水对激光束散射的研究最为集中[105-107]。在物理上，我们可以把光束在海水中的传输看作是同光束在自由空间以及在大气中的传输完全一样的行为，不同之处在于光束所经历的介质分别为自由空间、大气和海水，由于海水中也存在湍流，因此光波场在海水中传输时不仅仅受到较为严重的吸收和散射作用，而且还受到海水湍流的影响，那么激光束在海水湍流的影响下其传输行为有何表现？更深入地，具有不同相干性的部分相干光束在海水湍流中其传输行为又会如何表现？就目前所掌握的资料来看，这些十分有趣的问题还没有研究人员进行过相关的分析，因此这些问题也成为我们对部分相干光在海水湍流中传输行为进行分析的动力，我们希望能在这个问题上进行一些有益的理论探索。下面我们将首先介绍海水湍流谱，然后对部分相干的高斯-谢尔模光束在海水湍流中的传输进行分析。

5.2 海水湍流谱

5.2.1 温度谱和盐分谱

不考虑海水中浮游粒子以及微生物体的散射作用，仅考虑海水湍流的影响，则当部分相干光束在海水中传输时，由于海水湍流不同于大气湍流，我们不能照搬套用前人的大气湍流折射率谱，此时需要引入海水湍流的折射率起伏的空间功率谱。大气湍流谱仅受温度的影响，它在一般情况下表现为常数，而海水湍流则同时受到温度和盐分的共同作用，需要比较二者之间的贡献大小才可确定海水湍流谱。

根据Batchelor的理论分析[108,109]，流体介质中一般分为三个区：惯性对流区、粘滞对流区以及粘滞扩散区和惯性扩散区，一般大多情况下前三个区域为主要讨论区。

流体区的特征可以用 Prandtl 数 ν/D 来划分，不同的参数值表示不同的流体特征区域，这里 ν 表示流体介质流动粘度（即流体的流动速率），而 D 则为该流体中某个特定物理量（一般为温度、盐分、湿度或压强等）在其中的扩散速率。例如在大气中， ν 是小于 D 的，这样的流体（大气）内仅存在惯性区域，但是如果 D 远远小于 ν ，流体中就会出现粘滞作用，则流体中存在粘滞对流区，在粘滞对流区内用于描述物理量空间统计分布的空间功率谱与波数有比例关系 $\Phi(\kappa) \propto \kappa^{-3}$ ， κ 为流体内湍流旋涡的空间波数；对于更高的波数，还存在一个粘滞扩散区。对于波数比粘滞对流区的波数小的情况，还存在一个惯性对流区，在该区内的空间功率谱与波数存在比例关系 $\Phi(\kappa) \propto \kappa^{-11/3}$ 。

对于我们所考虑的信道介质—大气和海水而言，影响传输光波场的湍流空间

功率谱是信道中湍流介质的折射率波动起伏的空间功率谱 $\Phi_n(\kappa)$ 。在大气环境中，影响折射率波动起伏空间功率谱 $\Phi_n(\kappa)$ 的因素主要有温度、湿度和压强等[82,83,110-115]，其中压强的贡献最小，湿度的贡献稍大，相比之下温度的贡献最大，因此在大气及环境检测等对大气环境参数有严格要求的研究中常忽略压强的贡献，只考虑温度、湿度以及温度—湿度相关作用的贡献[112]；而对于大气中的激光传输应用来说，一般情况下仅考虑温度的影响，也即是人们平时所说的太阳及周围环境的辐射对大气加热不均匀导致的“热”湍流。而对于海水环境，影响水体折射率波动起伏空间功率谱 $\Phi_n(\kappa)$ 的因素则主要有温度、盐分等，下面我们将给出具体分析。

流体分析中的 Prandtl 数 ν/D 表示的是由流体物性参数组成的一个无因次数（即无量纲参数）群，在大多情况下温度是所研究的物性参数，此时它表明温度边界层和流动边界层的关系，反映流体物理性质对对流传热过程的影响。当几何尺寸和流速一定时，流体粘度大，流动边界层厚度也大；流体导热系数大，温度传递速度快，温度边界层厚度发展得快，使温度边界层厚度增加。因此，Prandtl 数的大小可直接用来衡量两种边界层厚度的比值。不同流体的 Prandtl 数相差很大，如空气中温度的 Prandtl 数为 $(\nu/D)_t \approx 0.72$ ，而湿度的 Prandtl 数为 $(\nu/D)_t \approx 0.63$ ；而在海水中，常温下(如 20℃)温度的 Prandtl 数为 $(\nu/D)_t \approx 7.0$ ，盐分的 Prandtl 数为 $(\nu/D)_s \approx 700$ 。

由上面分析可知，在空气中($\nu \ll D$ 的情形)，流体中只存在 2 个比较重要的波数区：即惯性对流区(inertial-convective range)和惯性扩散区(inertial-diffusive range)；而在海水中($\nu \gg D$ 的情形)，流体中则存在 3 个比较重要的波数区：即惯性对流区、粘滞对流区(viscous-convective range)和粘滞扩散区(viscous-diffusive range)，它们各自对应于不同的湍流旋涡空间波数，惯性对流区的波数最小，意味着其旋涡的空间尺度最大，依次到粘滞区域，波数逐渐变大，这意味着其湍流旋涡的空间尺度逐渐变小。对于这一点，我们可从谱模型上来解释。

光学波段由于空气密度所决定的折射率 n 与温度 t 、大气压力 p 和相对湿度 RH 关系为[116]：

$$n = 1 + 7.86 \times 10^{-4} p / (273 + t) - 1.5 \times 10^{-11} RH(t^2 + 160) \quad (5-1)$$

一般认为，在干燥空气的情况下，折射率起伏特性与温度起伏特性完全一致，因此可用湍流温度场的起伏特性来研究湍流折射率场的起伏特性。大气湍流折射率的三维功率谱密度可写为：

$$\Phi_n(\kappa) = (4\pi)^{-1} \beta \chi \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} f(\kappa l_0) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} f(\kappa l_0) \quad (5-2)$$

其中 $(4\pi)^{-1} \beta \chi \varepsilon^{-1/3} = 0.033 C_n^2$, β 为 Obukhov-Corrsin 常数, χ 为物性参量起伏的方均耗散率, ε 为单位质量的流体动能耗散率。如果湍流外尺度 L_0 为无穷大, 内尺度 l_0 为零, 即为 Kolmogorov 谱, 此时 $f(\kappa l_0) = 1$ 。湍流大气光学研究中传统使用的是 Tatarskii 首先引入的耗散区具有高斯下降趋势的 Tatarskii 谱:

$$f(\kappa l_0) = \exp\left[-(\kappa l_0 / 5.92)^2\right] \quad (5-3)$$

当考虑大尺度湍流起伏时, 理论研究总是使用 von Karman 谱模型:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 (\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \quad (5-4)$$

在同时考虑到大、小尺度湍流起伏时, 理论研究者使用得最广泛的是 Tatarskii 谱和 von Karman 谱的综合谱, 但仍被广泛地称为 von Karman 谱:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 (\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \exp\left[-(\kappa l_0 / 5.92)^2\right] \quad (5-5)$$

湍流大气光学前期的理论研究大都采用 Tatarskii 谱, 但是这种谱在耗散区的形式并不符合真实的情况[83]。无论是 Tatarskii 谱还是修正了的 Kolmogorov 谱或者 Von Karmann 谱, 都仅仅是在低波数 (即大尺度湍流旋涡) 的惯性区内可以约化为最简单的 Kolmogorov 谱, 但是在高波数区 (即小尺度湍流旋涡), 由于粘滞作用的出现, 真实的湍流空间功率谱分布会发生变化, 将功率谱曲线归一化后可以看出, 在高波数的粘滞对流区会出现一个隆起, 而在更高波数的粘滞扩散区迅速减小为零, 这个在粘滞区域才出现的谱的特点, 传统的 Tatarskii 谱和修正了的 Kolmogorov 谱或 Von Karmann 谱均不能给予准确描述。但是 Hill 却给出了较为精确的描述, 如图 5.2 所示。

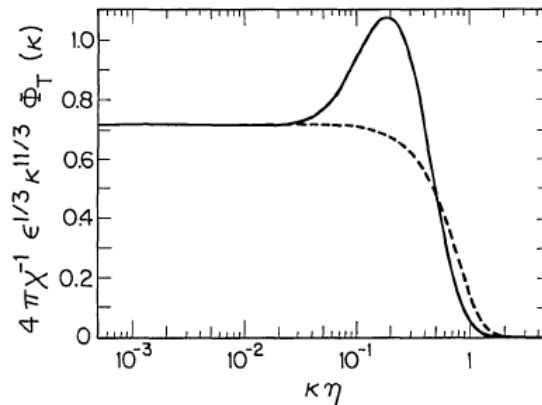


图 5.2 大气中的折射率功率谱曲线: 短划线-Tatarskii 谱, 实体线-精确模型[82]。

如图所示, 在较高波数情形下, Tatarskii谱是由固定值迅速趋向于零的, 但是Hill谱则是先上升, 存在一个隆起, 然后才迅速下降为零。图中出现的高波数区的曲线隆起可用Hill提出的一种更为精确的谱模型公式[82]来描述, 然而Hill谱的公式是用二阶微分方程描述, 必须要数值解, 不能给出解析解, 所以Andrews提出了一个关于Hill谱的近似表达式[83]:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \left[1 + 1.802(\kappa/\kappa_l) - 0.254(\kappa/\kappa_l)^{7/6} \right] \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_l^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \quad (5-6)$$

其中 $\kappa_l = 3.3/l_0$ 。可以看出, 在低波数区 Hill 谱和 Tatarskii 谱所描述的规律是一致的, 二者的不同主要在于高波数区域。由前面分析可知, 大气湍流中仅出现惯性区, 因此传统的分析方法中采用 Tatarskii 谱描述大气湍流导致的折射率起伏是适合的。然而, 在海水湍流中, 由于流体出现了粘滞作用和粘滞区域, 因此在实际分析海水湍流中折射率起伏谱的时候应考虑采用更为精确的 Hill 谱。

在文献[117]中, Hill利用采用了其早先工作中的model4 模型[109], 给出了海水折射率起伏在粘滞区域的空间功率谱公式, 其中model4 的微分方程为理论基础:

$$\frac{d}{dx} \left\{ x^{\frac{14}{3}} (x^{2b} + 1)^{-1/(3b)} \cdot \frac{d}{dx} [x^{-2} \Gamma(x)] \right\} = \frac{22}{3} \beta \text{Pr}^{-1} (\kappa^+ / \kappa_d)^{\frac{4}{3}} x^2 \Gamma(x) \quad (5-7)$$

其中 $\Gamma(x)$ 为标量谱。由于标量谱和空间功率谱之间存在如下关系:

$$\Phi(\kappa) = (4\pi)^{-1} \kappa^{-2} \Gamma(\kappa) \quad (5-8)$$

Hill和Clifford[82]给出了空间功率谱 $\Phi(\kappa)$ 所满足的微分方程的形式, 这里我们将 Prandtl数等参量代入并对其进行适当调整得到:

$$\frac{d}{d\kappa} \left\{ \kappa^{\frac{14}{3}} \left(\left(\frac{\kappa}{\kappa^+} \right)^{2b} + 1 \right)^{-\frac{1}{3b}} \cdot \frac{d}{d\kappa} [\Phi(\kappa)] \right\} = \frac{22}{3} \frac{\beta}{\nu/D} \eta^{\frac{4}{3}} \kappa^4 \Phi(\kappa) \quad (5-9)$$

其中 $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ 为 Kolmogorov 微尺度, $\kappa^+ = 0.072/\eta$, $b = 1.9$ 。由(5-7)~(5-9)式, Hill 给出了光波在海水湍流粘滞区内的折射率起伏的功率谱:

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 q \beta^{-1} \eta^{2/3} \kappa^{-3} \quad (5-10)$$

其中 q 为 Batchelor 常数。然而这个公式只是给出折射率起伏功率谱在高波数区

(粘滞区)内的极限形式,它只是反映了随着波数的增加归一化谱曲线上升隆起的趋势,并没有给出在更高波数时导致谱曲线迅速下降的指数项。同时,描述在惯性区域(即低波数)的平坦部分的表达式以及描述在粘滞扩散区(更高波数)的迅速下降部分的表达式不能与之很好地归纳在一个普适的表达式中。尽管model4的理论是正确的,但是由于Hill在文献[234]中仅分析了粘滞对流区内的极限形式,其他区域的功率谱公式并未考虑进去,因此使用该公式在计算空间功率谱是不完备的。同时,Churnside在给出大气温度起伏导致的折射率起伏功率谱的近似解析表达式时引用了大量的实验数据作为推导的凭据[115],所以我们也无法从其结果中顺而推理出适用于海水湍流中温度和盐分谱的解析表达式,因此不能直接采用Hill的model4模型来进行分析。

已经有研究表明,温度和盐分是海水折射率起伏主要因素。和大气中不同,海水中分子热扩散系数明显低于海水的动力粘滞度,这导致了粘滞扩散区的产生,在这个区中温度起伏标量谱正比于 κ^{-1} ,即 $\Gamma_T \approx \kappa^{-1}$,盐分起伏标量谱也具有相同的形式,温度和盐分起伏的相互作用导致折射里起伏谱发生变化,从而对其中传输的光场产生影响。Nikishov等系统地分析了海水介质中影响折射里起伏的环境参数的统计特性[118]。他们认为,对于局域均匀以及各向同性的湍流,折射里起伏的标量谱是温度的耗散率和盐分的耗散率的函数,它们与湍流的能量耗散率共同决定了折射率起伏的统计特性。虽然在湍流谱的理论研究中应用最为广泛的model4模型不能给出解析解,但model1模型是可以给出解析解的。Nikishov等根据Hill的model1模型给出了描述海水介质中温度起伏的标量谱 $\Gamma_T(\kappa)$ 和盐分起伏的标量谱 $\Gamma_S(\kappa)$,分别写为:

$$\Gamma_T(\kappa) = \beta \chi_T \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left\{ -A_T \left[\frac{3}{2} Q^2(\kappa \eta)^{4/3} + Q^3(\kappa \eta)^2 \right] \right\} \quad (5-11)$$

$$\Gamma_S(\kappa) = \beta \chi_S \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left\{ -A_S \left[\frac{3}{2} Q^2(\kappa \eta)^{4/3} + Q^3(\kappa \eta)^2 \right] \right\} \quad (5-12)$$

其中 β 为Obukhov-Corrsin常数, χ_T 和 χ_S 分别为温度和盐分起伏的方均耗散率, ε 为单位质量的流体动能耗散率, $A_T = \beta Q^{-2} \text{Pr}_T^{-1}$, $A_S = \beta Q^{-2} \text{Pr}_S^{-1}$, $\text{Pr}_T = \nu / \chi_T$ 和 $\text{Pr}_S = \nu / \chi_S$ 分别是温度和盐分的Prandtl数。这里我们使用了Hill文中[109]的参量 β 和 Q ,在Nikishov的工作中它们表示为 C_0 和 C_1 。分别给出温度和盐分起伏标量

谱(5-11)和(5-12)式的归一化谱:

$$\begin{aligned} f_T(\kappa\eta) &= \Gamma_T(\kappa) / (\chi_T^{-1} \varepsilon^{1/3} \kappa^{5/3}) = \chi_T^{-1} \varepsilon^{1/3} \kappa^{5/3} \Gamma_T(\kappa) \\ f_S(\kappa\eta) &= \Gamma_S(\kappa) / (\chi_S^{-1} \varepsilon^{1/3} \kappa^{5/3}) = \chi_S^{-1} \varepsilon^{1/3} \kappa^{5/3} \Gamma_S(\kappa) \end{aligned} \quad (5-13)$$

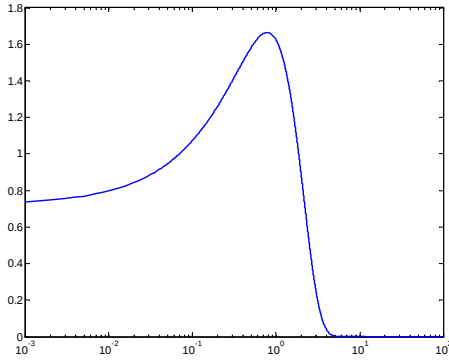


图 5.3a 温度起伏的归一化谱

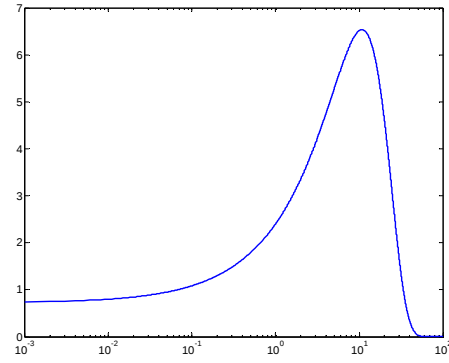


图 5.3b 盐分起伏的归一化谱

由图 5.3 可以看出, 在惯性对流区, 即 $\Gamma_T(\kappa) \approx \kappa^{-5/3}$ 以及 $\Gamma_S(\kappa) \approx \kappa^{-5/3}$ 的区域, 归一化谱 $f_T(\kappa\eta)$ 和 $f_S(\kappa\eta)$ 都呈水平线并趋于 Obukhov-Corrsin 常数 $\beta = 0.72$ 。在高波数区, 温度和盐分起伏的谱存在粘滞对流区, 这时两个谱都正比于 κ^{-1} , 即 $f_T(\kappa\eta) \approx (\kappa\eta)^{2/3}$ 和 $f_S(\kappa\eta) \approx (\kappa\eta)^{2/3}$, 如图中的上升曲线所示。随着归一化波数 $\kappa\eta$ 的进一步增加, (5-11)和(5-12)式中的指数项开始发挥作用, 曲线迅速衰减至零, 此时对应地是粘滞扩散区, 注意到在大气湍流中不存在粘滞对流区。

5.2.2 湍流中两个物性参数起伏标量谱的相关谱

局域均匀且各向同性的湍流中多成分混合的统计行为已经在诸如燃烧、化学反应等工业领域内得到广泛研究[119-123], 这些研究工作主要是分析湍流中两种物性参数及二者的相关项等三部分之间的相互作用在级联式的能量传输过程中所起的作用。根据他们的结论, Nikishov分析了物理量 J 的起伏功率谱, 其中 J 可看作是湍流中两个标量物性参数 P 和 Q 的函数, 即 P 和 Q 的分布决定了 J 的分布, 这里 P 和 Q 有各自的分子传输系数即前文所述的耗散率 χ_P 和 χ_Q 。假定 J 可看作 P 和 Q 的简单线性组合, 即 $J = P + Q$, 则在湍流场内的空间两点上 J 的相

关函数可写为:

$$\langle J_1' J_2' \rangle = \langle P_1' P_2' \rangle + \langle Q_1' Q_2' \rangle + \langle P_1' J_2' \rangle + \langle P_2' J_1' \rangle \quad (5-14)$$

对于局域均匀且各向同性的湍流, 有

$$\Psi_{PQ} = \langle P_1' J_2' \rangle = \langle P_2' J_1' \rangle \quad (5-15)$$

因此(5-14)可写为

$$\langle J_1' J_2' \rangle = \langle P_1' P_2' \rangle + \langle Q_1' Q_2' \rangle + 2 \langle P_1' J_2' \rangle \quad (5-16)$$

对于物性参量 P 和 Q 在两点上的自相关 $\langle P_1' P_2' \rangle$ 和 $\langle Q_1' Q_2' \rangle$, 通过傅立叶变换可以得到其各自的标量谱 $\Gamma_P(\kappa)$ 和 $\Gamma_Q(\kappa)$:

$$\Gamma_P(\kappa) = \beta \chi_P \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left\{ -A_P \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \quad (5-17)$$

$$\Gamma_Q(\kappa) = \beta \chi_Q \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left\{ -A_Q \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \quad (5-18)$$

对于二者的互相关 $\langle P_1' J_2' \rangle$, 经过微分方程求解及相应地数学处理, 得到:

$$\Gamma_{PQ}(\kappa) = \beta \chi_{PQ} \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left\{ -A_{PQ} \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \quad (5-19)$$

其中 $A_P = \beta Q^{-2} \text{Pr}_P^{-1}$ 、 $A_Q = \beta Q^{-2} \text{Pr}_Q^{-1}$, $\text{Pr}_P = \nu / \chi_P$ 和 $\text{Pr}_Q = \nu / \chi_Q$ 分别是物性参量 P 和 Q 的 Prandtl 数, A_{PQ} 表示 A_P 和 A_Q 的相关, χ_{PQ} 表示 χ_P 和 χ_Q 的相关。可以看出, 互相关谱 $\Gamma_{PQ}(\kappa)$ 与标量谱 $\Gamma_P(\kappa)$ 和 $\Gamma_Q(\kappa)$ 具有相同的形式。

5.2.3 湍流中物理量 J 分布起伏的功率谱

根据(5-16)式并利用相应的数学处理, 最终得到物理量 J 的起伏功率谱为:

$$\begin{aligned} \Gamma_J(\kappa) &= \Gamma_P(\kappa) + \Gamma_Q(\kappa) + 2\Gamma_{PQ}(\kappa) \\ &= \beta \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] (G_P + G_Q + 2G_{PQ}) \end{aligned} \quad (5-20)$$

其中

$$\begin{aligned}
G_P &= \chi_P \exp \left\{ -A_P \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \\
G_Q &= \chi_Q \exp \left\{ -A_Q \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \\
G_{PQ} &= \chi_{PQ} \exp \left\{ -A_{PQ} \left[\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right] \right\} \\
A_P &= \beta Q^{-2} \chi_P \nu^{-1}, \quad A_Q = \beta Q^{-2} \chi_Q \nu^{-1}, \quad A_{PQ} = \frac{1}{2} \beta Q^{-2} (\chi_P + \chi_Q) \nu^{-1} \quad (5-21)
\end{aligned}$$

下面给出该公式在几个湍流区内的表现形式:

