

§7.3.1 测量原理

首先，我们以文献[7]中真实的实验装置为例，介绍用量子点接触进行自旋流电学测量的基本原理。如图7-6c所示，当电流 J_e 沿细箭头标记的回路经铁磁体进入样品区，由于铁磁导体对自旋向上和自旋向下的电子的导通能力不同，导致自旋上和自旋下的电流在铁磁体上产生不同的压降，样品区产生如图7-6a左导线中所示的自旋极化电压，这相当于样品中电子有了自旋极化的电势 $\mu_{\uparrow,\downarrow}$ 。样品中的自旋压（流）沿粗的空心箭头的方向扩散，扩散长度为 λ_{sf} 。用STM针尖可以探测样品各点的自旋极化，从而得到样品区的自旋极化空间分布图。STM针尖连接正常的无自旋极化的外电极，外电极电压设为零，在这儿等同于无穷远处（远远超出 λ_{sf} ）的无自旋极化的电压（如图7-6a中右导线中所示）。STM针尖和样品中各点之间的作用就相当于一个量子点接触结构。在理想状态，样品中每一点的自旋偏压的平均值都为零，即 $\Delta\mu_{\uparrow} + \Delta\mu_{\downarrow} = 0$ ，其中， $\Delta\mu_{\sigma} = \mu_{\sigma} - E_f$ 。这导致图7-6a中左右导线之间纯的自旋压 $V_s = |\Delta\mu_{\sigma}|$ 。众所周知，当固定体系能级变费米能通过门电压调节改变体系能级或者固定体系能级改变费米能，量子点接触结构都呈现量子化的电导台阶。由于量子点接触的量子化电导台阶随费米能 E_f 呈不对称分布，从左到右的自旋向上的电流与从右到左的自旋向下的电流不能完全抵消，导致体系总的隧穿电流不为零。固定费米

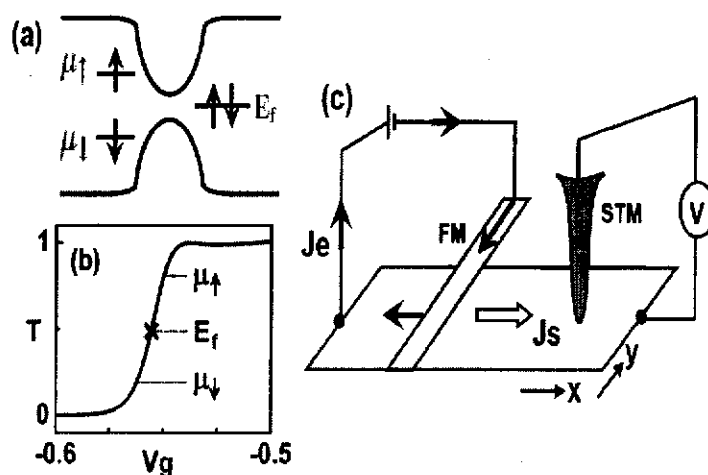


图 7-6 图(a): 量子点接触装置示意图。装置左右两端都有导线连接，其中，左端导线上有自旋偏压，右端导线加偏电压。图(b): 量子点接触的量子化电导曲线的特征选段。在某些特定的 V_g 处（红色的叉号标记处）由自旋压引起的电流达到极大值。图(c): 可行的测量装置图。电流 J_e 沿细箭头标记的回路经铁磁体（绿色的长条）进入样品，与此同时，由于铁磁导线中自旋上和自旋下的电导不同，样品区产生自旋极化的偏电压（如图a中左导线中所示），此自旋极化沿着粗的空心箭头的方向扩散，用STM针尖可以探测样品各点的自旋极化，得到自旋极化的空间分布图。

能 E_f ，总存在一些 V_g （图7-6b中红叉标记的 V_g ），在这些 V_g 处，量子化的电导从一个台阶跳到另一个台阶，这时，隧穿电流达到极大值，我们定义这些 V_g 为峰值 V_g ，记做 V_g^p 。而在量子电导的平台处，自旋上和自旋下的电流刚好抵消，隧穿电流趋于零。

注意，尽管我们用理想状态的纯自旋流模型分析测量原理并在下面进行数值计算，但是在实验中往往达不到这种理想状况，左右导线之间往往存在微小压降。这压降也会引起体系不为零的隧穿电流。但是此电流和由自旋流引起的电流完全可以区分开来，这一点会在后面详细讲解。最后，强调一点，图7-6c中的可行装置并不是唯一可行的测量装置。事实上，不管自旋流是不是由铁磁注入，只要有自旋流流量子点接触，就会有相应的具有明显特征的隧穿电流产生。

§7.3.2 体系和公式

接下来介绍体系及一些公式推导。我们用格点模型模拟量子点接触体系，体系采用紧束缚模型哈密顿，写作[21]：

$$H = -t \sum_{\langle ij \rangle, \sigma} a_{i\sigma}^\dagger a_{j\sigma} + \sum_{i, \sigma} (4t + V_i) a_{i\sigma}^\dagger a_{i\sigma} \quad (7-7)$$

其中第一项是相邻格点的跳跃项也就是体系的动能项， $t = \hbar^2/2m^*a^2$ 表示跳跃能， m^* 是有效质量， a 表示格点常数。第二项描述第 i 格点处的格点位能。其中 $i = (i_x, i_y)$ 表示整个体系包括宽的（宽度为500a）导线和狭长的（宽50a，长100a）限制区的格点坐标， $\sigma = \uparrow, \downarrow$ （或者 ± 1 ）代表沿 z 方向极化的自旋上和自旋下， V_i 源于限制区的限制势 $V(x, y)$ ，在这儿我们考虑如下马鞍形限制势 $V(x, y)$ [22]：

$$V(x, y) = \frac{1}{2} m^* \omega^2 y^2 + \frac{V_g}{\cosh^2(\alpha \frac{x^2}{L^2})} \quad (7-8)$$