(1) 当湍流态处在惯性对流区时, 可将各指数项按级数展开并略去极小的高阶项, 仅保留展开式的第一项, 则(5-20)式可约化为:

$$\Gamma_J(\kappa) = \beta \varepsilon^{-1/3} (\chi_P + \chi_Q + 2\chi_{PQ}) \kappa^{-5/3} \quad (5-22)$$

湍流中物理量 J 的标量谱正比于 $\kappa^{-5/3}$, 这正是Obukhov-Corrsin定理[109,124]。这里 $\chi_P + \chi_Q + 2\chi_{PQ} = \chi_J$ 为 J 标量场起伏的耗散率, 它由决定 J 分布的两个物性参数 P 和 Q 的耗散率 χ_P 和 χ_Q 以及二者的相关 χ_{PQ} 决定。

(2) 当湍流态处在粘滞对流区时, 可将各指数项按级数适当, 则(5-20)式可约化为:

$$\Gamma_J(\kappa) = \beta Q (\nu / \varepsilon)^{1/2} (\chi_P + \chi_Q + 2\chi_{PQ}) \kappa^{-1} \quad (5-23)$$

此时湍流中物理量 J 的标量谱正比于 κ^{-1} , 这正是Batchelor谱[109,124]。

(3) 当湍流态处在粘滞扩散区时, 则 J 的起伏功率谱呈指数快速衰减。

由此可见, 在局域均匀且各向同性的湍流中, 对于由湍流中两个标量物性参数 P 和 Q 所决定的物理量 J , 它的统计场分布起伏标量谱的普适形式可由(5-20)式给出。

5.2.4 海水湍流折射率 n 起伏的功率谱

当考虑海水湍流中的折射率起伏时, 则上述的物理量就是折射率 n , 而决定折射率 n 分布的标量物性参数 P 和 Q 就分别是温度起伏和盐分起伏。海水中的折

射率 n 可表示为温度起伏 $T' = T - \langle T \rangle$ 和盐分起伏 $S' = S - \langle S \rangle$ 的函数，通常是用高次幂多项式表示，处理起来十分繁杂[125]。这里我们仅取线性近似，则折射率的起伏可简单表示为：

$$\delta n = -AT' + BS' \quad (5-24)$$

其中参数 A 取 2.6×10^{-4} 升/度， B 取 1.75×10^{-4} 升/克。根据上面的结论，可以推导出海水湍流中折射率起伏的标量谱表示为：

$$\begin{aligned} \Gamma_n(\kappa) &= \Gamma_T(\kappa) + \Gamma_S(\kappa) + 2\Gamma_{TS}(\kappa) \\ &= \beta \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} \left[1 + Q(\kappa\eta)^{2/3} \right] \left[G_T(\kappa) + G_S(\kappa) - 2G_{TS}(\kappa) \right] \end{aligned} \quad (5-25)$$

其中

$$\begin{aligned} G_T(\kappa) &= A^2 \chi_T \exp(-A_T \delta), \quad G_S(\kappa) = B^2 \chi_S \exp(-A_S \delta), \quad G_{TS}(\kappa) = AB \chi_{TS} \exp(-A_{TS} \delta) \\ A_T &= \beta Q^{-2} \chi_T v^{-1}, \quad A_S = \beta Q^{-2} \chi_S v^{-1}, \quad A_{TS} = \frac{1}{2} \beta Q^{-2} (\chi_T + \chi_S) v^{-1}, \\ \delta &= \frac{3}{2} Q^2 (\kappa\eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa\eta)^2 \end{aligned} \quad (5-26)$$

Bramson[126]和Nikishov[127]认为折射率的耗散率 χ_n 由决定折射率 n 分布的两个物性参数温度 T 和盐分 S 分布的耗散率 χ_T 、 χ_S 以及二者的相关 χ_{TS} 决定，即

$\chi_n = A^2 \chi_T + B^2 \chi_S - 2AB \chi_{TS}$ ，这三个参数可分别表示为[118]：

$$\chi_T = K_T \left(\frac{dT_0}{dz} \right)^2, \quad \chi_S = K_S \left(\frac{dS_0}{dz} \right)^2, \quad \chi_{TS} = \frac{K_T + K_S}{2} \left(\frac{dT_0}{dz} \right) \left(\frac{dS_0}{dz} \right) \quad (5-27)$$

其中 K_T 和 K_S 分别表示温度和盐分的涡流扩散系数， $\frac{dT_0}{dz}$ 和 $\frac{dS_0}{dz}$ 分别表示温度和盐分的浓度的纵向变化率，即浓度梯度。这里要注意区分涡流扩散系数和前文中分子扩散系数物理定义的不同，这两种扩散是湍流扩散的两种主要方式。

在湍流中，对流扩散是指湍流流体与相界面之间的涡流扩散与分子扩散这两种传质作用的总称。湍流中局部剪切流动会导致流体生成不同尺度的大、小涡流群，这些涡流迅速向周围扩散，形成局部范围内流体快速而紊乱的对流运动，由此造成的局部对流扩散称为涡流扩散。涡流扩散把较大的液滴“微团”进一步变形、分割成更小的“微团”，通过小“微团”界面之间的涡流扩散，把不均匀程度降低到涡流本身的大小。实际上涡流尺度是一个连续变化的值，是由一系列不同尺度的涡流叠加而成，其中大、小涡流并不各自独立存在，而往往表现为大涡

中包含着许多小涡流的复合涡流。大尺度涡流之间相互接触冲涌逐渐破裂成越来越小的涡流。但这个过程不能无限地进行，因为涡流越小，涡流速度梯度就越大，阻止涡流流动的粘性剪切力也就越大。直至最小尺度的涡流将能量耗散掉，即由机械能转变为非机械能——热能。因此，涡流运动存在着一个最小涡流尺度，即 Kolmogorov 微尺度，且在整个体系内各种尺度的涡流都是处于动态平衡之中。

当存在浓度差时，物质分子就由浓度高的区域向浓度低的区域运动，这种扩散称为分子扩散。总而言之，涡流扩散的特点是流体有宏观流动，依靠流体质点的不规则运动（湍动）而进行的扩散，而分子扩散则是只依靠微观的分子运动，而无宏观的混合作用，涡流扩散与分子扩散过程的作用称为对流扩散。这里 K_T 和 K_S 远远大于温度和盐分的分子扩散系数 D_T 和 D_S ，说明涡流湍流占据主导作用。

根据(5-27)式和 $\chi_n = A^2 \chi_T + B^2 \chi_S - 2AB \chi_{TS}$ 的关系，可以将(5-25)式写为：

$$\Gamma_n(\kappa) = \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \varphi(\kappa, w) \quad (5-28)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi(\kappa, w) &= \frac{w^2 \theta \zeta_T + \zeta_S - w(1 + \theta) \zeta_{TS}}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)}, \quad \theta = \frac{K_T}{K_S}, \quad w = \frac{A(dT_0/dz)}{B(dS_0/dz)} \\ \zeta_T &= \exp(-A_T \delta), \quad \zeta_S = \exp(-A_S \delta), \quad \zeta_{TS} = \exp(-A_{TS} \delta), \\ A_T &= \beta Q^{-2} \text{Pr}_T^{-1}, \quad A_S = \beta Q^{-2} \text{Pr}_S^{-1}, \quad A_{TS} = 0.5 \beta Q^{-2} (\text{Pr}_T + \text{Pr}_S) / (\text{Pr}_T \cdot \text{Pr}_S) \\ \delta &= \frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2, \end{aligned} \quad (5-29)$$

这里 $\beta = 0.72$ 为 Obukhov-Corrsin 常数， χ_n 为折射率起伏的方均耗散率， $\varepsilon = v^3 / \eta^4$ 为单位质量的流体动能耗散率[109]， Q 是由实验数据对比得到的无量纲常数，一般取值为 2.35， η 为 Komogorov 微尺度。当温度和盐分的梯度为恒定分布时， $w = (AdT_0)/(BdS_0)$ 定义了温度分布和盐分分布对折射率分布的不同贡献比，其中 dT_0 和 dS_0 分别表示所研究水体顶部和底部的温度差值和盐分差值。当 $w \rightarrow -\infty$ 时，说明 $(dT_0/dz) \gg (dS_0/dz)$ ，即 $\varphi(\kappa, w) = \exp(-A_T \delta)$ ，则(5-28)式约化为(5-11)

式，此时表示的是温度谱；当 $w \rightarrow 0$ 时，说明 $(dS_0/dz) \gg (dT_0/dz)$ ，即

$\varphi(\kappa, w) = \exp(-A_s \delta)$ ，则(5-28)式约化为(5-12)式，此时表示的是盐分谱。根据实际的海洋观测数据，利用(5-28)式可以计算折射率分布起伏的功率谱。考虑海洋中一种典型的情形，即温度和盐分具有平稳的垂直分布，随着深度的增加，温度降低而盐分增加，由于温度和盐分的变化趋势是相反的，因此 w 的取值为负数。对北太平洋水域平均温度和盐分梯度分布的精确测量结果显示这样绝对平稳的分布状态约占 35% 左右[128]，Fedorov[129]、Karlin 等[130]以及Gargett[128]的数据表明 w 取值一般在 0 到 -5 之间。

Monin的分析表明[131]，对于稳定海水分层，涡流的动量传递系数（类似于分子运动粘度）可以认为是常数，根据温度和盐分传递在物理机制上的相似性，温度的涡流扩散系数 K_T 和盐分的涡流扩散系数 K_S 一般看作是常数，且二者在数值上是相等的[132]，即 $\theta = K_T / K_S = 1$ 。尽管湍流扩散通量也是分子扩散系数的函数，分子扩散效应主要体现在小尺度区域内，但是由于 K_T 和 K_S 远远大于温度和盐分的分子扩散系数 D_T 和 D_S ，因此这里不考虑 D_T 和 D_S 的影响。

同样地，可以给出 $\Gamma_n(\kappa)$ 的归一化谱 $f_n(\kappa\eta) = \chi_n^{-1} \varepsilon^{1/3} \kappa^{5/3} \Gamma_n(\kappa)$ ，谱在不同温度和盐分贡献比 w 情形下表现如图 5.4 所示：

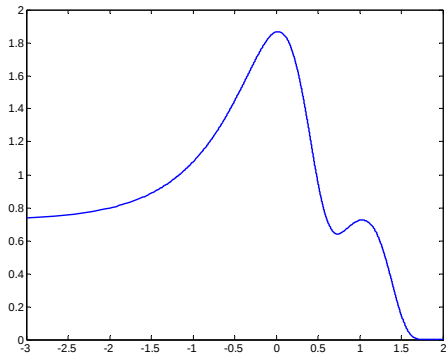


图 5.4a $w = -2$ 的折射率归一化谱

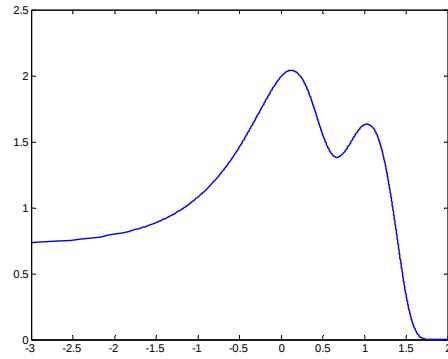
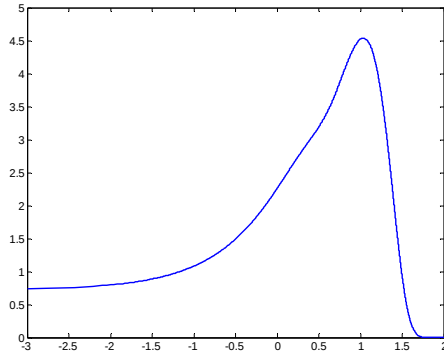
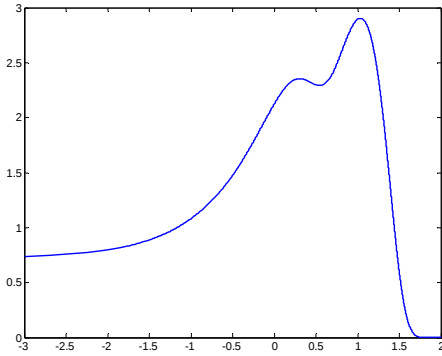


图 5.4b $w = -1$ 的折射率归一化谱

图 5.4c $w = -0.5$ 的折射率归一化谱图 5.4d $w = -0.2$ 的折射率归一化谱

可以看出，图 5.4 中的谱形状明显不同于图 5.3 中的谱形状，折射率谱具有双峰，且峰的位置取决于温度和盐分贡献比 w 的值，这一点早已被 Hill 所预言 [117]。随着 w 的值从 -2 逐渐增大到 -0.2 ，盐分分布对折射率分布的贡献逐渐增大，因此折射率的谱逐渐趋向于盐分谱。

根据标量谱 $\Gamma_n(\kappa)$ 和空间功率谱 $\Phi(\kappa)$ 之间的换算关系：

$$\Phi_n(\kappa) = (4\pi)^{-1} \kappa^{-2} \Gamma_n(\kappa) \quad (5-30)$$

可以得到：

$$\Phi_n(\kappa) = (4\pi)^{-1} \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} [1 + Q(\kappa\eta)^{2/3}] \varphi(\kappa, w) \quad (5-31)$$

其中海水中湍流的能量耗散率 ε 的取值范围则从湍流表面层的 $10^{-4} m^2 s^{-3}$ 到中层海水的 $10^{-10} m^2 s^{-3}$ [133]，海水湍流中温度起伏的耗散率 χ_T 的取值 [104] 从水面下的 $10^{-2} \text{ deg}^2 s^{-1}$ [134] 到中层海水的 $10^{-10} \text{ deg}^2 s^{-1}$ [135]。这里我们取 $\varepsilon = 0.52 \text{ cm}^2 / s^3$ ， $\chi_T = 4.2 \times 10^{-3} \text{ }^\circ K^2 s^{-1}$ [109]。

关于盐分的耗散率 χ_s ，Matthew 等 [136] 认为，由于测量小尺度盐分的难度（海水折射计），盐分的耗散率 χ_s 从来没有能被准确地测量过，但是却可以根据周围温度和盐分变化梯度的比值将其与温度的耗散率 χ_T 联系起来，即 $\chi_s = (\Delta S / \Delta T)^2 \chi_T$ ，根据前面的推导，有：

$$\chi_s = K_s \left(\frac{dS_0}{dz} \right)^2 = K_T \left(\frac{A}{wB} \frac{dT_0}{dz} \right)^2 = \frac{A^2}{w^2 B^2} K_T \left(\frac{dT_0}{dz} \right)^2 = \frac{A^2}{w^2 B^2} \chi_T \quad (5-32)$$

则进一步有：

$$\chi_{TS} = \frac{K_T + K_S}{2} \left(\frac{dT_0}{dz} \right) \left(\frac{dS_0}{dz} \right) = \frac{2K_T}{2} \sqrt{\frac{\chi_T}{K_T}} \sqrt{\frac{\chi_S}{K_S}} = \sqrt{\chi_T \chi_S} \quad (5-33)$$

因此，折射率起伏的耗散率 χ_n 可写为：

$$\chi_n = A^2 \chi_T + B^2 \chi_S - 2AB \chi_{TS} = \frac{A^2 (w-1)^2}{w^2} \chi_T \quad (5-34)$$

根据上面的参数以及关系式，就可以利用海水湍流的折射率起伏功率谱对在其中传输光束的影响进行分析。

5.3 海水湍流中的 GSM 光束

5.3.1 海水湍流中的 GSM 光束相干度演化

部分相干光已经被证明在大气湍流中具有比相干光更好的抗湍流特性，这使得大气中的部分相干光传输成为大气光通信及激光雷达等应用研究中的热点。在前面的介绍中可以知道，当传输信道涉及海水时，完全相干的激光的衰减以及光场的畸变要比其在大气中传输严重几个数量级，除了吸收和衰减外，传输的光束还要受到海水湍流的影响，迄今为止，关于海水湍流如何影响在其中传输的激光光束的研究少人问津，而对于抗湍流能力较强的部分相干光在海水湍流中传输的理论研究更是无人报道。为此，基于前面章节的分析，在本节中我们对部分相干的高斯-谢尔模光束在海水湍流中传输性质的变化进行分析。

对于频率为 ω 的部分相干光波而言，单色光电场矢量 $\mathbf{E}$ 的笛卡尔坐标成分 E_x 、 E_y 和 E_z 满足方程：

$$\nabla^2 E_j(\mathbf{r}, \omega) + k^2 n^2(\mathbf{r}, \omega) E_j(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (j = x, y, z) \quad (5-35)$$

若光波场是束状波，且从平面 $z=0$ 处沿 z 轴射向 $z>0$ 的空间，传输所经历的介质为海水湍流，根据第三章的分析，得到横向平面 $z = \text{const} > 0$ 上两点 (ρ_1, z) 和 (ρ_2, z) 之间的互谱密度矩阵的矩阵元的广义表达式：

$$\begin{aligned}
 W_{ij}(\rho_1, \rho_2, z; \omega) &= \frac{A_i A_j B_{ij}}{\Delta_{ij}^2(z)} \cdot \exp \left(-i \left[\frac{k}{2z} \left(1 + \frac{Mz^2}{\sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} - \sigma^2 \right) \right] (\rho_1^2 - \rho_2^2) \right) \\
 &\quad \cdot \exp \left(- \left[M + \frac{\frac{\sigma^2}{\sigma_\Delta^2} - \frac{M^2 z^2}{k^2} + M \sigma^2}{2 \sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right] (\rho_1 - \rho_2)^2 \right) \cdot \exp \left(- \frac{(\rho_1 + \rho_2)^2}{8 \sigma^2 \Delta_{ij}^2(z)} \right)
 \end{aligned} \tag{5-36}$$

若弱光源平面上电场矢量的 xx 相关和 yy 相关的相关程度是相同的，则谱相干度的绝对值为：

$$|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)| = \exp \left(- \left[\frac{1}{2 \sigma_g^2 \Delta^2(z)} + M (1 + \sigma_s^2) - \frac{M^2 z^2}{2 k^2 \sigma_s^2 \Delta^2(z)} \right] (\rho_1 - \rho_2)^2 \right) \tag{5-37}$$

可见海水湍流的影响主要是体现在参数 M 中，即 $M = \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$ 。根据

上一节的分析结果，对于积分 $\int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$ ，我们有：

$$\begin{aligned}
 &\int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \\
 &= (4\pi)^{-1} \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3} \times \\
 &\quad \left\{ \frac{w^2 \theta}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \int_0^\infty \kappa^{-2/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left[-A_T \left(\frac{3}{2} Q^2(\kappa \eta)^{4/3} + Q^3(\kappa \eta)^2 \right) \right] d\kappa \right. \\
 &\quad + \frac{1}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \int_0^\infty \kappa^{-2/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left[-A_S \left(\frac{3}{2} Q^2(\kappa \eta)^{4/3} + Q^3(\kappa \eta)^2 \right) \right] d\kappa \\
 &\quad \left. - \frac{w(1 + \theta)}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \int_0^\infty \kappa^{-2/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left[-A_{TS} \left(\frac{3}{2} Q^2(\kappa \eta)^{4/3} + Q^3(\kappa \eta)^2 \right) \right] d\kappa \right\} \\
 &= (4\pi)^{-1} \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3} \times \{term1 + term2 - term3\}
 \end{aligned} \tag{5-38}$$

其中

$$\begin{aligned}
 & term1 \\
 &= \frac{w^2 \theta}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \int_0^\infty \kappa^{-2/3} [1 + Q(\kappa \eta)^{2/3}] \exp \left[-A_T \left(\frac{3}{2} Q^2 (\kappa \eta)^{4/3} + Q^3 (\kappa \eta)^2 \right) \right] d\kappa
 \end{aligned} \tag{5-39}$$

其中的参数分别取值为 $\beta = 0.72$ ， $Q = 2.35$ ，Kolmogorov 尺度 η 取为 0.001m ，

$$Pr_T = 7, \quad Pr_S = 700, \quad A_T = \frac{\beta Q^{-2}}{Pr_T}, \quad A_S = \frac{\beta Q^{-2}}{Pr_S}, \quad A_{TS} = \frac{\beta Q^{-2}}{2 \frac{Pr_T \cdot Pr_S}{Pr_T + Pr_S}}, \quad \text{代入计算并使}$$

进行积分得：

$$term1 = \frac{w^2 \theta}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 68.1957 \tag{5-40}$$

同理，有

$$term2 = \frac{1}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 482.0699 \tag{5-41}$$

$$term3 = \frac{w(1 + \theta)}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 88.3823 \tag{5-42}$$

将(5-40)、(5-41)和(5-42)代入(5-38)，得：

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \\
 &= (4\pi)^{-1} \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3} \times \left\{ \frac{w^2 \theta}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 68.1957 \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 482.0699 - \frac{w(1 + \theta)}{w^2 \theta + 1 - w(1 + \theta)} \times 88.3823 \right\}
 \end{aligned} \tag{5-43}$$

当 $\theta = 1$ 时，上式的积分结果表示为：

$$\int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa = \frac{(4\pi)^{-1} C_0 \chi_n \varepsilon^{-1/3}}{(w-1)^2} (68.1957 w^2 + 482.0699 - 176.7646 w) \tag{5-44}$$

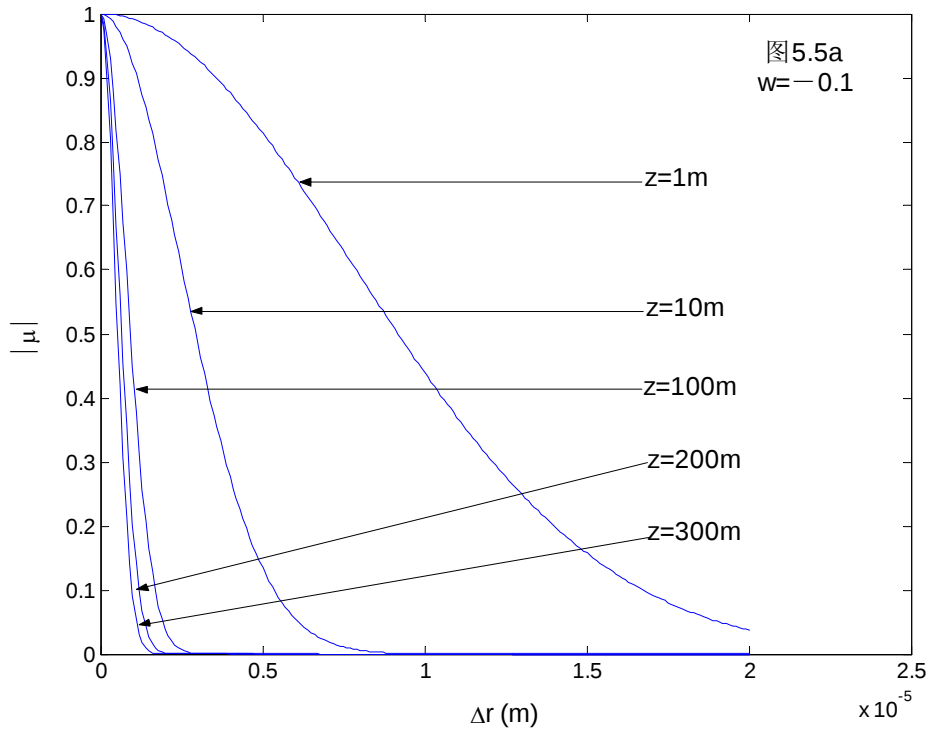
则 M 因子就可表示为：

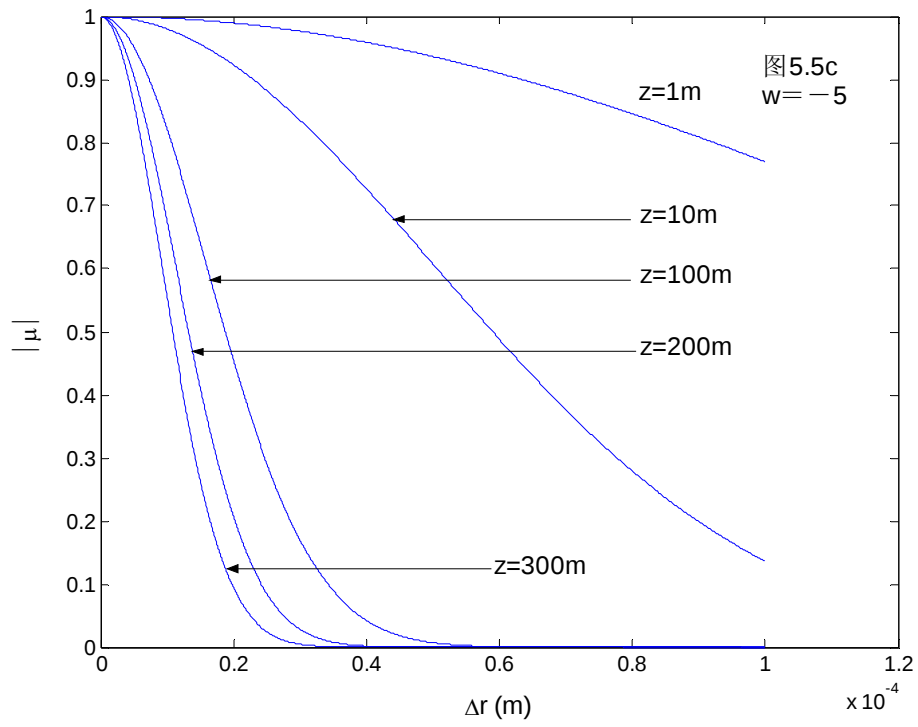
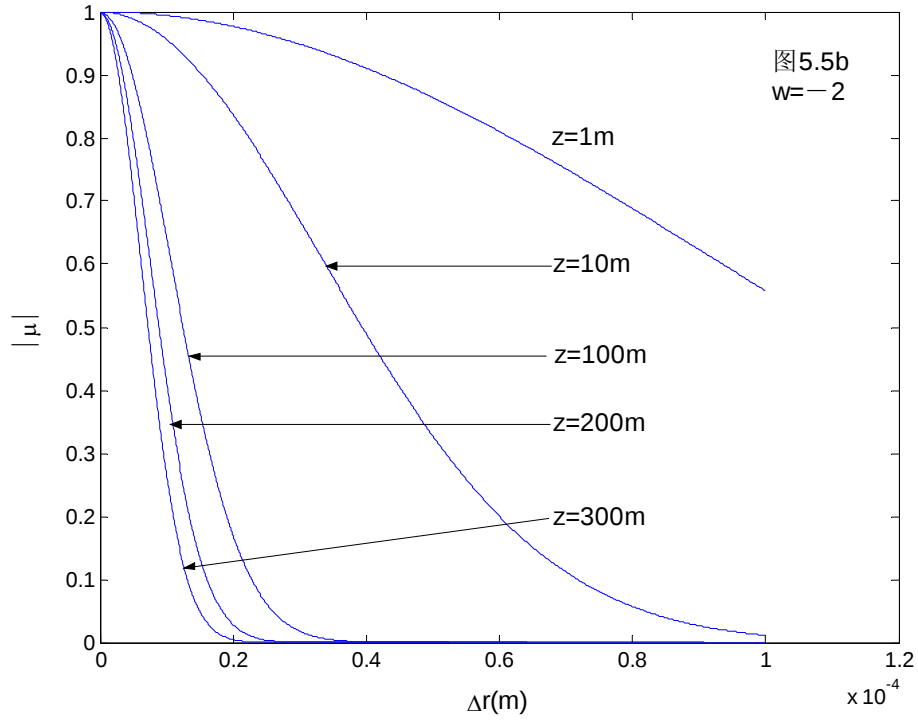
$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa \\
 &= \frac{\pi k^2 z \beta \chi_n \varepsilon^{-1/3}}{12(w-1)^2} (68.1957w^2 + 482.0699 - 176.7646w)
 \end{aligned} \tag{5-45}$$

考虑到(5-34)式，则 M 因子可进一步表示为：

$$M = \frac{\pi k^2 z \beta \varepsilon^{-1/3} A^2 \chi_T}{12w^2} (68.1957w^2 - 176.7646w + 482.0699) \tag{5-46}$$

这样以来，在不同的海水分层情形下，就可以根据温度起伏和盐分起伏对折射率起伏的不同贡献 w （ w 的取值在 $0 \sim -5$ 之间，其取值为定值时表示变化的梯度为恒定的值）来描述部分相干光在不同的海水分层中传输时光场相干度的退化趋势。





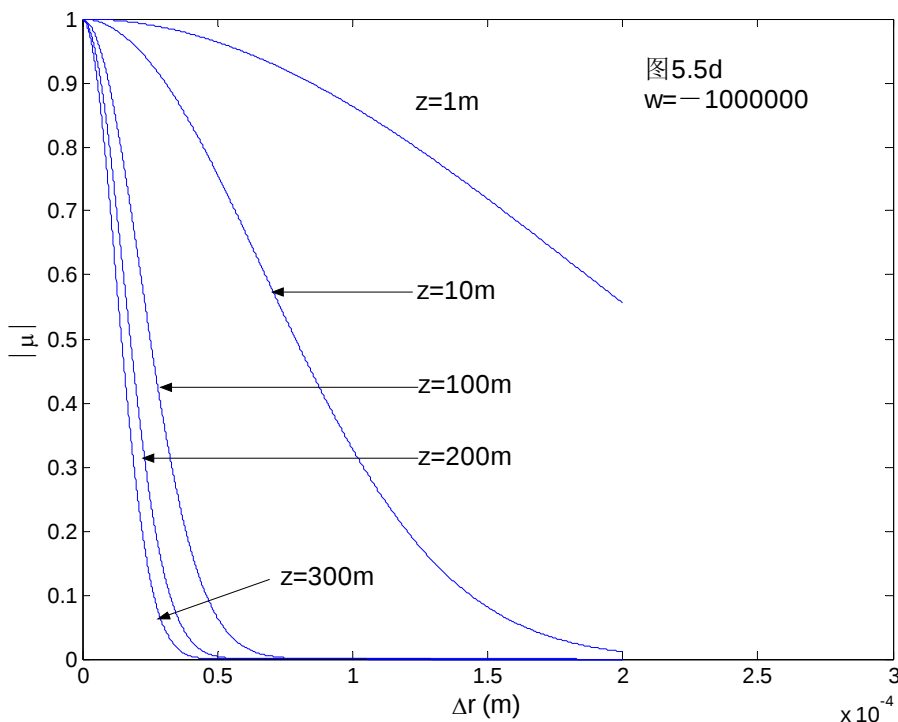


图 5.5 不同的传输距离、不同的温度—盐分贡献比下的相干度

在大气湍流中传输光波场的相干度是随着传输距离的增加也即湍流影响增大而减小的，那么在海水湍流中，传输光波场的相干度是如何变化的，温度和盐分谱的不同贡献比是如何影响光波场的则是我们下面所要考虑的。

考虑部分相干光源，光源参数取 $\sigma_{sC} = 3.28\text{mm}$ ， $\sigma_{gC} = 2.1\text{mm}$ ，给定一个 w 值，

我们计算不同的传输距离（ $z=0\sim 300\text{m}$ ）下相干度 $|\mu(\rho_1, \rho_2, z; \omega)|$ 的变化，如图 5.5 所示。

从图 5.5 中可以看出，随着传输距离 z 的增加，其光场中的相干性是逐渐减小的，当在远场处，光场相干度退化的趋势并不是像传输开始那样明显。当湍流谱的行为完全由盐分谱（即 w 值接近 0）描述时，如图 5.5a，传输一定距离后光场的相干度退化比较严重；当湍流谱的行为完全由温度谱（即 w 值接近无穷）描述时，如图 5.5d，传输一定距离后光场的相干度退化较缓。因此，可得出结论：在传输同样的距离后，完全由盐分谱支配的海水湍流对光场相干度的退化作用要强于完全由温度谱支配的海水湍流对光场相干度的退化作用。可见湍流中盐分谱对光场相干性的退化作用远强于湍流中温度场的作用，单纯的盐分谱比单纯的温度谱使光场的相干度退化的更快。

考虑不同相干性的部分相干光源所发出的光束在海水湍流中传输到一定距

离处光场相干度的退化演变。这里我们选择初始相关态不同的三种部分相干光源，其光源参数分别为， $\sigma_s = 5\text{cm}$ ，光源 A: $\sigma_{gA} = 2\text{mm}$ ；光源 B: $\sigma_{gB} = 1\text{mm}$ ；光源 C: $\sigma_{gC} = 0.1\text{mm}$ ，当所选海域中温度和盐分谱对折射率起伏分布的贡献比为 $w = -2$ 时。

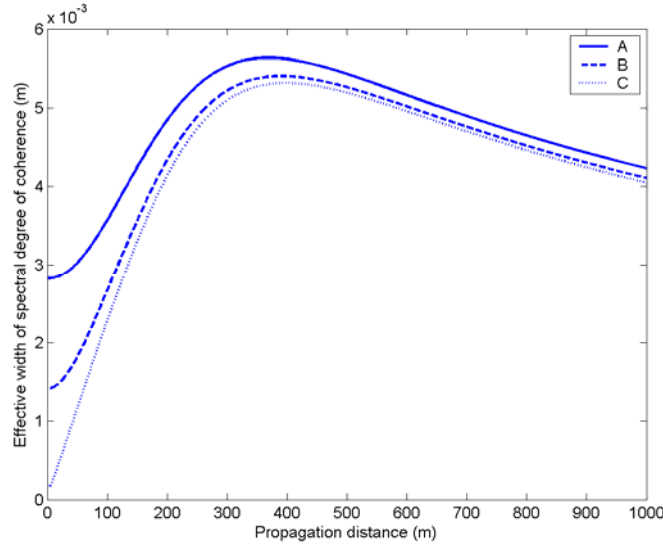


图 5.6 具有不同相干特性的部分相干源产生的光束在海水湍流中传输的谱相干度的有效宽度随通信距离的变化曲线。

图 5.6 给出了海水湍流中光束谱相干度的有效宽度随通信距离的变化曲线。我们以光源 B（短划线）为主要分析对象。谱相干度的有效宽度开始时是增进的，当通信距离约为 390m 时有效宽度达到最大值，约为 5.4mm。随着通信距离的增加开始逐渐减小。对于这样的现象，我们可以给出与第三章中图 3.6 同样的解释。在部分相干光束在海水湍流中进行传输时，有两类参数对其传输行为以及相干性质的演变产生影响：一类是部分相干光源参数，另外一类则是湍流谱模型参数。当光束刚刚从光源处出发进入湍流很短一段距离时，湍流的强度是很弱的，甚至可以忽略不计，因此湍流的影响并不能有效抑制部分相干光源的相干特性的效应。此时对光束行为起主导作用的是光源参数，它们决定了光束横向截面相干区域随着通信距离的增加而逐渐扩大。随着通信距离的进一步增加，海水湍流开始发挥其众所周知的使光束相干性退化的作用。当光束传输到约 390m 时，海水湍流的强度与光源相干特性的影响强度基本相当，因此谱相干度的有效宽度达到最大值。随着传输距离的进一步增加，海水湍流效应逐渐在影响光束行为方面占据了主导作用，这就使得相干度的有效宽度逐渐减小，这一点由曲线的下降部分可以看出。当传输距离足够远时，有效宽度几乎为零，则此时光束差不多可以看作是完全非相干光，湍流的作用使得光束的部分相干性完全退化。

在图 5.6 中，我们选用了三组不同的光源参数，它们分别表示具有三种不同的部分相干性的光源。对于三种光源发出的具有不同的初始相干态的光束，它们谱相干度的有效宽度 $\bar{\rho}_{ut}(z)$ 分别在光束传输到 370m、390m 和 400m 时达到最大

值。可以看出，参数 σ_g 具有较小尺寸的光源意味着它具有较弱的相干性，所发射的光束也具有较弱的部分相干性，但在与同样的海水湍流强度作斗争时，具有较弱相干性的光束却能传输地较远，比如光束 A 和 B 是分别传输到 370m 和 390m 处就已经达到和大气湍流强度势均力敌的情形，在此之后光束的相干性渐渐被海水湍流破坏而退化为完全非相干光，而光束 C 则是传输到 400m 才达到和海水湍流强度相当的情形。由此可见，弱相干性的光束在海水湍流中传输的更远，这也是部分相干光的在海水湍流中的传输鲁棒性，该结论和第三章中的分析是类似的。将图 5.6 与图 3.6 相比较，发现海水湍流对部分相干光束的影响要远超过大气湍流对部分相干光束的影响。

我们考虑不同的 w 取值对传输光场相干度的影响。取光源参数为 $\sigma_s = 5mm$ ， $\sigma_g = 1mm$ 。从图 5.7 可以看出，随着盐分谱的贡献所占比例越来越大，光场谱相干度的有效宽度最大值出现的距离，即有效传输距离越来越短， w 取值分别为 -5、-2、-1、-0.5 时，光场谱相干度的有效宽度最大值分别为 7mm、5.4mm、4mm 和 2.8mm，它们出现的位置即有效传输距离分别为 516m、390m、280m 和 182m。可见，湍流中盐分谱对光场相干性的退化作用要强于湍流中温度场对光场相干性的退化作用，图 5.7 也是图 5.5 结果的直观表现。

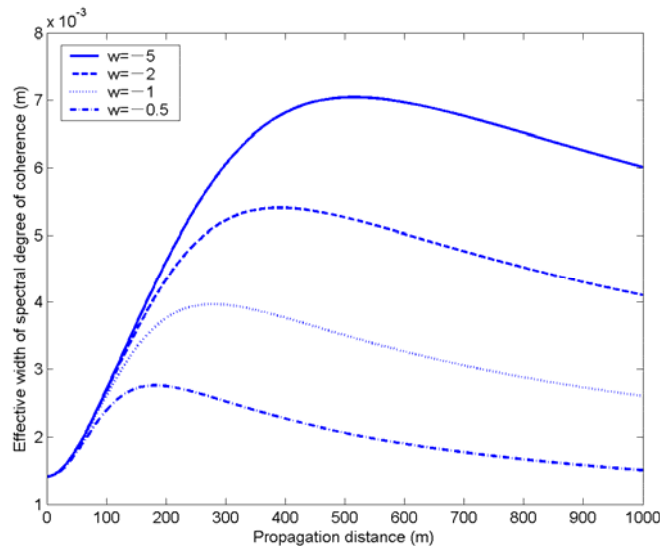


图 5.7 不同的 w 取值对 PCB 在海水湍流中传输的谱相干度的有效宽度的影响。

5.3.2 海水湍流中的 GSM 光束

5.3.2.1 光束扩展

对于统计上平稳的GSM光源和统计上均匀并各向异性的湍流介质，且二者统计特性是相互独立的，光束内某点的谱密度（即光强）可表示为：

$$\begin{aligned} \langle I(\boldsymbol{\rho}, z) \rangle = & \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2 \rho'_1 d^2 \rho'_2 \sqrt{I_0(\boldsymbol{\rho}'_1)} \sqrt{I_0(\boldsymbol{\rho}'_2)} \eta_0(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_1) \\ & \times \exp \left[-4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) \cdot \{1 - J_0[\xi \kappa(\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_1)]\} d\kappa d\xi \right] \\ & \times \exp \left[-ik \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_2)^2}{2z} \right] \end{aligned} \quad (5-47)$$

根据光束的归一化方均宽度的定义

$$\overline{\rho^2(z)} = \frac{\int \rho^2 I(\boldsymbol{\rho}, z) d^2 \rho}{\int I(\boldsymbol{\rho}, z) d^2 \rho} \quad (5-48)$$

可给出部分相干光在湍流中的束宽表达式：

$$\overline{\rho^2(z)} = \sigma_I^2 \left(1 + \frac{\sigma_J^2}{\sigma_I^2} z^2 + \frac{F_2}{\sigma_I^2} z^3 \right) \quad (5-49)$$

其中：

$$F_2 = \frac{4\pi^2}{3} \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) d\kappa \quad (5-50)$$

表示海水湍流的影响。将(5-29)、(5-31)、(5-46)和(5-50)代入(5-49)，可得到海水湍流中部分相干光的湍致束宽，则结果中能确定 χ_n 、 $\Phi_n(\kappa)$ 以及 F_2 的海水参数

只有 χ_T 、 ε 和 w 。

对于给定的部分相干光源，其光源参数取为 $\sigma_s = 10\text{mm}$ ， $\sigma_g = 0.2\text{mm}$ ，它所发出的光束经历 w 值分别为 -5 、 -1 、 -0.5 和 -0.1 的水体，则光束的湍致归一化方均束宽由图 5.8 给出。

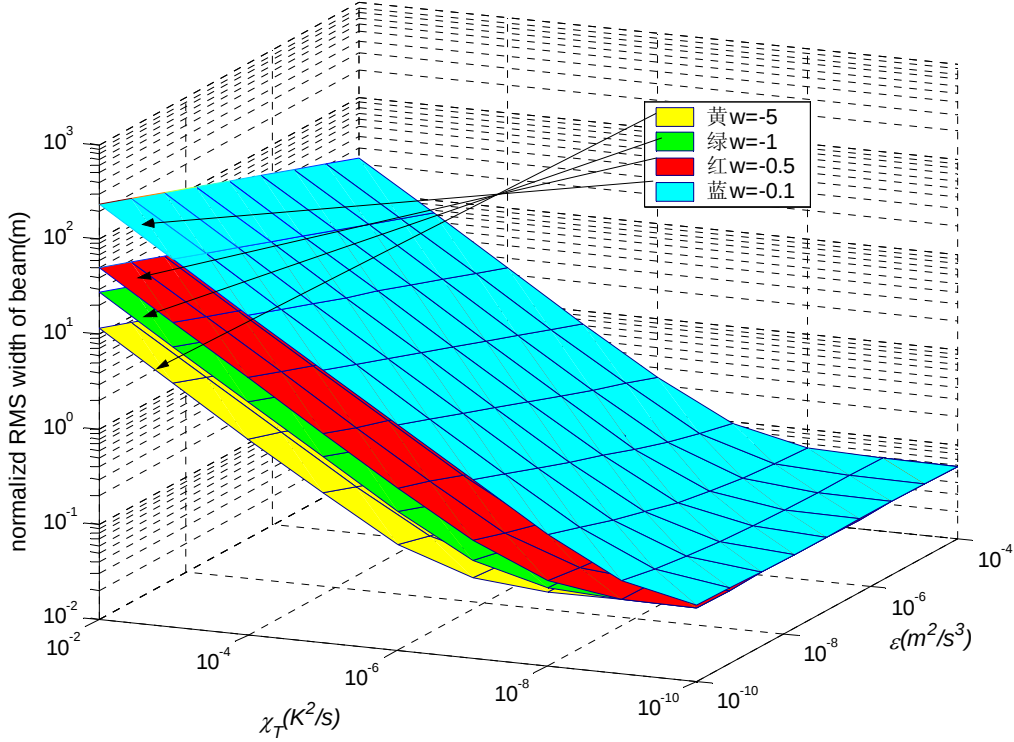


图 5.8 海水湍流中传输的湍致归一化方均束宽, $\sigma_s = 10\text{mm}$, $\sigma_g = 0.2\text{mm}$, w 值分别为 -5 、 -1 、 -0.5 和 -0.1 。

图示坐标中, 温度的耗散率 χ_T 取值范围在 $10^{-2} \text{K}^2/\text{s} \sim 10^{-10} \text{K}^2/\text{s}$ 之间, 湍流动能耗散率 ε 的取值范围在 $10^{-4} \text{m}^2/\text{s}^3 \sim 10^{-10} \text{m}^2/\text{s}^3$ 之间。如图 5.8 所示, 随着 χ_T 的增加和 ε 的降低, 光束的湍致归一化方均束宽是逐渐增加的。注意到 χ_T 表示小尺度温度梯度的强度, ε 则与最小涡流结构的尺寸成反比, 因此, 当所研究的水体具有较大的 χ_T (接近 $10^{-2} \text{K}^2/\text{s}$) 并且具有较小的 ε (接近 $10^{-10} \text{m}^2/\text{s}^3$), 这就意味着该水体具有较强的温度梯度强度和较大的最小涡流结构, 这两个特点是产生较强湍流的主要因素, 因此它们也导致对光束具有较大的湍致扩展束宽。同样地, 当所研究的水体具有较小的 χ_T (接近 $10^{-10} \text{K}^2/\text{s}$) 并且具有较大的 ε (接近 $10^{-4} \text{m}^2/\text{s}^3$), 这意味着该水体具有较弱的温度梯度强度和较小的最小涡流结构, 这两个特点使得该水体中的湍流作用较弱, 因此在该水体中传输的部分相干

光束束宽不会受到太大的影响。对于给定的 ε ，随着 χ_T 值的增加，光束会越来越宽，而当给定 χ_T ，随着 ε 的增加，和前一种情况相比会得到展宽较小的光束。改变 w 的值，如图 5.5 中蓝、红、绿、黄四个曲面所示，可以看出，随着 w 的值趋近于零，即盐分谱在折射率起伏功率谱中占据主导作用，光束的湍致扩展越来越宽，可见相比温度起伏来说，盐分起伏对光束扩展具有更大的贡献。

5.3.2.2 不同部分相干光束的传输行为

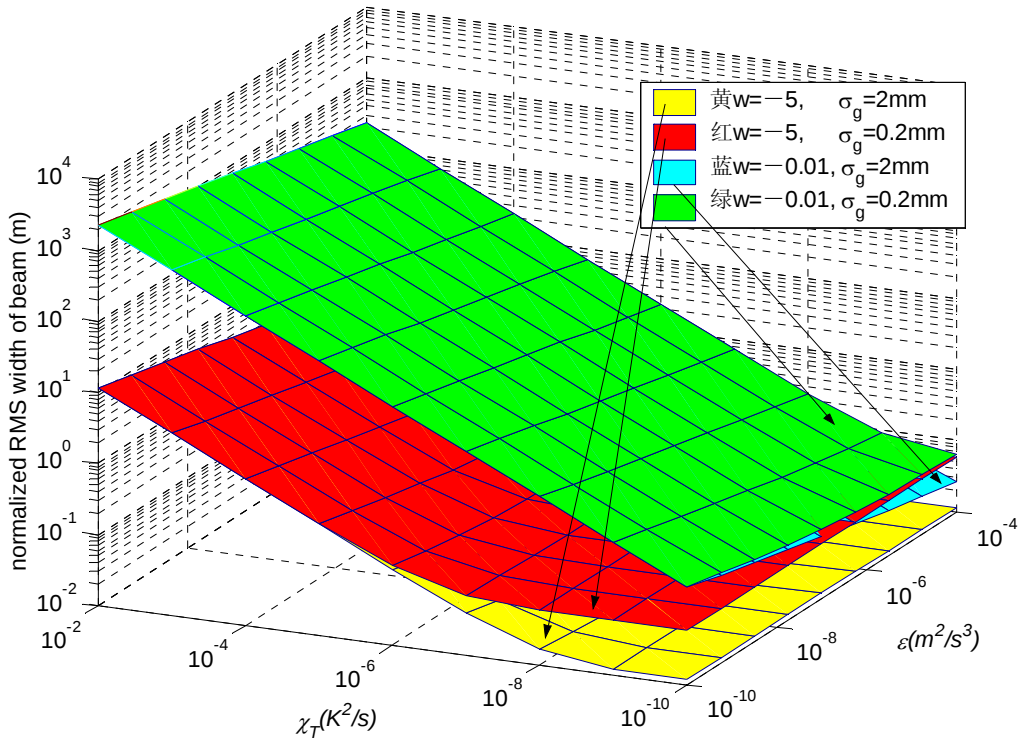


图 5.9 不同的部分相干光的湍致归一化方均束宽， $\sigma_s = 10\text{mm}$ ， σ_g 分别取 2mm 和 0.2mm， w 的值分别取 -5 和 -0.01。

改变光源相干长度 σ_g 可以分析不同的部分相干光束的湍致扩展情况，根据光源选择的限制条件，光源相干长度 σ_g 分别取为 0.2mm 和 2mm，计算结果如图

5.9 所示。

从图 5.9 可以看出, 当给定水体的 w 值, 如 $w = -5$, 对于较大的 χ_T , 不同的部分相干光具有一样的湍致光束展宽, 我们无法分辨出哪一个在湍流中具有更好的表现。然而, 对于较小的 χ_T (接近 $10^{-10} K^2/s$), σ_g 值为 2mm 的光束比另外的光束具有更宽的湍致展宽。当水体的 w 值取为 -0.01 时, 两个光束的湍致展宽总体上都大于 $w = -5$ 时的光束湍致展宽。尽管如此, 在任意的 w 值, 具有弱相干性的光束扩展的更宽, 如图 5.9 中在较小 χ_T 的区域附近, 红色曲面高于黄色曲面, 而绿色曲面高于蓝色曲面。只是在盐分谱占据更多主导贡献的情形下, 如图 5.6 的绿色曲面和蓝色曲面, 两个光束的湍致归一化方均束宽的差距变的小了, 即图 5.9 中在较小 χ_T 的区域附近, 蓝绿曲面的间距小于红黄曲面的间距。这一现象的原因主要是由于随着 w 值接近于零, 盐分起伏在对折射率空间功率谱的确定中起主导作用, 而盐分谱对光波的退化能力要强于温度谱, 因此导致光束湍致展宽增加, 即由红、黄曲面升至蓝、绿曲面。随着湍流的增强, 光束的部分相干性在与湍流对光波的退化能力的斗争方面并不占据优势, 因此具有不同相干性的光束在强湍流 (较大的 χ_T) 时无法体现出不同相干性光束的优劣, 它们只有在弱湍流 (较小的 χ_T) 时才能稍微体现出不同相干性光束的优劣, 这一点可以从图 5.9 中如下两点看出: 即使在强湍流 (较大的 χ_T) 处红黄曲面重合以及蓝绿曲面重合, 而在弱湍流 (较小的 χ_T) 处红色曲面高于黄色曲面以及绿色曲面高于蓝色曲面。

5.3.2.3 湍流距离

Gbur和Wolf[16]曾经定义了湍流距离 z_T 来表征部分相干光束的抗湍流能力, 定义为:

$$\frac{\overline{\rho^2(z_T)_{\text{turb}}} - \overline{\rho^2(z_T)_{\text{free}}}}{\overline{\rho^2(z_T)_{\text{turb}}}} = 0.1 \quad (5-51)$$

我们在本论文 4.4 节中给出了这个立方方程的解为:

$$z_T = \sqrt[3]{-\left(\frac{b^3}{27a^3} + \frac{d}{2a}\right) + \sqrt{\frac{b^3d}{27a^4} + \frac{d^2}{4a^2}}} + \sqrt[3]{-\left(\frac{b^3}{27a^3} + \frac{d}{2a}\right) - \sqrt{\frac{b^3d}{27a^4} + \frac{d^2}{4a^2}}} - \frac{b}{3a} \quad (5-52)$$

其中

$$a = 9F_2, \quad b = -\sigma_j^2 = -\frac{2}{k^2} \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_g^2} \right), \quad d = -\sigma_s^2 = -\frac{w_0^2}{2}$$

这里取 w 值分别为 -5 和 -0.01 ，计算结果如图 5.10 所示。

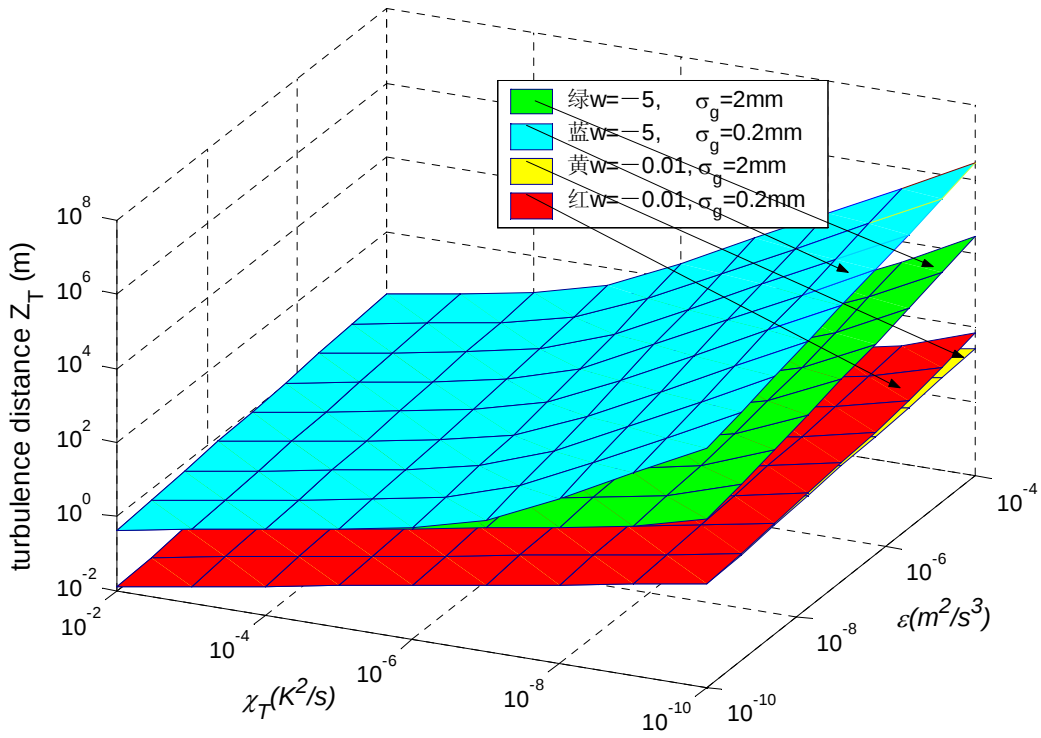


图 5.10 部分相干光束在海水湍流中的湍流距离， $\sigma_s = 10\text{mm}$ ， σ_g 分别取 2mm 和 0.2mm ， w 的值分别取 -5 和 -0.01 。

当 $w = -5$ 时，光源相干长度 σ_g 分别取为 0.2mm 和 2mm 。可以看出，对于较大的 χ_T ，不同的部分相干光具有相同的湍流距离，我们无法区分哪一个具有更远

的湍流距离。然而，对于较小的 χ_T （接近 $10^{-10} \text{ K}^2/\text{s}$ ）以及较大的 ε （接近 $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ），光源相干长度 σ_g 为 0.2mm 的光束具有更远的湍流距离。当时，仍然分析 σ_g 取 0.2mm 和 2mm 的情形，此时这两个光束的湍流距离都要小于其在 $w = -5$ 时相应的湍流距离。尽管如此，还是可以看出弱相干性的光束具有较远的湍流距离，如图 5.10 中的蓝色曲面高于绿色曲面，红色曲面高于黄色曲面。只是随着 w 值的降低，盐分谱占据主导作用，此时湍流对光场的退化影响较强，因此两光束的湍流距离之间的差距也变越来越小，如图 5.10 中红黄曲面的间距要小于蓝绿曲面的间距，其原因与上节中的分析相同。

5.4 本章小结

在本章中，我们根据前面章节中对部分相干光在大气信道中的传输的理论方法，对部分相干光在涉及海水信道的湍流信道中的传输进行了分析。在大气湍流中折射率起伏主要由温度统计分布确定，而在海水湍流中折射率起伏则主要是由温度和盐分的统计分布确定，因此我们在分析部分相干光束在海水湍流时就不简单地采用大气湍流的折射率空间功率谱，而是要引入能有效描述只有在海水湍流中才会出现的粘滞对流区（高波数区）的折射率功率谱。根据 Hill 提出的 model1 模型以及 Nikishov 等人的研究基础，我们引入了描述海水湍流的折射率空间功率谱，将其代入部分相干光传输的互谱密度公式，并推导了相干度的表达式以及部分相干光在海水湍流中的湍致光束展宽公式，根据海水参数的关系，上面的结果可以归结为对三个海洋参数即温度的耗散率 χ_T 、单位质量的湍流动能耗散率 ε 以及水体中温度和盐分贡献比 w 的影响。将描述信道的这三个海洋参数以及光源参数结合在一起进行考虑，我们对部分相干光在海水信道中的相干度退化、湍致展宽特性以及抗湍流能力——湍流距离等参数进行了分析。所得结果可以为蓝绿激光在海洋中的工程应用提供理论参考依据。为方便计，本章内容仅分析了海水湍流对部分相干光场传输的影响，并未考虑已被广泛研究的海水对光的吸收和散射等，在实际应用时应将它们放在一起综合考虑。

迄今为止，尚未见国内外有关于部分相干光在海水湍流中的报道，因此本章研究内容应属首创，已被 Journal of Optics. A: Pure and Applied Optics. 8, 1052-1058 (2006)接收并发表。

第六章 星潜信道中的多光束阵列传输

6.1 星潜信道中基于多光束阵列的二维图案传输

对于直接检测的激光通信接收机来说,湍流的效应主要表现为大气闪烁。从应用角度上,大气闪烁将严重影响接收机的信噪比,因此克服或者减轻大气湍流的影响是近地面自由空间激光通信研究的一个热点。目前已报道的方法有自适应光学技术[41,42]、部分相干光技术[43,132]和多重孔径技术[38,39]。目前针对大气的影 响,研究方向为均衡考虑总信噪比和大气平均效应,更深入地利用多波长、多光束、多接收和多时间采样的研究。国内对于近地面光通信的研究虽然也引起了重视,但目前仍停留在实验室研究阶段。基于我们课题组的基础以及对星间激光通信的研究背景,我们对上述的部分相干光技术以及多通道技术进行了一些探索性的研究。前文中我们已经给出关于部分相干光学的工作,本节对多通道技术在方面开展的一些工作进行简要的介绍。

6.1.1 模型描述

传统的空中对潜的激光通信一般采用单束激光的链路通信方式[137,138],但信道的强散射特性在恶劣的天气下会严重影响单束激光传输的通信质量,有时甚至会中断通信链路。作为克服大气影响的有效途径之一[139,140],多光束传输技术已越来越多地应用于以大气为传输媒质的空间激光通信系统中[141]。多光束传输技术是一种非相干光束叠加技术,即多个相互间不相干的激光束经过不同的传输路径发送到远场接收端并进行非相干叠加,平滑接收信号光强起伏的技术,这也可视为一种发射分集技术,多光束的非相干叠加。美国AstroTerra公司曾经做过1、2、4、8、16孔径的近地大气通信实验,使归一化的光强起伏方差降低3~8个分贝,实验是在光束之间互不相关的基础上进行的[142]。此外,[143]还分析了当各光束的幅度起伏之间存在相关时的多光束大气传输特性。

从上面的介绍可以看出,传统的无线信道多光束阵列传输目的都是为了对各个光束的发散和扩展进行控制以降低各光束波阵面内的畸变以及传输光束之间的串扰[144,145],尤其是在涉及海水和大气这样的强散射信道中。为此我们提出一种利用多光束阵列在复杂散射信道中进行二维图案传输的理论模型。众所周知,对于海水和大气这样的强散射信道,虽然可以采用上述的各种方法来减轻湍

流的影响,但是却不能完全消除,甚至有时在恶劣的环境中这些方法可能会失效。这里将思维发散,既然不能完全消除大气的影响,那么可以考虑充分利用信道的强散射特性,使并行发射的各光束充分扩散,在接收面形成交迭区域,成像光学接收系统在该较低区域内接收光信号并恢复各发射光束的空间位置信息,从而完成二维图案信息的多通道传输。这里我们考虑同时涉及海水和大气的空潜信道作为研究对象。

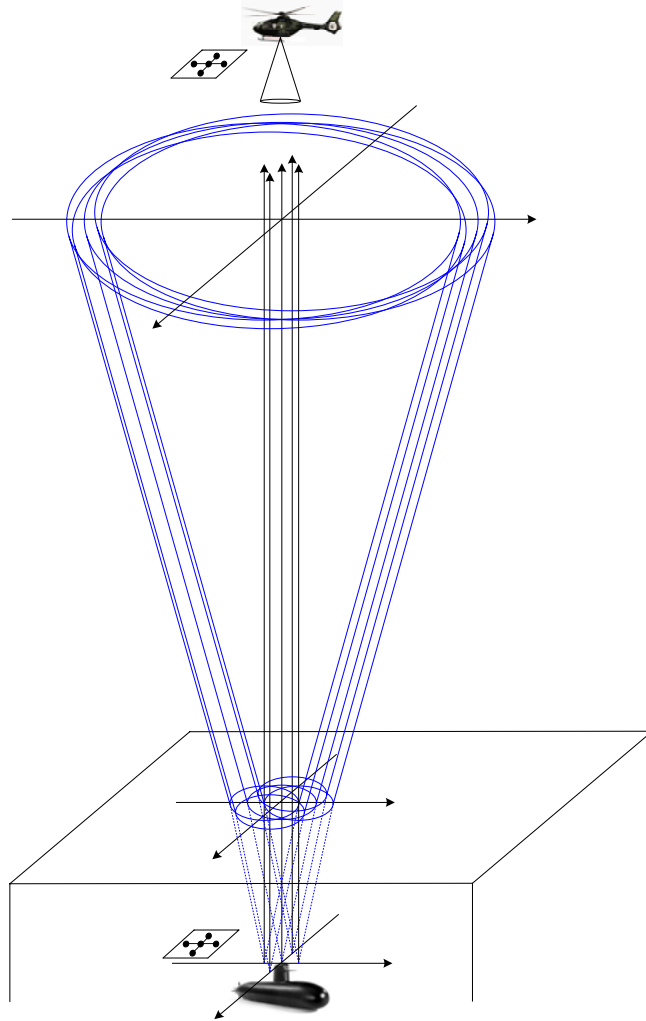


图 6.1 二维图案的多光束阵列上行传输通信模型

图 6.1 给出了用于空潜上行多通道光束二维图案光传输的示意图。这里假定信道为理想信道,不考虑大气湍流、不同类型海水分层效应以及随机波浪和海风的影响。水下的发送端并行发射多通道准直激光光束,在其发射方向的横截面上它代表一个二维图案。光束在经历海水散射、水面折射和激光光束发散作用后,在空中接收面处形成一个扩展光斑阵列,光源的紧凑性使得光斑阵列中形成一个交迭区域,该区域包含了每个光束的部分信息,成像光学系统可在交迭区域接收

并恢复各光束发射时的空间信息，从而重现初始的二维图案信息，完成二维图案光通信传输。在实际应用中，接收平面处各光斑的直径可以达到几百米甚至数公里，其交迭区域也等同于一个直径为几百米的圆斑，远远大于接收机本身尺寸，因此实现成像光通信是完全可行的。

6.1.2 几何光路

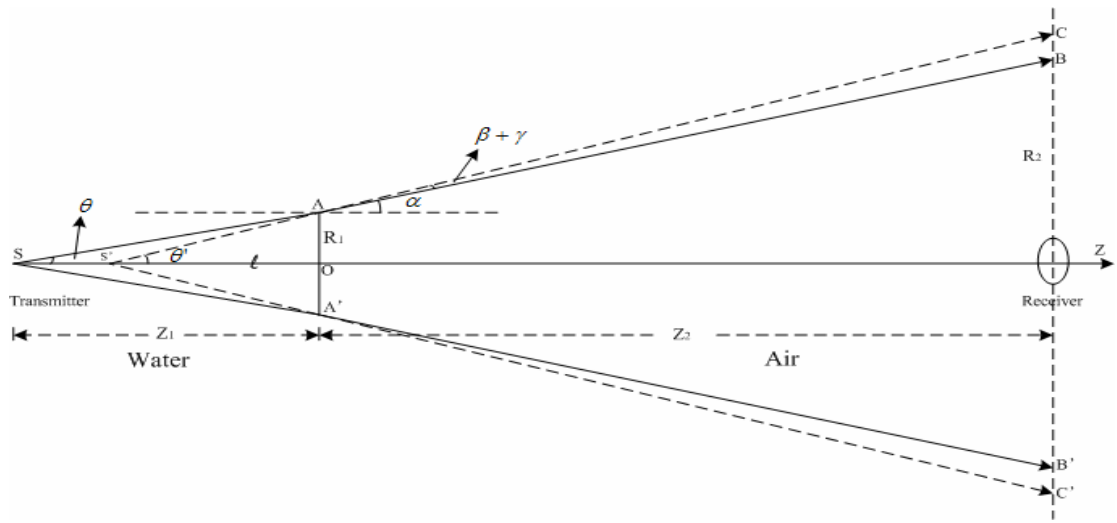


图 6.2. 单光束的收发光路几何示意图

如图 6.2 所示，对于海水信道，位于水下深度 Z_1 处的光源 S 发射一束蓝绿激光，光束在水中的扩展已被广泛研究[106,107,146]，但很难给出能真实而又简易描述光束在水中扩展情形的解析表达式，这里我们将光束传输至水面的扩展光斑半径 R_1 表示为[106]：

$$R_1 = 2[(1 + Z_1^2 / k^2) / 4 + 0.58(\delta n)^2 n^2 Z_1^3 / l_n]^{1/2} \quad (6-1)$$

式中 $k = 2\pi / \lambda$ 为波数， $(\delta n)^2 = 10^{-8}$ 为海水折射率波动的均方值， $n = 1.33$ 为海水折射率的平均值， l_n 是与海水折射率波动相关的最小特征长度，它的取值在 10cm~1m 范围内。这里将光束在海水中的传输扩展近似地看作线性扩展，因此就可以借用自由空间中光束扩展的分析方法，得到光束在海水中的准发散角度。不同的是，海水中的发射角要远远大于自由空间中准直激光光束的发射角，定义海水中发射半角 θ 为：

$$\theta = \arctan(R_1 / Z_1) \quad (6-2)$$

海水/空气界面的折射作用和激光光束自身衍射的发散作用将使光束得到更大的展宽，它们对光束扩展角的贡献分别为 α 和 β

$$\alpha = \arcsin(n \sin \theta) \quad \beta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (6-3)$$

其中 w_0 为发射光束的束腰， λ 为波长。

对于大气信道，当光束在大气信道中传输距离 Z_2 后，光束扩展为一个更大的光斑 CC' ，如图 6.2 所示。为了简化分析，将扩展光束的边线 AC 和 $A'C'$ 逆向延长，其延长线交于 Z 轴上一点 S' 。把点 S' 看作视在光源，则在大气信道中的光束就可以看作是由视在光源 S' 发出的。和 S' 相关的参数可看作视在参数，视在参数的引入使原本涉及两个不同折射率介质的复杂信道中的光传输问题有效地简化为仅在一个介质中的光传输问题，则在简化后的视在模型中光束的准发散角和视在距离就可表示为

$$\theta' = \alpha + \beta, \quad l + Z_2 = R_1 / \tan \theta' + Z_2 \quad (6-4)$$

“视在”的概念定义如下：光束在由大气射向水中时发生折射，如果不考虑折射率变化的影响，光束发散达到某固定宽度时光束中所行进的深度要比实际发生折射时所行进的深度浅，前者深度称为视在深度，光束在视在深度上的理论扩展光斑称为视在光斑，这里所涉及与视在光斑有关的参数均称为视在参数，与之相关的链路称为视在链路。视在参数的引入可以使得涉及两种不同介质的复杂散射信道约化为仅涉及一种介质的简单信道，简化了光传输的理论分析。

l_n (cm)	Z_1 (m)	R_1 (m)	θ (mrad)	Z_2 (m)	R_2 (m)	$l + Z_2$ (m)	θ' (mrad)
10	300	3.4757	11.58	2000	34.2950	2225.5523	15.4
20	300	2.5574	8.52	2000	25.2335	2225.5576	11.3
30	300	2.1664	7.22	2000	21.3579	2225.5594	9.6
40	300	1.9417	6.47	2000	19.1581	2225.5603	8.61
50	300	1.7933	5.98	2000	17.6945	2225.5608	7.95

表 6.1 不同类型海水几何光学参数的变化

如表 6.1 所示，在 Z_1 取 300m、 Z_2 取 2km 的情况下，当海水特征长度从 50cm

减为 10cm，相应于海水的混浊度增加， R_2 值从 17.6945m 增加至 34.29m， θ' 值从 7.95mrad 增加至 15.4mrad。在 l_n 取 10cm、 Z_2 取 2km 的情况下，当 Z_1 从 150m 增加到 300m， R_2 从 28.9321m 增至 34.295m。相应地， θ' 从 13.7mrad 缓慢地增加至 15.4mrad。可见，光束的准发散角受到海水混浊度和激光光源深度的共同影响，其中前者对准发散角的影响要大于后者。当 Z_1 固定在 300m 时，随着 Z_2 的增加， θ' 值始终保持在 15.4mrad，而 R_2 则从 18.8854m 增加至 80.524m。

对于 R_2 为 80.254m 的扩展光斑，假定交迭面积至少占每个光束扩展光斑面积的 1/6，则当光束在大气信道中传输 1km 时，交迭面积约为 186.6m²，相当于半径为 7.7m 的圆斑；而当光束在大气信道中传输 5km 时，交迭面积约为 3393m²，相当于半径为 32m 的圆斑，这些尺寸都远大于通常的接收透镜直径。随着大气信道长度的增加，该面积还会继续增大，可见使用接收透镜在交迭区域中对各光束进行接收并重现二维图案信息是完全可行的。

6.1.3 链路传输方程

分别考虑空潜通信链路所涉及两种不同折射率介质中的光传输。对于水下信道而言，水面光斑的光功率 P_1 可表示为

$$P_1 = P_S \eta_{TW} e^{-\sigma_w Z_1} \left(\frac{2R_1}{2\theta \cdot Z_1} \right)^2 \quad (6-5)$$

式中 P_S 为光源 S 的实际发射功率， η_{TW} 为发射效率， σ_w 为海水的光衰减系数， 2θ 为水下发射角。水面光斑内的实际光功率 P_1 还可看作是视在光源 S' 发射的准直光束在经过一段视在深度 l 后所扩展光束的光功率

$$P_1 = P'_S \eta_{TA} \eta_{RA} e^{-\sigma_A l} \left(\frac{2R_1}{2\theta' \cdot l} \right)^2 \quad (6-6)$$

式中 P'_S 为视在光源光功率， η_{TA} 和 η_{RA} 分别为视在信道中的发射效率和接收效率， σ_A 为大气衰减系数均值。由(6-6)式就可以推出视在光源 S' 的发射光功率

$$P_S' = \frac{P_1}{\eta_{TA}\eta_{RA}e^{-\sigma_A l}(\frac{2R_1}{2\theta' l})^2} \quad (6-7)$$

实际的空中接收平面上光束扩展光斑内的光功率则可以看作是视在光源 S' 发射光束在准均匀大气介质中经历传输距离 $l + Z_2$ 后到达接收平面的光功率：

$$P_2 = \frac{A_R}{A} \cdot P_S' \eta_{TA} \tau_{AWI} \eta_R e^{-\sigma_A(l+Z_2)} \left[\frac{2R_2}{2\theta'(l+Z_2)} \right]^2 \quad (6-8)$$

式中 τ_{AWI} 为海水/大气界面的透射效率， η_R 为接收机的接收效率，扩展光斑半径为 $R_2 = (l + Z_2) \cdot \theta'$ ， $A_R = \pi(D/2)^2$ 为接收透镜的有效接收面积， D 为其有效直径， $A = \pi R_2^2$ 为接收平面上的扩展光斑面积。合并(6-7)和(6-8)式，则接收机有效接收到的光功率为：

$$P_R = \left(\frac{D/2}{R_2} \right)^2 P_S \eta_{TW} \tau_{AWI} \eta_R e^{-(\sigma_w Z_1 + \sigma_A Z_2)} \left[\frac{R_2 l}{\theta \cdot Z_1 (l + Z_2)} \right]^2 \quad (6-9)$$

图 6.3 给出了水下光源深度在 100~300m，大气信道长度在 1~3km 范围内，接收光功率随传输距离和接收孔径尺寸的变化曲线。计算中的参数选取如下： D 取 50cm，发射功率 P_S 取 1000mW， η_{TW} 取 90%， τ_{AWI} 取 98%， η_R 取 80%， σ_w 取 0.015/m， σ_A 取 0.00045/m。可以看出，接收光功率随着水下和大气信道传输距离的增加而降低。对于初始发射光功率为 1000mW 的单光束，在水下和空中分别传输了 100m 和 1km 后，由直径为 50cm 的接收透镜在扩展光斑范围所接收到的光功率为 6.7×10^{-6} mW，这也是在上述的距离参数范围内所能接收到光功率的最大值。当采用直径为 1m 的接收透镜时，所能接收到的光功率为 2.65×10^{-5} mW。

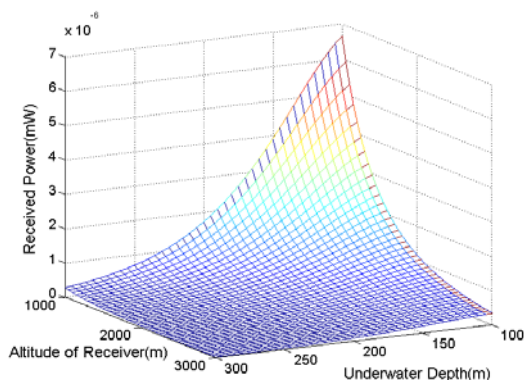


图 6.3 (a)

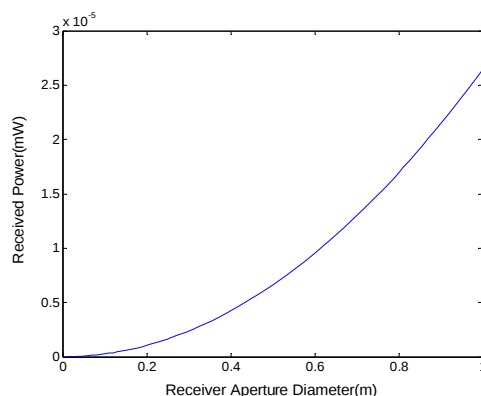


图 6.3(b)

图 6.3 (a) 接收光功率与不同海水深度(100~300m)以及不同接收高度(1~3km)的变化关系; (b) 发射深度和接收高度分别为 100m 的 1km 情况下, 不同直径(0~1m)的接收透镜所接收到光功率。

6.1.4 验证性实验

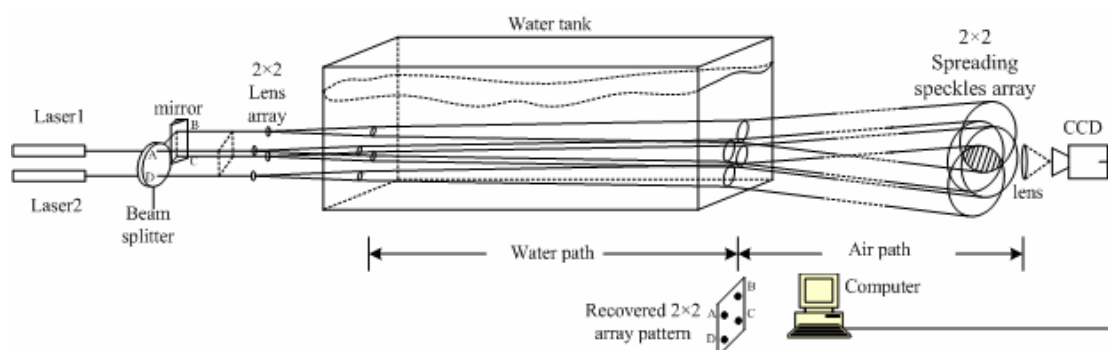


图 6.4 实验装置示意图

实验中, 我们设计了长为 1m 的海水信道和长约 5.58m 的大气信道, 装置如图 6.4 所示。发射端采用波长均为 514nm、发射功率分别为 1.5mW 和 15mW 的 2 个氩离子激光器, 所发出的两个光束分别被分束计和反射镜分成光束 A、B、C 和 D 四束, 构成 2×2 光束阵列, 在竖直的二维平面上呈 2×2 的图案分布。由于不同的分光比, 光束的初始直径分别为 96mm、98mm、122mm 和 105mm, 发射功率分别为 0.488mW、0.544mW、8.96mW 和 1.457mW, 这样的功率值使得实验模拟更接近真实的随机情形。考虑到实验中有限的水光路不能提供明显的光束扩展效果, 因此预先在水槽前采用 4 个直径为 15mm 的微小透镜振立来扩展各光束, 以增强光束的扩散效果。接收端使用直径为 5.5cm 的望远镜系统在各光束的交迭区域接收光信号, 并通过 CCD 来接收成像, 从而重现发射端的 2×2 空间模式信息。我们在水槽前、水槽后及其后不同的接收平面上测量了光束直径

和接收到的光功率，测量结果与理论模拟分别如图 6.5 所示，这里我们忽略水槽玻璃壁的影响。

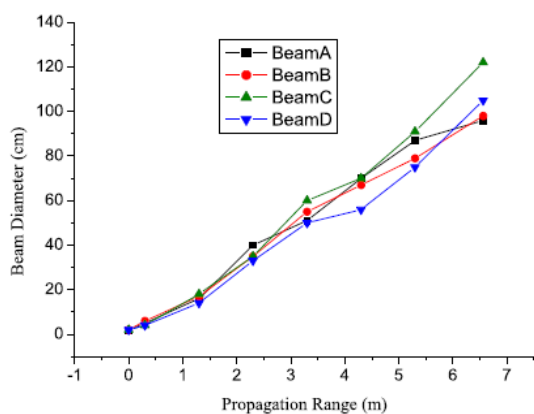


图 6.5a. 光束直径实验测量结果

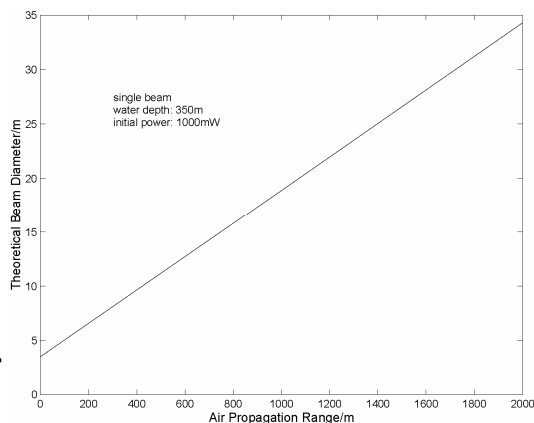


图 6.5b. 光束直径理论模拟结果

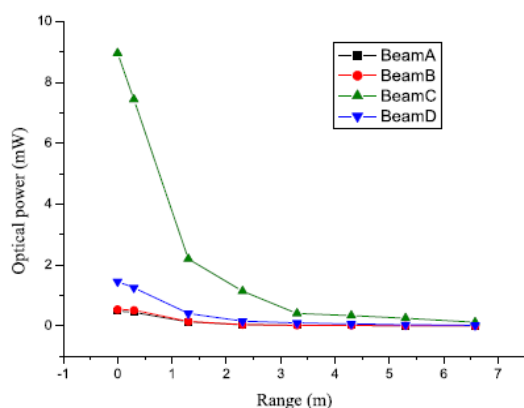


图 6.5c. 接收光功率的实验测量结果

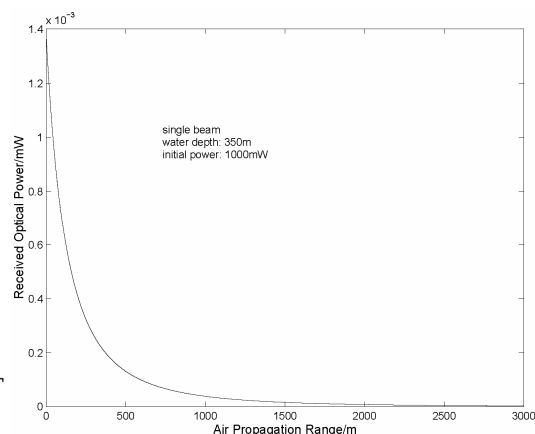


图 6.5d. 接收光功率的理论模拟结果

从图 6.5a 和 6.5c 中可以看出，由于实验中海水信道长度较短，因此光在通过这 1m 的路径前后的光束直径并没有得到显著的展宽，而光功率却因为水中的浑浊物质而迅速衰减，尤其是光束 C，随 X 坐标从 0.3m 到 1.3m，其光功率从 7.44mW 迅速衰减到 2.2mW。当通过总的 6.58m 路径后，光功率分别衰减至 0.005mW、0.003mW、0.116mW 和 0.021mW。经过计算，各个光束的准发散角平均为 0.89° ，相当于 15.5mrad，在传输过程中大约有 98.9% 的初始光功率被衰减掉。从图中可以看出，由于实验中的准扩散角接近其理论值，因此我们在实验中得到的光束展宽也是合理的。我们在实验中使用了透镜阵列以增强光束的展宽，经过计算得到在实验中 6.58m 的总传输距离的效果相当于实际应用中的 350m 海水路径和 3km 大气路径的传输。接收端的光斑图与重现的 2×2 阵列模式图案如图 6.6 所示，可以看出，接收光学成像元件清晰地重现了所发送的二维

图案，实验结果表明该模型具有较好的可行性。

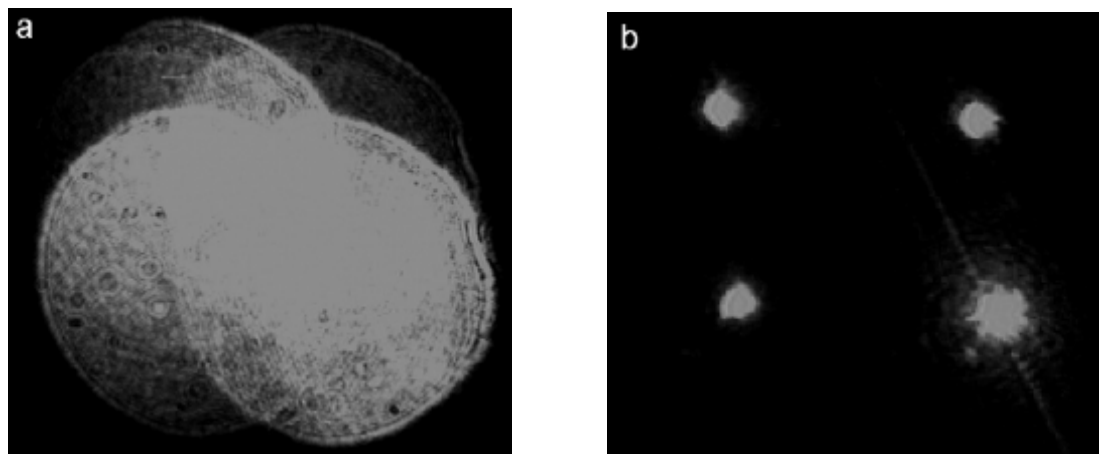


图 6.6 (a) 扩展光斑在接收面的扩展和交迭

b)重现的 2×2 阵列图案

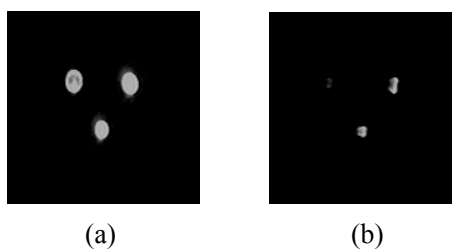


图 6.7. (a) 无瞄准误差时接收的图案; (b) 存在瞄准误差时接收的图案

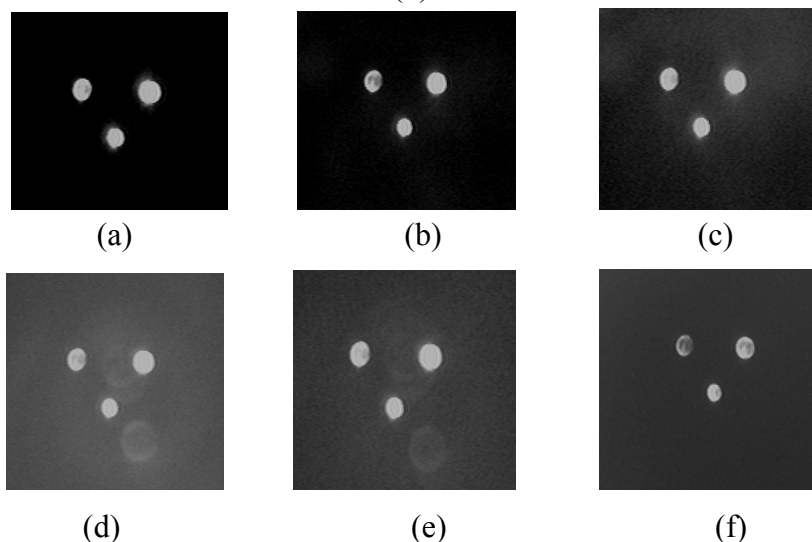


图 6.8. 接收成像图案: (a) 无背景噪声; (b) 白炽灯直接照射水面; (c) 白炽灯照射水槽前端的实验台; (d) 白炽灯直射接收机; (e)斜射接收机; (f)日光灯照明。

此外还定性地研究了瞄准误差及背景光对实验结果的影响，这里使用了 A、

B、C 三个光束。图 6.7 (a)和 6.7 (b)比较了瞄准误差对实验结果的影响, 其中(a)为接收机在交迭区域中心接收的图案, (b)为接收透镜偏离交迭区域中心时所接收的图案, 可以看出, A、B、C 三个像点有不同程度的信息丢失。图 6.8 分别给出了不同方位背景光的噪声影响, 其中(b)和(c)模拟了海水表面对太阳光的漫反射, (d)和(e)则模拟了云层对太阳光不同方向上的漫反射, 而(f)则模拟了晴朗少云天气条件下对图案的接收结果。(b)和(c)在接收图案的局部添加了微弱噪声, 而(f)在整个接收图案上都产生了均匀的噪声, 但是其幅度值相比较(b)和(c)的情形更为微弱, 只有(d)和(e)情形给接收图案产生了较强的噪声, 且直射接收机时产生的噪声大于斜射时的噪声, 这在一定程度上降低了图案的接收质量, 由于背景噪声功率远低于光信号功率, 因此并不影响对接收图案的识别。在实际应用中, 当噪声极大时, 可以通过增加信号光的发射功率和使用窄带的滤波器等来降低噪声, 提高图案传输链路的通信性能。

6.1.5 本节小结

提出了一种新颖的利用多光束阵列在复杂散射信道中传输二维图案的理论模型。该模型有效利用信道的强散射特性, 使各光束充分扩散, 在接收平面形成一个具有较大面积的交迭区域, 利用成像接收光学系统在该交迭区域内接收光信号, 完成二维图案信息在复杂散射信道中的传输。视在参数的引入简化了复杂信道中光传输的理论分析, 结合视在参数分析了光束在视在链路中的传输特性。对于较为混浊的海水, 当信道长度较大时, 光束可以得到充分地扩展, 考虑到接收终端光束能量补偿和放大装置, 在交迭区域内接收并重现二维图案信息在理论上是完全可行的, 验证性实验的结果也表明该模型具有较好的可行性, 该模型也可作为光学工程应用的理论指导。

6.2 多光束阵列传输的应用: 量子密钥的多通道传输

6.2.1 BB84 协议

自从人类有了通信的需要以来, 怎样在通信中保密以及如何破译敌方的密码就是一对永恒的话题。进入了 21 世纪这个高度信息化的时代, 人们对各种信息的保密也越来越关注。由于科学技术的不断更新, 伴随着各种新型通信技术的诞生, 许多相应的解密手段也应运而生, 全球每天都在发生加密信息被盗事件, 特别是随着互联网的迅速发展, 网络安全日益成为人们所关心的问题。因此在当今社会, 除了军事和外交上的需要, 商业贸易、网络通信等都需要防范非法的“第三者”。如何对这些领域中的重要机要信息进行保密, 也就逐渐成为了广大科研工作者和工程技术人员所需要解决的重大课题。

传统的密码通信是依靠密钥、编码规则和密钥传送三方面的保密来保证其安全性。随着密码学数学理论的发展,出现了越来越复杂的密码,但理论上不被破译的可能性并未得以证明,日益增强的计算机使很复杂的密码也不断被破译。唯有永远不被重复使用的随机数密码本从数学上被证明是不可破译的。但因为它和明文一样长,要求通信双方经常生成、传送并保存数量庞大的数据库作为密码本,使用很不方便。其次,密码本在传送过程中有可能被截获、复制或篡改。

现行的经典密码通信是基于经典信道的安全或对某种数学难题的求解,其安全性是相对的。随着计算机科学技术的不断发展,其安全性日益受到挑战。量子密码通信的出现为人们提供了一种全新且安全的密码通信系统。量子密码通信实际是一个量子态作为密钥载体进行分配的过程,它是用一个单光子携带一个比特信息来进行密码传输的,其安全性依赖于量子力学中的 Heisenberg 不确定性原理、量子不可克隆定理和量子不可分割性。

首先想到将量子力学用于密码术的是美国的Wiesner,他在1970年提出用共轭编码制造不可伪造的“电子钞票”,但他的方案需要能长时间保存单量子态,不大现实,因而他的大胆设想未被接受,直到1983年才得以在会议录上发表[147]。在同他的讨论中,Bennett和Brassard受到启发,认识到单量子虽不好保存但可用于传输信息。1984年,他们提出第一个量子密码术方案,用单光子偏振态编码,现在称之为BB84协议[148],迎来了量子密码术新时期。1992年,Bennett又提出一种与BB84协议类似而更简单、但效率减半的方案,后称之为B92协议[149]。基于另一种量子现象即Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 佯谬,Ekert于1991年提出用双量子纠缠态实现量子密码术,称为EPR协议[150]。后来也出现了不少其他协议,但都可归纳为以上三种类型。这里所说的量子密码通信其实不在于密码通信本身,量子密码术不是用于传输密文,而是用于建立、传输密码本,这个密码本是绝对安全的,并且根据海森伯不确定性原理,任何窃听者的存在都会被发现。下面以BB84协议为例解释量子密码术的中心思想。

根据其量子特性,光子的偏振态可用下面三套互为共轭的矢量基中任何一套来描述: (i) $(0,1)$ 、 $(1,0)$; (ii) $1/2(1,1)$ 、 $1/2(1,-1)$ 和(iii) $1/2(1,i)$ 、 $1/2(i,1)$ 。前两套基的基矢量代表线偏振光的偏振方向,两套基互成 45° ,第三套基代表圆偏振光的右旋态、左旋态。两套基互为共轭指的是,一套基的任一基矢在另一套基的任何基矢上的投影都相等。因此,对于某一基的基矢量子态,以另一个共轭基对其进行测量,会消除它测量前具有的全部信息而结果完全随机。例如,一个水平放置的检偏棱镜,透射光偏振方向为水平,反射光偏振方向为垂直,用它去测量一个线偏振方向为 45° 的光子,完全无法知道该光子会在哪个出口出现,因为两个方向出现的几率都为50%。如果光子初态偏振方向为水平或垂直,在检偏器两个出口各放置一个探测器,就可完全判断光子的偏振方向,测量结果是确定性的。利用光子上述量子特性,通信双方Alice, Bob可用单光子的偏振态,在公开通道上建立密钥本而窃听者Eve无从知晓,并且Eve的任何窃听活动都会被Alice, Bob发现,具体方法如下:

首先, Alice、Bob选择光子的任何两个共轭基, 为了说明方便, 我们选两个线偏振基。以基矢的方向代表二进制的0, 1比特, 如定义 0° 和 45° 的偏振方向为0, 而 90° 和 135° 的偏振方向为1。Alice通过沿正向或斜向放置的偏振棱镜向Bob发送偏振方向任取为 0° , 45° , 90° 或 135° 的单光子序列。Bob用检偏器同步测量每个光子的偏振方向, 每次随机选择正向或斜向检偏基。在一半的情况下, Alice的基会与Bob的一致, 这时Alice能确切知道光子的原偏振方向。双方偏振基不同时, 根据量子力学, Bob的测量结果是完全随机、不确定的。随后Bob宣布他所使用的偏振基序列(当然不公布测量结果), Alice告诉Bob哪些基选对了, 双方保留基相同时与偏振态对应的随机比特数序列作为密码本。

1	/		\	—			—	—	\	/		\	/	/
2	+	×	×	+	+	×	×	+	×	+	×	+	×	×
3			\	—		\	/	—	\					/
4			✓	✓	✓			✓	✓					✓
5			1	0	1			0	1					0
6				0					1					
7			1		1			0						0

表6.2 BB84量子密钥分发协议

下面与表6.2对应给出建立密码本的具体步骤:

- (1) Alice向Bob发送一串偏振方向随机选定的单光子;
- (2) Bob随机选择正向或斜向检偏基, 测量光子的偏振方向;
- (3) Bob所测得的偏振方向(空格表示未接收到光子);
- (4) Bob公布所用的测量基后, Alice告诉他哪些基选对了;
- (5) Alice, Bob保留基一致时对应的比特数, 放弃其他数据;
- (6) Bob随便公布某些比特, 供Alice确认有无错误;
- (7) 经Alice确认无误、可认定无人窃听之后, 剩下的比特序列留作密码本。

第4、6步的通话完全可在公开通道上进行, 不会影响保密性, 因为密钥取决于Alice, Bob双方所选的随机序列。Alice自己事先都不知道密钥本会是怎样的。密钥是在传送过程中形成的, 所以没有通常密钥在传递过程中丢失的危险。即使因吸收损耗等原因造成光子丢失也无关紧要, 只是损失了一部分比特。上面介绍的BB84 协议用了两个线偏振共轭基, 实际上BB84 原文章分析的是圆偏振基加上一个线偏振基。除光子的偏振性以外, 也可用光的相位作编码。目前, 量子密钥分配通信方案广泛采用的是BB84协议和B92协议。在自由空间光量子密码通信中, 一般采用BB84协议。

BB84 协议中发送者 Alice 所选用的发射源是单光子源或经过强衰减的激光脉冲, 后者近似为单光子源。从安全性方面考虑, 光源脉冲中的光子数应该服从泊松分布, 使得每个弱的光脉冲中仅含有一个单光子, 含有两个或两个以上光子的脉冲数越多, 越容易受到潜在的第三者的分流攻击, 其通信的安全性就越低。

由于一个脉冲仅含有一个单光子这样的理想状态很难实现,实际的做法是让光束中每个脉冲含有两个及两个以上光子数几率很小,通常控制在 5% 左右,这样衰减后的激光就可以达到平均每个脉冲中只含 0.1 个光子数以下。例如,美国 Los Alamos 实验室的量子密钥通信实验使用了类似的衰减装置,在通信距离为 205m 的室内实验中,衰减后的激光中平均每脉冲含光子数 0.7 个,这就意味着含 1 个光子的脉冲占总脉冲数的 34.8%,含 2 个光子的脉冲占 12.3%,含 3 个光子的脉冲占 2.84%,空脉冲占 50.06%;而在通信距离为 1km 的夜间实验中,平均每脉冲含光子数 0.1 个,含 2 个及 2 个以上光子的脉冲仅占 < 6%。

目前基于 BB84 协议的量子密钥通信方案一般均采用光纤作为传输信道,这就决定了收发双方在某一工作时间内只能进行单一通道的密钥传输。此外,在已见报道的少数将自由空间作为传输信道的量子密钥通信方案中,也仅仅采用了单一光通道的方式,即发送端用单一的光源进行发送,接收端也对此进行单一的接收。由于光纤信道并不能应用于卫星通信等领域,所以自由空间已成为空间加密光通信的主要传输信道,但是从上面的分析数字来看,在已进行的自由空间方案的实验中被衰减后的平均脉冲所含光子数都控制在很小的范围,大部分脉冲都是不含光子的空脉冲,且现行一些方案中的自由空间传输过程还存在来自大气湍流所引起的损耗,这就严重降低了量子密钥分发系统的传输效率,加之在接收端的单光子探测器存在一定的量子效率以及协议自身算法的内禀效率(对于 BB84 协议该内禀效率为 1/2),因此在这种损耗本来就很大的情况下,再采用单一通道传输单光子就会使得传输效率极其低下,从而直接影响整个系统的工作效率。

为此,在 BB84 协议算法的基础上,我们提出一种利用望远镜以及空间成像光路的量子密钥多通道传输方案,以提高系统中发送双方之间的光子传输效率,以便有效解决传统方案中单光子传输效率低下的问题。

6.2.2 利用成像光路进行自由空间中量子密钥的多通道传输

6.2.2.1 系统结构描述

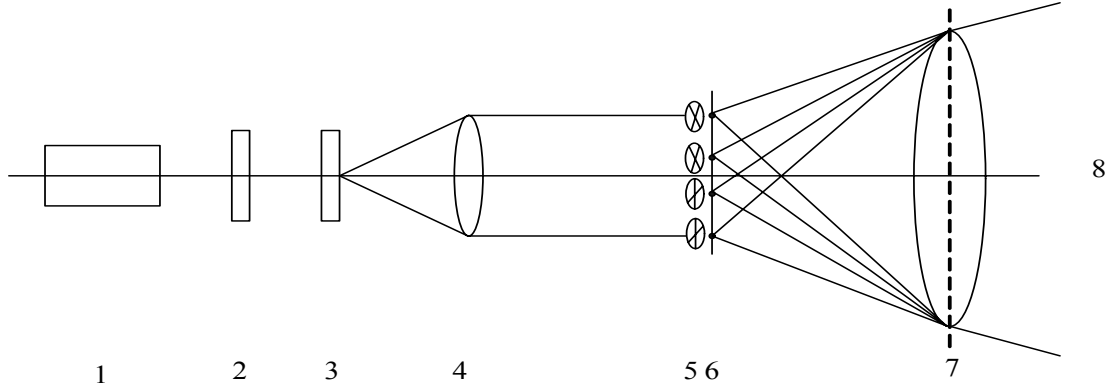


图 6.9 发送端示意图

图 6.9 给出发射端光路示意图，具体元件描述如下：1. 激光光源；2. 干涉滤波器；3. 激光衰减器；4. 准直透镜；5. 起偏器(4×1)：上面两个偏振基为“×”，下面两个偏振基为“+”；6. 信源孔径阵列板（从上至下依次为 A、B、C、D）；7. 发射透镜；8. 自由空间。

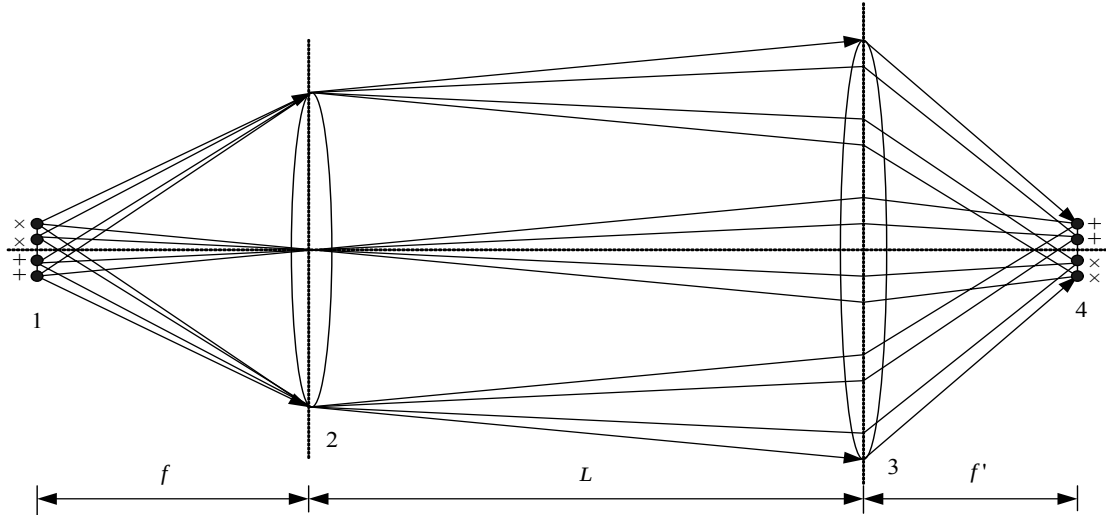


图 6.10 发送和接收端之间的成像光路示意图

图 6.10 给出空间中传输的成像光路示意图，具体元件描述如下：1) 阵列光

源（信源：从上至下依次为 A 、 B 、 C 、 D ）；2) 发射天线（发射透镜）；3) 接收天线（接收透镜）；4) 像点阵列（从上至下依次为 D' 、 C' 、 B' 、 A' ）。

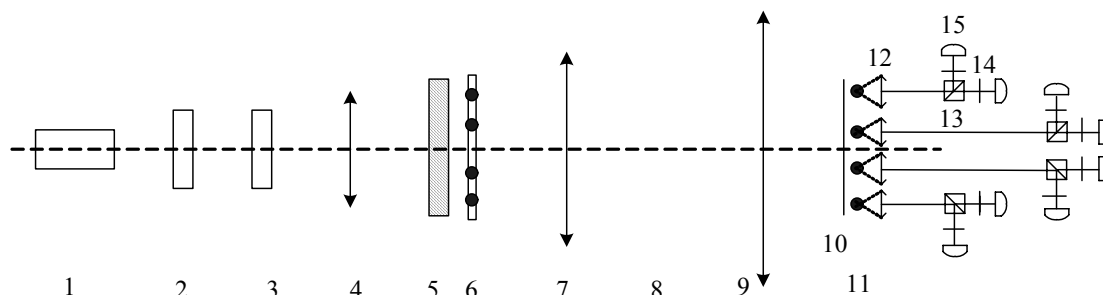


图 6.11 接收端示意图

图 6.11 给出系统装置示意图，具体描述如下：1) 激光光源；2) 干涉滤波器；3) 激光衰减器；4) 准直透镜；5) 起偏器；6) 信源孔径阵列（信源：从上至下依次为 A 、 B 、 C 、 D ）；7) 发射透镜；8) 自由空间；9) 接收透镜；10) 像点阵列（从上至下依次为 D' 、 C' 、 B' 、 A' ）；11) 透镜阵列；12) 偏振分光计 (PBS)；13) 检偏器；14) 单光子记数探测器 (SPCM)。为简单起见，本发明以一维的激光光源阵列 (4×1) 为例进行说明其工作原理。

对于发送者 Alice，激光光源阵列位于透镜 L_1 的物方焦平面上，随机地对它们进行 4 种偏振态的调制，每个点光源发出的光束经过透镜组合 L_1 和 L_2 以及二者之间的自由空间在接收方 L_2 的像方焦面上成像，接收者 Bob 完成对调制有偏振信息光束的接收。在成像面后，使各个成像的光束通过透镜阵列，转换为平行光束，经偏振分光计分束后，由具有不同偏振方向的检偏器接收，结果通过计算机控制系统记录下来。在整个传送过程中，由于是非相干光，所以各光束在同一个空间传输通道上互不干扰，相当于在一个空间通道中进行 4 通道的传输。Bob 接收到光子序列后，通过公开信道进行讨论，双方将讨论后的剩余光子序列按事先约定转化为二进制序列，即可作为量子通信的初始密码 (raw key) 进行保存，然后经过密码纠错和保密放大等过程，最终得到 Alice 和 Bob 双方共享的安全密钥，实现了自由空间内量子密钥的多通道传送。

6.2.2.2 算法

假定将图 6.10 中 4×1 阵列的点光源从上至下依次命名为 A 、 B 、 C 和 D ，则在接收方像面上的成像点从上至下依次为 D' 、 C' 、 B' 和 A' 。此处，发送端的 4 个起偏孔径和接收端的 4 个检偏探测器都定义为上、下两组（记为 up 和 down），发送方扩展光源中的 up 组 (A 、 B) 成像在接收方像面的 down 组 (A' 、 B')，

反之亦然。令 A 、 B 点光源的调制偏振基为“ $\times$ ”， C 、 D 点光源的调制偏振基为“ $+$ ”。确定偏振基后随机地选择各自基内的偏振态，对 A 、 B 随机地选择“ $\nearrow$ ”、“ $\nwarrow$ ”偏振方向，对 C 、 D 随机地选择“ $\rightarrow$ ”、“ $\uparrow$ ”偏振方向。具有随机偏振态的各扩展光源经透镜 L_1 和 L_2 后，成像在接收方的像面上，再经由其后的微透镜阵列作用呈平行光束到达偏振分束器。分束后，各束具有不同偏振方向的光子流到达检偏器及单光子计数探测器。

由于 A 、 B 成像在 A' 、 B' ，所以到达 A' 、 B' 点的光分别具有“ $\nearrow$ ”和“ $\nwarrow$ ”方向的随机偏振态，则取 A' 、 B' 后检偏器方向分别为“ $\nearrow$ ”和“ $\nwarrow$ ”。经偏振分束器分束后的光子通过了“ $\nearrow$ ”方向的检偏器并到达其后的单光子探测器则记为“0”，反之，若光子通过了“ $\nwarrow$ ”方向的检偏器并到达其后的单光子探测器则记为“1”。同理， C 、 D 成像在 C' 、 D' ，到达 C' 、 D' 的光分别具有“ $\rightarrow$ ”和“ $\uparrow$ ”方向的随机偏振态，取 C' 、 D' 后的检偏器方向分别为“ $\rightarrow$ ”和“ $\uparrow$ ”。经分束后光子通过了“ $\rightarrow$ ”方向的检偏器并到达其后的单光子探测器则记为“0”，反之，若光子通过了“ $\uparrow$ ”方向的检偏器并到达其后的单光子探测器则记为“1”。

理想情况下，某一时刻发送端 A 、 B 、 C 、 D 各发送一个单光子，该组 4×1 光子序列经过一个理想的传送过程，顺利到达接收端 A' 、 B' 、 C' 、 D' 并被其后的探测器探测到。实际操作中， C' 和 D' 端（up 组）在某一时刻会同时接收到 3 个或 3 个以上光子，即发生“串扰”。所谓“串扰”问题，是指发送端点光源所发射的光经过透镜后，由于衍射作用，各光束场型到达像方时呈高斯分布。如果接收端成像分辨率不高或者系统瞄准精度不高，则 A' 或 B' 端（down 组）的成像分布中会有光子进入 C' 和 D' 端探测器，由于 A' 、 B' 和 C' 、 D' 的偏振基不正交，使得这些光子有 50% 的几率被 C' 和 D' 端探测器探测到。“串扰”会导致 A' 和 B' 端仅接收到 $N < 2$ 的光子，而 C' 和 D' 端会接收到 $N > 2$ 的光子。同理， C' 或 D' 端的成像分布中也可能会有光子进入 A' 或 B' 端的探测器。这种接收不完全的情况，会造成通信双方传输初始密钥过程中的误码。Alice 和 Bob 约定：当 up 和 down 组中任何一组所连接的偏振探测器不能接收到两个光子（即 $N_{\text{up}}、N_{\text{down}} \geq 3$ 或 $N_{\text{up}}、N_{\text{down}} < 2$ ）都将该组光子序列丢弃。

当 C' 和 D' 之间发生“串扰”，本应到达 C' 的光子有可能到达 D' ，由于二者偏振基相同，这些光子会通过检偏器并被探测到。这时 C' 没接收到光子，而 D' 却接收到 2 个光子。如果 2 个光子在发送时刻的偏振方向是相同的，即 D' 端的其中一个探测器接收到 2 个光子，则只需将其偏振方向作为结果记录即可，不需要区分 2 个光子的来源；如果 2 个光子在发送时刻的偏振方向不同，即 D' 端的 2 个探测器各接收到一个光子，则在不区分二者来源（即光子是来自 C 还是 D ）的情况下接收方的记录结果也有 50% 的几率与发送方要发送的原始光子序列相同，这时我们保存该组光子序列并记录到初始密钥中去。对于另外几率为 50% 的错误，我们可以通过通信双方量子密钥传输过程后期的纠错和保密放大过程进行相关处理。同理，对于 A' 和 B' 之间也存在同样的分析。对于这类串扰问题，可以通过提高接收端的成像分辨率进行有效地改善系统的性能。

如果信道中存在窃听者 Eve，当 Eve 采用截取/重发或者分流的窃听方式，则某时刻发送的一组 4×1 光子序列将不能完全的传送到接收端，对于这种同样接收不完全的情况的处理我们等同于“串扰”问题的处理方式，即在公开信道讨论时约定丢弃该组光子序列，从而最大限度地降低了 Eve 的窃听给通信安全带来的破坏。

6.2.2.3 数值估计

对于直径为 D_1 的发射透镜，其发射光束在自由空间中的衍射扩展角为：

$$2\theta = \frac{1.22\lambda}{D_1} \quad (6-10)$$

对于远距离传输，若传送距离为 d ，则到达接收透镜的光束展宽为：

$$w \approx D_1 + d \cdot 2\theta \quad (6-11)$$

传送过程中大气传输效率为 T ，若接收透镜的直径为 D_2 ，光束经过接收透镜时的几何损耗为 L_g ：

$$L_g \approx \frac{D_2^2}{w^2} \quad (6-12)$$

则传送过程中路程损耗（Range loss）为 L_R ，实验中常写为 dB 形式：

$$L_R = -10 \log(T \cdot L_g) \quad (6-13)$$

预期光子传送率为：

$$K = RMTL_g\eta/2 \quad (6-14)$$

其中 R 为激光光源的脉冲工作频率， M 为平均每脉冲的光子数， η 为探测系统总的工作效率， $1/2$ 为 BB84 协议的内禀效率。经过纠错和保密放大后的密钥约为初始密钥（raw key）的 $10\% \sim 15\%$ 。

取大气传送中衍射扩散程度较小的 650 nm 为工作波长，发射透镜直径 D_1 和接收透镜直径 D_2 分别取值 30 cm 和 10 cm ，在传送距离 d 分别为 1 km 和 10 km

的情况下，取 T 为 65%，光源的脉冲工作效率为 1 MHz，平均光子数为 0.1，探测系统总的工作效率 η 为 30%，则将上述参数代入以上各式，计算结果详见表

6.3。可以看到，当发射天线和接收天线的透镜直径均取 30 cm 和均取 10 cm 时，当传送距离为短程（ $d=1$ km 或 10 km）的情况下，传程损耗与预期光子传送率都比较理想。考虑到系统的有效负载，取二者孔径直径均设置为 10 cm。

D_1	D_2	d (km)	2θ (μ rad)	w (cm)	L_g	L_R (dB)	K (bit/s)
30 cm	30 cm	1	4	30.4	97.4%	1.9	9496
		10	4	34	77.8%	2.9	7590
30 cm	10 cm	1	4	30.4	10.8%	11.5	1055
		10	4	34	8.7%	12.5	843
10 cm	10 cm	1	11.7	11.2	80.1%	2.8	7815
		10	11.7	21.7	21.2%	8.6	2070
10 cm	30 cm	1	11.7	11.2	100%	1.87	9750
		10	11.7	21.7	100%	1.87	9750
		100	11.7	127	5.6%	14.4	544

表 6.3 量子密钥传送过程的传送效率及损耗

理想情况下，某一时刻发送端 A 、 B 、 C 、 D 各发送一个单光子，该组 4×1 光子序列经过一个理想的传送过程，顺利到达接收端 A' 、 B' 、 C' 、 D' 并通过其后的微透镜阵列被其后的探测器探测到。实际操作中，探测器在某一时刻会同时接收到 2 个或 2 个以上光子，多接收到的光子可能是来自相邻通道中的光子，这就给在一定程度上提高了接收端的错误率。对于这种“串扰”情况，可以通过通信双方量子密钥传输过程后期的纠错和保密放大过程进行处理。

如果信道中存在窃听者 Eve，当 Eve 采用截取/重发或者分流的窃听方式，则某时刻发送的一组 4×1 光子序列将不能完全的传送到接收端，对于这种同样接收不完全的情况，通信双方在公开信道讨论时约定丢弃该组光子序列，从而最大限度地降低了 Eve 的窃听给通信安全带来的破坏。

双方进行公开信道讨论，按照本发明算法共同丢弃接收不完全的 4×1 通道光子序列，保留那些符合约定要求的光子序列组，转换为二进制序列，作为共享的初始密钥保存下来。至此，双方完成量子密钥传输的传送过程。然后双方通过纠错、保密放大等过程对初始密钥进行详审，进而得到最终安全的量子密钥。

显然,在单位工作时间(假定为1s)内,4通道方案中成功被Bob探测到并作为初始密钥(raw key)保存下来的光子数明显比单通道方案中所探测到的光子数多(约为4倍)。推广到 $m \times n$ 方案,可以实现自由空间中量子密钥的 $m \times n$ 通道传输。这样在工作时间一定的情况下成功传输的光子数就是在先方案中单通道成功传输光子数的 $m \times n$ 倍,从而使量子密钥的传输效率大为增加。因此,该协议的优点在于多通道传输,并且大大减少了在公开信道讨论的数据量,同时也减少了Eve获取信息的机会。

6.3 本章小结

在本章中,我们分别提出了利用多光束阵列在复杂散射信道中进行二维图案传输的理论模型以及基于BB84协议算法的量子密钥多通道传输方案。前者有效利用信道的强散射特性,使各光束充分扩散,在接收平面形成一个具有较大面积的交迭区域,利用成像接收光学系统在该交迭区域内接收光信号,完成二维图案信息在复杂散射信道中的传输,验证性实验的结果也表明该模型具有较好的可行性,该模型也可作为光学工程应用的理论指导。而后者则利用多通道进行光量子密钥的传输,传输过程通过望远镜系统进行光子的发射和接收,一维 4×1 阵列发送的数值计算结果表明成功被探测到并作为初始密钥保存下来的光子数明显比单通道方案中探测到的光子数多,推广到 $m \times n$ 方案,可以实现自由空间中量子密钥的 $m \times n$ 通道传输。以上内容均可作为相关领域研究的参考。

本章研究内容已分别被Optik (In Press, Available online 3 April 2007)和《中国激光》(Vol.33, No.7, 928~932, 2006)接收和发表,并申请国家发明专利(专利申请号200510023201.4、200510023205.2)。

第七章 总结

星潜激光通信链路信道中的大气和海水湍流会对系统的工作性能产生严重影响,除了采用增大发射功率和高灵敏接收方法来补偿信道中的消光效应外,人们还提出了多种方案来试图降低湍流对通信链路的影响,其中部分相干光技术由于其自身的强抗湍流能力而越来越受到研究人员的青睐。自从光学相干现象被发现以来,人们就对部分相干光学就展开了广泛的研究,尤其以近年来美国 Rochester 大学的 Emil Wolf 教授等人的理论工作最为突出。作为部分相干光束家族中的一员,部分相干的高斯-谢尔模型(GSM)光束在部分相干光束理论中占有重要地位。GSM 光束具有良好的方向性但只有部分空间相干性的光束,可作为描述多模激光的一种物理模型可得到比较好的模拟结果,它不仅能相对容易地作理论分析,而且在实际中也很容易实现。与高斯光束类似,光强和光谱相干度均为高斯分布的 GSM 光束也是波动方程的近轴近似解,它对光学相干理论的建立起着重要的作用,近年来成为倍受关注的一类部分相干光束。作为一类特殊的部分相干光束, GSM 光束在某些应用中比完全相干的激光光束还要优越,这种光束可以消除激光光束的高相干性而产生的有害效应,如散斑等,而且还保持了激光光束高方向性和高亮度的优点。本论文主要讨论了部分相干的 GSM 光束在大气及海水湍流中的传输及扩展等光束特性等方面的工作,主要包括:

(1) 在矢量理论框架下,对由部分相干 GSM 光源产生的矢量 GSM 光束波在大气湍流中传输时光波场矢量互谱密度随传输距离的演化进行了理论研究,推导出互谱密度矩阵元表达式,该表达式与自由空间中标量互谱密度函数具有同样的表达式形式,以此为基础给出谱相干度的表达式并定义了谱相干度的有效宽度。由理论模拟可知,部分相干光束在大气湍流中进行传输时,有两类参数对其传输行为以及相干性质的演变产生影响:一类是部分相干光源参数,另外一类则是湍流谱模型参数,整个传输过程中光束相干性演变的行为可看作是两类参数同时对光束产生影响的结果。

此外,为了描述光束的远场相干度和辐射强度分布,我们在标量理论的框架下选择使用空间位置矢量表示方法,推导了 GSM 光束在大气湍流环境下传输的远场互谱密度,并进而考虑了其远场辐射强度。对于矢量理论框架下部分相干电磁 GSM 光束在大气湍流下传输的远场相干特性,可采用同样的分析思路,但需要注意的是,在选取光源参数时候要满足一定的限制条件。

这部分研究结果分别发表在 Optical Communications. (Vol.271, 1-8, 2007) 和 Optik (In Press, Available online 3 April 2007) 上

(2) 对部分相干的 GSM 光束的部分特性进行了理论分析。Ponomarenko 和 Wolf 提出了光束相位—空间积的定义,但是他们的分析只是在光源为完全相干的极限情形下进行的,所得到的结果虽然能给出相干光源的相位—空间积的简洁形式,但是这种结果并不具有普遍意义,他们并没有针对光源为任意相干态时的普遍情形做出分析。我们利用部分相干光源的相干模叠加原理,对部分相干光源的互谱密度归一化宽度和辐射场角度相关函数的归一化宽度进行了计算,最后得到任意相干态的光源的相位—空间积因子,该参数在统计上不仅反映了远场光束的角度发散情况,而且还反映了光源的部分相干特性。当光源为完全相干时,因子为最小值,随着相干态减弱,因子增大,这与传统上描述光束质量的 M^2 因子具有类似的物理含义。但由于计算中涉及 Hermite 函数的复杂性,我们仅能给出该参数取值规律的定性描述,目前尚不能有效地给出其定量的描述。

此外,我们还对在湍流大气中描述传输部分相干光束行为的参数——自由空间角度扩展 θ_s 和湍流距离 z_T 分别随光源相干长度的变化趋势作了分析。在特定的湍流谱模型下,对于有效光源物理尺寸的光源,相干长度 σ_μ 存在一个临界值。随着 σ_μ 的增加,当 σ_μ 的值低于该临界值时,光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率总体上要比湍流距离 z_T 的下降速率快。当 σ_μ 的值高于该临界值时,光束的自由空间角度扩展 θ_s 的下降速率 S_{θ_s} 变慢,并逐渐接近湍流距离 z_T 的下降速率 S_{z_T} , 最终得到 $S_{\theta_s} \approx S_{z_T}$ 。这部分研究内容可以在需要权衡 z_T 和 θ_s 时的部分相干光传输应用方面提供有益的理论参考。

这部分研究结果分别发表在《光学学报》(Vol.27, No.3, p471-476, 2007) 和 Chinese Optics Letters (Vol.4, No.7, 373, 2006)。

(3) 对部分相干光在涉及海水信道的湍流信道中的传输进行了分析。在大气湍流中折射率起伏主要由温度统计分布确定,而在海水湍流中折射率起伏则主要是由温度和盐分的统计分布确定。在分析部分相干光束在海水湍流时就不简单地采用大气湍流的折射率空间功率谱,而是要引入能有效描述只有在海水湍流中才会出现的粘滞对流区(高波数区)的折射率功率谱。根据 Hill 提出的 model1 模型以及 Nikishov 等人的研究基础,我们引入了描述海水湍流的折射率空间功率谱,并结合部分相干光传输的互谱密度公式,并推导了相干度的表达式以及部分相干光在海水湍流中的湍致光束展宽公式,根据海水参数的关系,部分相干的 GSM 光束在海水湍流中的传输行为可以用三个海洋参数即温度的耗散率 χ_T 、单位质量的湍流动能耗散率 ε 以及水体中温度和盐分贡献比 w 来描述。综合考虑这

三个海洋参数与部分相干的光源参数,我们对部分相干光在海水信道中的相干度退化、湍致展宽特性以及抗湍流能力——湍流距离等参数进行了分析,所得结果可以为蓝绿激光在海洋中的工程应用提供理论参考依据。为方便计,我们仅分析了海水湍流对部分相干光场传输的影响,并未考虑已被广泛研究的海水对光的吸收和散射等,在实际应用时应将综合考虑。

迄今为止,尚未见国内外有关于部分相干光在海水湍流中的报道,我们首次分析了部分相干光在海水湍流中的传输,研究结果已被 *Journal of Optics. A: Pure and Applied Optics*. 8, 1052-1058 (2006)接收发表。

(4) 对无线激光通信的多通道传输技术和自由空间中的量子保密光通信技术进行了相关的研究,分别提出了利用多光束阵列在复杂散射信道中进行二维图案传输的理论模型以及基于 BB84 协议算法的量子密钥多通道传输方案。前者有效利用信道的强散射特性,使各光束充分扩散,在接收平面形成一个具有较大面积的交迭区域,利用成像接收光学系统在该交迭区域内接收光信号,完成二维图案信息在复杂散射信道中的传输,验证性实验的结果也表明该模型具有较好的可行性,该模型也可作为光学工程应用的理论指导。而后者则利用多通道进行量子密钥的传输,传输过程通过望远镜系统进行光子的发射和接收,一维 4×1 阵列发送的数值计算结果表明成功被探测到并作为初始密钥保存下来的光子数明显比单通道方案中探测到的光子数多,推广到 $m \times n$ 方案,可以实现自由空间中量子密钥的 $m \times n$ 通道传输。上述结论均可作为相关领域研究的参考。

这部分研究结果已分别发表在《中国激光》(Vol.33, No.7, p928, 2006)和 *Optik* (In Press, Available online 3 April 2007 年)上,并申请国家发明专利(专利申请号为 200510023201.4、200510023205.2)。

本论文的研究工作着重讨论了 GSM 光束在大气及海水湍流中的传输及扩展等光束特性等方面的工作,对探索部分相干光在星潜激光通信中的应用还要做大量细致的工作。在今后的工作中,可以在以下方面作进一步的研究和拓展:

- (1) 在采用 GSM 光束的星潜激光通信系统中,光束内相干区域随着通信距离的演化规律;
- (2) 在星潜激光通信系统中,接收终端处光束内闪烁率的变化及其特性随湍流环境和初始相干性的演变;
- (3) 在星潜激光通信系统中,GSM 光束在大气和海水的联合湍流信道中的传输特性;
- (4) 采用多通道部分相干光的星潜激光通信链路的研究。

参考文献

1. L. Mandel, E. Wolf., Optical coherence and quantum optics, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
2. 吕百达, 激光光学 - 光束描述、传输变换与光腔技术物理, 第三版, 高等教育出版社, 2003.
3. E. Wolf, A Macroscopic Theory of Interference and Diffraction of Light from Finite Sources. II. Fields with a Spectral Range of Arbitrary Width, Proc. Roy. Soc., 1955, **230**, 246~265.
4. E. Wolf, W.H. Carter., Angular distribution of radiant intensity from sources of different degrees of spatial coherence, Opt. Commun., 1975, **13**, 205~209.
5. W.H. Carter, E. Wolf., Coherence and radiometry with quasihomogeneous planar sources, J.Opt.Soc.Am A, 1977, **67**, 785~796.
6. E. Collett, E. Wolf, Is complete spatial coherence necessary for the generation of highly directional light beams, Opt. Lett., 1978, **2**, 27~29.
7. E. Wolf, W.H. Carter., Coherence and radiant intensity in scalar wave fields generated by fluctuating primary sources, J.Opt.Soc.Am, 1978, **68**, 953~963.
8. E. Wolf, E. Collett., Partially coherence source which produce the same far-field intensity distribution as a laser, Opt. Commun., 1978, **25**, 293~296.
9. E. Collett, E. Wolf., New equivalence theorems for planar sources that generate the same distributions of radiant intensity, J.Opt.Soc.Am., 1979, **69**, 942~950.
10. E. Wolf, Invariance of spectrum of light on propagation, Phys. Rev. Lett., 1986, **56**, 1370~1372.
11. G.S. Agarwal, E. Wolf., Higher-order Coherence Functions in the Space-frequency Domain, J.Mod.Opt, 1993, **40**, 1489~1496.
12. A.T. Friberg, E. Wolf., Relationships between the complex degrees of coherence in the space-time and in the space-frequency domains, Opt. Lett, 1995, **20**, 623~625.
13. G. Gbur, E. Wolf., The Rayleigh range of Gaussian Schell-model beams, J.Mod.Opt, 2001, **48**, 1735~1741.
14. G. Gbur, E. Wolf., The Rayleigh range of partially coherent beams, Opt. Commun., 2001, **199**, 295~304.
15. M. Salem, T. Shirai, A. Dogariu, E. Wolf., Long-distance propagation of partially coherent beams through atmosphere turbulence, Opt. Commun., 2003, **216**, 261~263.
16. G. Gbur, E. Wolf., Spreading of partially coherent beams in random media, J. Opt. Soc. Am. A,

- 2002, **19**, 1592~1598.
17. S.A. Ponomarenko, J.-J. Greffet, E. Wolf., The diffusion of partially coherent beams in turbulent media, *Optics Communications*, 2002, **208**, 1~8.
 18. T. Shirai, E. Wolf., Spatial coherence properties of the far field of a class of partially coherent beams which have the same directionality as a fully coherent laser beam, *Opt. Commun.*, 2002, **204**, 25~31.
 19. T. Shirai, A. Dogariu, E. Wolf., Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence, *Opt. Lett.*, 2003, **28**, 8, 610~612.
 20. T. Shirai, E. Wolf., Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence, *J. Opt. Soc. Am. A.*, 2003, **20**, 1094~1102.
 21. 柯熙政, 无线激光通信概论, 北京邮电大学出版社, 2004。
 22. M. Born, E. Wolf., *Principles of Optics*, 7th (expanded), Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
 23. David Huang, Eric A. Swanson, Charles P. Lin et al., Optical coherence tomography, *Science*, 1991, **254**, 1178~1181.
 24. S.C. Leon, Interferometric recording of holographic optical elements using partially coherent light, 1987, Ph. D. dissertation, The University of Michigan.
 25. J.T. Foley, M.S. Zubairy., The directional of Gaussian-Schell-model beams, *Opt. Commun.*, 1978, **26**, 297~300.
 26. F. Gori, Collett-Wolf sources and multimode lasers, *Opt. Commun.*, 1980, **34**, 301~305.
 27. R. Simon, E.C.G. Sudarshan and N. Mukunda., Generalized ray in first-order optics: Transformation properties of Gaussian Schell-model fields, *Phys.Rev.A*, 1984, **29**, 3273~3279.
 28. A.T. Friberg, R.J. Sodol., Propagation parameters of Gaussian Schell-model beams, *Opt. Commun.*, 1982, **41**, 383~387.
 29. A.T. Friberg, J. Turunen., Imaging of Gaussian Schell-model sources, *J.Opt.Soc.Am A*, 1988, **5**, 713~719.
 30. R. Gase, The multimode laser radiation as a Gaussian Schell-model beam, *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**, 1107~1115.
 31. P.D. Santis, F. Gori, G. Guattari, C. Palma., An example of a Collett-Wolf source, *Opt. Commun.*, 1979, **29**, 256~260.
 32. Q. He, J. Turunen, A.T. Friberg., Propagation and imaging experiments with Gaussian Schell-model beams, *Opt. Commun.*, 1988, **67**, 245~250.
 33. E. Tervonen, A.T. Friberg, J. Turunen., Gaussian Schell-model beams generated with synthetic acousto-optical holograms, *J.Opt.Soc.Am A*, 1992, **9**, 796~803.
 34. A.T. Friberg, R.J. Sudol., The spatial coherence properties of Gaussian Schell-model beams, *Opt. Acta*, 1983, **30**, 1075~1097.
 35. J. Pu, Beam quality changes of Gaussian Schell-model beams propagating through axicons,

- Opt. & Quantum Electronics, 1998, 30, 265~270.
36. R. Simon, N. Mukunda, E.C.G. Sudarshan, Partially coherent beams and a generalized ABCD-law, Opt. Commun, 1988, 65, 322~328.
37. A.M. Belmonte, A. Comeron, J. Bara, et al., Performance of a multiple-aperture optical system, Proc. SPIE, 1996, 2699, 316~326.
38. Heinz A. Willebrand, Multibeam-multipath terrestrial lasercom terminal, Proc. SPIE, 1999, 3532, 16~21.
39. A. Belmonte, A. Comeron, J.A. Rubio, J. Bar, E. Fernandez, Atmospheric-turbulence-induced power-fade statistics for a multiaperture optical receiver, Appl. Opt., 1997, 36, 8632~8638.
40. R.K. Tyson, Dual-function adaptive optics to mitigate atmospheric effects in a laser communication system, Proc. SPIE, 2003, 4976, 116~123.
41. Yusuf E. Yenice, Barry G. Evans., Adaptive beam-size control for ground-to-satellite laser communications, Proc. SPIE, 1998, 3266, 221~230.
42. B. Martin Levine, Elizabeth A. Martinsen, Allan Wirth, et al., Horizontal line-of-sight turbulence over near-ground paths and implications for adaptive optics corrections in laser communications, Appl. Opt., 1998, 21 4553~4560.
43. Jennifer C. Ricklin, Frederic M. Davison., Atmospheric turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: implications for free-space laser communication, J. Opt. Soc. Am. A., 2002, 19, 1794~1802.
44. P.H. van Cittert, Die Wahrscheinliche Schwingungsverteilung in Einer von Einer Lichtquelle Direkt Oder Mittels Einer Linse Beleuchteten Ebene, Physica, 1934, 1, 201~210.
45. F. Zernike, The concept of degree of coherence and its application to optical problems, Physica, 1938, 5, 785~795.
46. E. Wolf, New spectral representation of random sources and of the partially coherent fields that they generate, Opt. Commun, 1981, **38**, 3~6.
47. E. Wolf, J.Opt.Soc.Am, 1982, **72**, 343.
48. E. Wolf, New theory of partial coherence in the space-frequency domain. Part II: Steady-state fields and higher-order correlations, J.Opt.Soc.Am A, 1986, **3**, 76.
49. J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, San Francisco: McGraw-Hill, 1968.
50. E. Wolf, E.W. Marchand., Comparison of the Kirchhoff and the Rayleigh-Sommerfeld theories of diffraction at an aperture, J. Opt. Soc. Am., 1964, **54**, 587.
51. J.D. Farina, L.M. Narducci, E. Collett, Generation of highly directional beams from a globally incoherent source, Opt. Commun, 1980, **32**, 203~208.
52. M. Beran, G. Parrnet, Theory of partial coherence, (New York: Prentice-hall), 1964.
53. R.L. Fante, Progress in Optics XXII: Wave propagation in random media: a systems approach, Chap VI edited by E. Wolf, Elsevier, Amsterdam, 1985.
54. L.C. Andrews, R.L. Phillips, Laser beam propagation through random media, SPIE Press, Bellingham, Washington, 1998.

55. J.A. Fleck, J.R. Morris, M.D. Feit., Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere, *Appl. Phys.*, 1976, **10**, 129~160.
56. C. Higgs, H.T. Barclay., Multibeam laser illuminator approach, *SPIE*, 1999, 3706, 206~215.
57. J. Wu, Propagation of a Gaussian Schell-model beam through turbulent media, *J. Mod. Opt.*, 1990, **37**, 671~684.
58. R.J.C. Ricklin, F.M. Davidson., Atmosphere turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: implications for free-space laser communication, *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**, 1794~1802.
59. H.T. Yura, Physical model for strong optical-amplitude fluctuations in a turbulent medium, *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**, 59~67.
60. S.F. Clifford, H.T. Yura., Equivalence of two theories of strong optical scintillation, *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**, 1641~1644.
61. J. Wu, A.D. Boardman., Coherence length of a Gaussian Schell beam and atmospheric turbulence, *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**, 1355~1363.
62. S.A. Ponomarenko, J.-J. Greffet, E. Wolf., The diffusion of partially coherent beams in turbulent media, *Optics Communications*, 2002, **208**, 1~8.
63. A. Dogariu, Propagation of partially coherent beams: turbulence-induced degradation, *Opt. Lett.*, 2003, **28**, 10~12.
64. J.D. Farina, L.M. Narducci, E. Collett, Generation of highly directional beams from a globally incoherent source, *Opt. Commun.*, 1980, **32**, 203~208.
65. F. Scudieri, M. Bertolotti, R. Bartolini, Light scattered by a liquid crystal: a new quasi-thermal source, *Appl. Opt.* 1974, **13**, 181~185.
66. M. Bertolotti, F. Scudieri, S. Verginelli, Spatial coherence of light scattered by media with large correlation length of refractive index fluctuations, *Appl. Opt.*, 1976, **15**, 1842~1844.
67. Y. Ohtsuka, Modulation effects of a sound wave on the mutual coherence function of light, *Opt. Commun.*, 1976, **17**, 234~237.
68. D. Courjon, J. Bulaboïs, W.H. Carter, Use of a holographic filter to modify the coherence of a light field, *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**, 469~473.
69. J. Deschamps, D. Courjon, J. Bulaboïs, Gaussian Schell-model sources- an example and some perspectives, *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73**, 256~261.
70. Y. Ohtsuka, Modulation of optical coherence by ultrasonic waves, *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**, 1247~1257.
71. Turunen, J., Tervonen, E., and Friberg, A. T., Acousto-optic control and modulation of optical coherence by electronically synthesized holographic gratings, *J. Appl. Phys.*, 1990, **67**, 49~59.
72. 谢永杰, 赵学庆, 王立君, 刘立儒, 袁孝, 液晶散射法产生部分相干光实验, *强激光与粒子束*, 2001, **13**, 191 ~ 194.
73. 赵学庆, 谢永杰, 袁孝等, 部分相干源实验研究, *强激光与粒子束*, 2002, **14**, 408 ~ 410.

74. 彭仁军, 吴健, 多模光纤产生用于大气光通信的部分相干光源, 强激光与粒子束, 2005, 17, 813~816.
75. 吴健, 杨春平, 刘建斌, 大气中的光传输理论, 北京邮电大学出版社, 2005.
76. Emil Wolf, Correlation-induced changes in the degree of polarization, the degree of coherence, and the spectrum of random electromagnetic beams on propagation, Opt. Lett., 2003, 28, 1078~1080.
77. M. Salem, O. Korotkova, A. Dogariu, E. Wolf., Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere, Waves Random Media, 2004, 14, 513~523.
78. H. Roychowdhury, S A. Ponomarenko and E. Wolf., Change in the polarization of partially coherent electromagnetic beams propagating through the turbulent atmosphere, Journal of Modern Optics, 2005, 52, 1611~1618.
79. O. Korotkova, M. Salem, E. Wolf. The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence, Optics Communications, 2004, 233, 225~230.
80. O. Korotkova, L.C. Andrews, R.L. Phillips, A model for a partially coherent Gaussian beam in atmospheric turbulence with application in lasercom, Opt. Eng., 2004, 43 330~341.
81. 张逸新, 迟泽英, 光波在大气中的传输与成像, 国防工业出版社, 1997.
82. R.J. Hill, S.F. Clifford., Modified spectrum of atmospheric temperature fluctuations and its application to optical propagation, J. Opt. Soc. Am., 1978, 68, 892~899.
83. L.C. Andrews, An Analytical Model for the Refractive Index Power Spectrum and Its Application to Optical Scintillations in the Atmosphere, J. Mod. Opt., 1992, 39, 1849~1853.
84. L.C. Andrews, R.L. Phillips, C.Y. Hopen., Laser beam scintillation with application, SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 2001.
85. A. Ishimaru, Wave propagation and scattering in random media, IEEE Press, Piscataway, New Jersey, 1997.
86. R.F. Lutomirski, H.T. YURA, Propagation of a finite optical beam in an inhomogeneous medium, Appl. Opt., 1971, 10, 1652~1658.
87. E. Wolf, Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams, Physics Letters A, 2003, 312, 263~267.
88. F. Gori, M. Santarsiero, G. Piquero, et al., Partially polarized Gaussian Schell-model beams, J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2001, 3, 1~9.
89. O. Korotkova, M. Salem and E. Wolf, Beam Conditions for Radiation Generated by an Electromagnetic Gaussian Schell-model Source, Opt. Letts., 2004, 29, 1173~1175.
90. H. Roychowdhury, O. Korotkova, Realizability conditions for electromagnetic Gaussian Schell-model sources, Opt. Comm., 2005, 249, 379~385.
91. S. C. H. Wang, M. A. Plonus, Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere, J. Opt. Soc. Am., 1979, 69, 1297~1304.

92. 徐南荣, 卞南华, 红外辐射与制导, 国防工业出版社, 1997.
93. A.E. Sigeman, New developments in laser resonators, Proc. SPIE, 1990, 1224, 6~9.
94. F. Gori, M. Santarsiero., The change of width of a partially coherent beam on paraxial propagation, Opt. Commun, 1991, 82, 197~203.
95. R. Martinez-Herrero, P.M. Mejias., Second-order spatial characterization of hard-edge diffracted beams, Opt. Lett., 1993, 18, 1669~1671.
96. C. Palma, P. D. Santis, C. Cincotti, and G. Guattari, Propagation of partially coherent beams in absorbing media, J. Mod. Opt., 1995, 42, 1123~1135.
97. C. Palma, P. D. Santis, C. Cincotti, and G. Guattari., Propagation and coherence evolution of optical beams in gain media, J. Mod. Opt., 1995, 43, 139~153.
98. S. A. Ponomarenko, E. Wolf, Effective spatial and angular correlations in beams of any state of spatial coherence and an associated phase-space product, Optics Letters, 2000, 26, 122~124.
99. X. Ji, B. Lu., Turbulence-induced quality degradation of partially coherent beams, Optics Communications., 2005, 251, 231~236.
100. A. Wax, S. Bali, J.E. Thomas, Optical phase-space distributions for low-coherence light, Opt. Lett., 1999, 24, 1188~1190.
101. J. Serna, R. Martinez-Herrero, and P. M. Mejias, Parametric characterization of general partially coherent beams propagating through ABCD optical systems, Journal of the Optical Society of America A, 1991, 8, 1094~1098.
102. S. A. Ponomarenko and E. Wolf, Light beams with minimum phase space product, Optics Letters, 2000, 25, 663~665.
103. D. Dragoman, Correlation-based phase space beam characterization, Applied Optics, 2003, 42, 4147~4151.
104. D. Stramski, E. Boss, D. Bogucki, K.J. Voss., The role of seawater constituents in light backscattering in the ocean, Progress in Oceanography, 2004, 61, 27~56.
105. D. Arnush, Underwater Light-Beam Propagation in the Small-Angle-Scattering Approximation, J. Opt. Soc. Am, 1972, 62, 1109~1111.
106. A.M. Whitman, M.J. Beran., Beam Spread of Laser Light Propagating in a Random Medium, J. Opt. Soc. Am, 1970, 60, 1595~1602.
107. C.J. Funk, Multiple scattering calculations of light propagation in ocean water, Appl. Opt., 1973, 12, 301~313.
108. G.K. Batchelor, Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid, Part I, General discussion and the case of small conductivity, J. Fluid Mech, 1959, 5, 113~133.
109. R.J. Hill, Models of the scalar spectrum for turbulent advection, J. Fluid Mech, 1978, 88, 541~562.
110. C.A. Friehe, J.C. La Rue, F.H. Champagne, C.H. Gibson, G.F. Dreyer, Effects of temperature

- and humidity fluctuations on the optical refractive index in the marine boundary layer, *J. Opt. Soc. Am.*, 1975, 65, 1502~1511.
111. M.L. Wesely, The combined effect of temperature and humidity fluctuations on refractive index, *Journal of Applied Meteorology*, 1976, 15, 43~49.
112. J.C. Wyngaard, The temperature-humidity covariance budget in the convective boundary layer, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1978, 35, 47~58.
113. R.J. Hill, Spectra of fluctuations in refractivity, temperature, humidity, and the temperature-humidity co-spectrum in the inertial and dissipation ranges, *Radio Sciences*, 1978, 13, 953~961.
114. R.J. Hill, S.F. Clifford, R.S. Lawrence., Refractive-index and absorption fluctuations in the infrared caused by temperature, humidity, and pressure fluctuations, *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, 70, 1192~1205.
115. J.H. Churnside, A spectrum of refractive turbulence in the turbulent atmosphere, *J. Mod. Opt.*, 1990, 37, 13~16.
116. 饶瑞中, 光在湍流大气中的传播, 安徽科学技术出版社, 2005.
117. R.J. Hill, Optical propagation in turbulent water, *J. Opt. Soc. Am.*, 1978, 68, 1067~1072.
118. V.V. Nikishov, V.I. Nikishov., Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index, *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, 27, 82~98.
119. P.K. Yeung, S.B. Pope., Differential diffusion of passive scalars in isotropic turbulence, *Phys. Of Fluids*, 1993, A5, 2467~2478.
120. P.K. Yeung, Multiscalar triadic interactions in differential diffusion with and without mean scalar gradients, *J. Fluid Mech.*, 1996, 321, 235~278.
121. Pao Yih Ho., Statistical behavior of a turbulent multicomponent mixture with first-order reactions, *AIAA J.*, 1964, 2, 1550~1559.
122. S. Komori, et al., The effect of turbulent mixing on the correlation between two species and on the concentration fluctuations in non-premixed reacting flow, *J. Fluid Mech.*, 1991, 228, 629~659.
123. S.R. Patel., The structure of concentration fluctuations in turbulent fluid, *Ciencia e cultura*, 1985, 37, 1322~1325.
124. A.S. Monin, A.M. Yaglom., Statistical fluid mechanics, mechanics of turbulence, MIT Press, 1975, vol. 2.
125. B.R. Ruddick, T.G.L. Shirtcliffe., Data for double diffusers: physical properties of aqueous salt-sugar solutions, *Deep Sea Research*, 1979, 20A, 775~787.
126. M.A. Bramson, et al., Spectrum of turbulent fluctuations of the density of sea water at high wave numbers, *Dokl. Akad. Nauk UkrSSR, Ser. A*, 1984, No.12, 35~38.
127. V.I. Nikishov., On the local structure of scalar fields in turbulent flows, *Proc. Ukr. Acad. Sci. Ser. A*, 1992, 55~58.
128. A.E. Gargett., An investigation of the occurrence of oceanic turbulence with respect to fine

- structure, *J. Phys. Oceanogr.*, 1976, 6, 139~156.
129. K.N. Fedorov., The fine thermohaline structure of ocean waters, Gidrometeoizdat Publishing House, Leningrad, 1976 [in Russian].
130. L.N. Karlin, et al., Variability of the thermohaline structure of the upper layers of the ocean, All Union Research Institute of Hydraulic Machinery Publishing House, Obninsk, 1984 [in Russian].
131. A.S. Monin., On the interaction between vertical and horizontal diffusion of impurities in the ocean, *Okeanologiya*, 1969, 9, 76~81.
132. J.D. Nash, J.N. Moum., Estimating Salinity Variance Dissipation Rate from Conductivity Microstructure Measurements, *Journal of atmospheric and Oceanic Technology*, 1999, 263~274.
133. A. Anis, J.N. Moum, Surface wave-turbulence interactions: scaling $\epsilon(z)$ near the sea surface, *J. Phys. Oceanogr.*, 1995, 25, 2025~2045.
134. D.M. Farmer, J.R. Gemmrich, Measurements of temperature fluctuations in breaking surface waves, *J. Phys. Oceanogr.*, 1996, 26, 816~825.
135. T.M. Dillon, The energetics overturning structures: implications for the theory of fossil turbulence, *J. Phys. Oceanogr.*, 1984, 14, 541~549.
136. <http://www.empiricaltechnologies.com/Library/Refractometer.pdf>.
137. Karp Sherman., Optical communications between underwater and above surface (satellite) terminals, *IEEE transactions on Communications*, 1976, Vol. COM-24 (1), 66~81.
138. Paul J. Titterton et al., Secure Two-way Communications with Submerged Submarines, United States Patent, No. 4,995,101, Feb.19, 1991.
139. K.E. Wilson, P.R. Leatherman, R. Cleis., Results of the compensated earth-moon-earth retro-reflector laser link (CEMERLL) experiment, TDA Progress Report 42-131 Jet Propulsion Laboratory, 1997, 1~13.
140. D. Ma, Z. Zhuang, J. Wei., Studies of laser atmospheric scintillation problem in space laser communication, *Chin. J. Lasers*, 2002, A29, 277~280.
141. E. Korevaar, J. Schuster, H. Hakakha., Design of ground terminal for STRV-2 satellite-to-ground lasercom experiment, *Proc. SPIE*, 1998, 3266, 153~164.
142. Isaac I. Kim, Harel Hakakha., Scintillation reduction using multiple transmitters, *Proc. SPIE*, 1997, 2990, 120~113.
143. 刘维慧, 吴健, 大气信道间距与光束数目对光强起伏的影响, *光学与光电技术*, 2003, 1, 15 ~ 17.
144. Jayasri Akella, Murat Yuksel, and Shiv Kalyanaraman., Multi-Element Array Antennas for Free-Space-Optical Communication, *Proceedings of IFIP/IEEE International Conference on Wireless and Optical Communications Networks (WOCN)*, 2005, 159-163.
145. Weiqing PAN, Liren LIU, and Wei LU., Optical pattern communication based on imaging optics, *Proc. SPIE*, 2005, 5892, 530~540.

146. Liu Yingzhuang, Zhu Yaoting, Zhu Guangxi et al., Study of underwater spot spread of collimated laser beam, Chinese J. Lasers, 2001, A28 (7) :617~620 (in Chinese)
147. Stephen Wiesner, Conjugate coding, ACM SIGACT News, 1983, 15, 78~88.
148. Bennett C H, Brassard G, Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing, Proc.IEEE Internat.Conf.on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore. New York: IEEE, 1984.
149. Bennett, Charles H., Quantum cryptography using any two nonorthogonal states, Physical Review Letters, 1992, 68, 3121~3124.
150. Ekert, Artur K., Quantum cryptography based on Bell's theorem, Physical Review Letters, 1991, 67, 661~663.

鲁伟在读博士学位期间发表的论文和专利

目录

1. **Wei LU**, Liren Liu, Jianfeng Sun, Qingguo Yang and Yongjian Zhu, Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence, *Optical Communications*, 2007, 271, 1~8.
2. **Wei LU**, Liren Liu, Jianfeng Sun, Influence of temperature and salinity fluctuations on propagation behaviors of partially coherent beams in oceanic turbulence, *Journal of Optics. A: Pure and Applied Optics*, 2006, 8, 1052~1058.
3. **Wei LU**, Liren Liu, Jianfeng Sun, Dashan Li, The far field spatial coherence of Gaussian Schell-model beam in turbulence in terms of position vectors, *Optik*, 2007, in publishing.
4. **Wei LU**, Liren LIU, Jianfeng SUN, Weiqing PAN, Multi-channel 2-D pattern transfer model based on imaging optics for submarine laser uplink communication, *Optik*, 2007, in publishing.
5. **Wei LU**, Liren Liu, Jianfeng Sun, Variation analysis of turbulence resistance and angular spreading for partially coherent beam in turbulence, *Chinese Optics Letters*, 2006, Vol.4, No.7, 373~375.
6. 鲁伟, 刘立人, 孙建锋, 阳庆国, 李大汕, 基于相干模表示的部分相干高斯谢尔光束的相位-空间积, *光学学报*, 2007, Vol.27, No.3, 471~476.
7. 鲁伟, 孙建锋, 潘卫清, 曲伟娟, 朱勇建, 阳庆国, 刘立人, 空潜信道中基于多光束阵列的二维图案传输, *中国激光*, 2006, Vol.33, No.7, 928~932.
8. 鲁伟, 刘立人, 潘卫清, 曲伟娟, 采用望远镜系统的空间量子密钥的多通道传输装置, (国家发明专利), 公开号: CN1633064.
9. 鲁伟, 刘立人, 潘卫清, 量子密钥多通道传输方法, (国家发明专利), 公开号: CN1642071.
10. **Wei LU**, Liren LIU, Jianfeng SUN., Scintillation index of electromagnetic Gaussian Schell-model beams on propagation through atmospheric turbulence, *SPIE*, 2007, accepted.
11. Weiqing Pan, Liren Liu, **Wei Lu.**, Optical pattern communication based on imaging optics, *SPIE*, 2005, 5892, 530~540.

12. 潘卫清, 刘立人, **鲁伟**, 郎海涛, 王吉明, 基于成像光通信的时间/空间扩频混合 OCDMA 编码方案, 光学学报, 2006, 26, 2, 181~186.
13. 潘卫清, 刘立人, **鲁伟**, 赵栋, 自由空间成像光通信系统, 国家发明专利, 公开号: CN1645770.
14. Qingguo Yang, Liren Liu, Jianfeng Sun, Yongjian Zhu, **Wei Lu.**, Analysis of optical systems with extended depth of field using the Wigner distribution function, Applied Optics, 2006, 45, 8586-8595.
15. 阳庆国, 刘立人, 郎海涛, 朱勇建, **鲁伟**, 机器视觉中的微分测距方法研究, 激光与光电子学进展, 2006, 43, 56~59.
16. 阳庆国, 刘立人, 孙建锋, 郎海涛, 朱勇建, **鲁伟**, 扩大景深的波前编码成像系统特性分析, 光学学报, 2006, 26, 1807~1812.
17. Yongjian Zhu, Zhu Luan, Qingguo Yang, **Wei Lu**, Liren Liu., A novel method to construct quality map for phase unwrapping based on modulation and phase gradient, Optical Engineering, 2006, 45(10), 105601-5.
18. 朱勇建, 刘立人, 栾竹, **鲁伟**, 阳庆国, 李大汕, 相位解包裹算法中基于调制制度的新质量图, 中国激光, 2006, 33, 667~672.
19. Weijuan Qu, De'an Liu, Ya'nan Zhi, Zhu Luan, Yu Zhou, **Wei Lu.**, Chunhua Wang, Liren Liu., Quantitative measurement of domain inversion in RuO₂:LiNbO₃ crystal by digital holographic interferometry, J. Appl. Phys., Vol.100,054108-1-6, 2006.
20. Weijuan Qu, Liren Liu, De'an Liu, Ya'nan Zhi, **Wei Lu.**, Near-field Hexagonal Array Illumination Based on Fractional Talbot Effect, Optik, Vol.118, 2007.
21. Weijuan Qu, Liren Liu, De'an Liu, Ya'nan Zhi, **Wei Lu.**, Chunhua Wang., Numerical Simulation of Wavefronts Diffracted by Apertures with circular symmetry, Optik, (accepted), 2007.
22. Weijuan Qu, Ya'nan Zhi, De'an Liu, **Wei Lu.**, Zhijuan Hu, Chunhua Wang, Liren Liu., Comparison of the contrast-phase map reconstruction by Fresnel transform method and the angular spectrum backward propagation algorithm in RuO₂:LiNbO₃ crystal, Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng. 6292, 62921D, 2006.
23. Weijuan Qu, De'an Liu, Ya'nan Zhi, Zhu Luan, Chunhua Wang, **Wei Lu.**, Liren Liu, Phase mapping of the poling process in the RuO₂:LiNbO₃ crystal by digital holographic interferometry, Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng. 6293, 62930X, 2006.
24. 曲伟娟, 刘立人, 闫爱民, **鲁伟**, 王春花, 二维斜周期阵列的分数泰伯效应, 中国激光, Vol.33, No.3, 356-360, 2006.

致 谢

在此论文完成之际，向在求学路上所有帮助过我的良师益友表示我衷心的感谢。首先深深感谢我的导师刘立人研究员三年来对我的悉心指导和诸多教诲。刘老师渊博的学识、活跃的思维、严谨求实的治学作风、敏锐的学术目光令人由衷敬佩。刘老师追求科学的奋斗精神、对工作一丝不苟和对学生高度负责的态度以及为人处事的大家风范值得我终身学习。刘老师的悉心指导和言传身教将使我终生受益。三年来刘老师在生活上给予我很多关心和帮助，才使我能如此顺利地完成任务，在此表示深深的谢意！

同时，在论文的完成过程中得到了殷耀祖高工、刘德安研究员、栾竹副研究员和钟向红副研究员的悉心指导和帮助，在此向他们表示诚挚的谢意。

衷心感谢周煜博士、闫爱民博士、孙建锋博士、王利娟女士、许楠小姐在学习和生活上的关心和帮助。

感谢刘锡民、赵栋、朗海涛、王吉明、邓绍更、郭袁俊、柴志方、朱荣、潘卫清、王欣、胡志娟、李大汕、阳庆国、朱勇建、曲伟娟、王春花、职亚楠、李安虎、张德江、奚庆新、云茂金、万玲玉、张明丽、徐荣伟、刘宏展、王训四等同学的帮助。

感谢人事教育处的全体老师三年来给予的关心和培养。

感谢我的父母和家人多年来对我生活上和学习上无私的培养和支持。

鲁伟个人简历

鲁伟，男，一九八零年二月出生于河南省沈丘县

1997.9-2001.6 河南师范大学 物理学 理学学士

2001.9-2004.6 四川大学 物理学 理学硕士

2004.8-2007.6 中科院上海光学精密机械研究所 光学工程 工学博士