其中 $x \in [-L/2, L/2]$ ， $y \in [-W/2, W/2]$ 。方程(7-8)的第一项定义沿 y 方向的横向限制势，它引起横向分立能级 $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ （ $n = 0, 1, 2, \dots$ ），也叫横向模式或横向通道或横向子带。横向模式宽度由 $\hbar\omega$ 决定。方程(7-8)的第二项是高度为 V_g 的马鞍势。调节方程(7-8)中的 α 值，限制区和导线区的格点位能 V_i 可以光滑地衔接起来。利用非平衡格林函数导出的Landauer-Büttiker公式，求得体系电流：

$$J_c = \frac{e^2}{h} \sum_{\sigma} \int dE T_{\sigma}(E) (f_{\sigma} - f_0) \quad (7-9)$$

$T_{\sigma}(E) = \text{Tr}[\Gamma_L G^{\sigma} \Gamma_R G^{\sigma}]$ 是以能级 E 入射的电子的透射几率，其中，展宽函数 $\Gamma_p = i(\Sigma_p^r - \Sigma_p^{\dagger})$ ， $\Sigma_{L/R}^r$ 是左右导线引起的推迟自能。格林函数 $G^{\sigma} = [G^{\sigma}]^{\dagger} = \{EI - H_0 - \sum_p \Sigma_p^r\}^{-1}$ ，其中 I 是 $N \times N$ 维单位矩阵（ N 是限制区格点数）。 $f_{\gamma} = 1/(\exp((E -$

$E_F - \gamma V_s)/k_B T) + 1)$ 表示左导线的不同自旋电子的费米分布函数 ($\gamma = \sigma$ 或者 ± 1) 和无自旋极化的右导线 ($\gamma = 0$) 的费米分布函数。

§7.3.3 结果讨论

数值计算中，我们设相邻格点跳跃能 $t = \hbar^2/(2m^*a^2)$ 为能量单位，取有效质量 $m^* = 0.05m_e$ (m_e 是自由电子质量)， $a \simeq 6nm$ 。图7-7描述不同参数下电流 J_c 随门电压 V_g 的变化关系。可以看出，只要存在自旋压 $V_s \neq 0$ ，电流 J_c 就随门电压 V_g 呈现周期分布的峰状结构，而自旋压 $V_s = 0$ 时，在体系偏电压 ΔV 作用下， J_c 随 V_g 的分布在我们所用的小偏压线性近似下和透射系数或者电导的量子化台阶的结构完全相同（图7-7d）。 $\Delta V = 0$ 时， J_c 周期性分布的众峰值大致相等，随着 ΔV 的不断增大，峰值随 V_g 呈线性上升分布， ΔV 越大，线性分布的斜率越大。因此，不管由于实验上的原因还是原理性引入体系偏电压，我们都可以将这种由体系偏电压导致的电流和由纯的自旋压导致的电流区分开来，挑出纯的自旋压信号。所以下面我们全都以纯的自旋压体系为例，分析电流 J_c 以及由 J_c 产生的开路偏压 V_c 的特点。图中电流 J_c 的峰值位置刚好在透射系

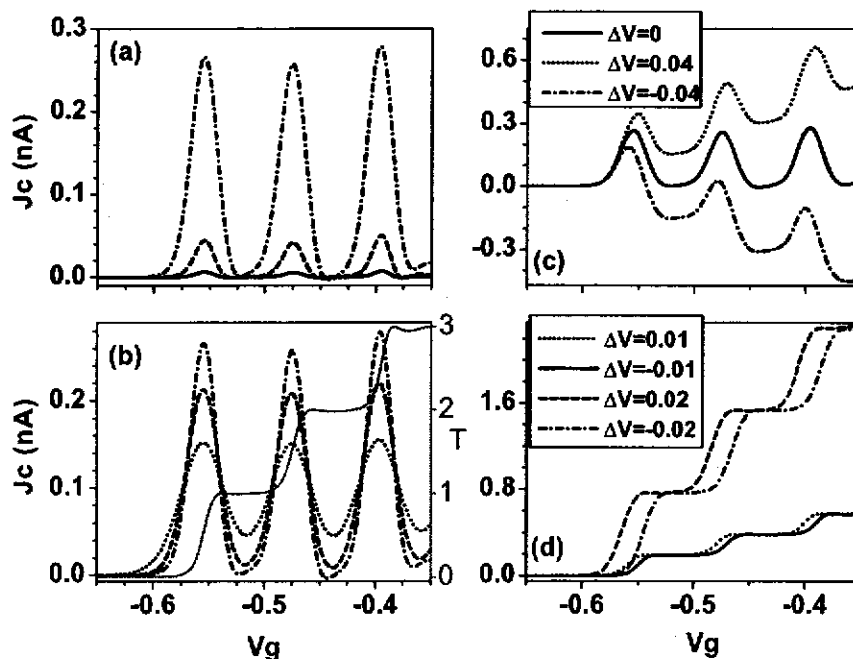


图 7-7 图(a): 零温情况，不同自旋偏压下，电流 J_c 随门电压 V_g 的变化关系。图中的实线，短划线和短划点线分别代表自旋压 $V_s = 0.005, 0.01$ 和 0.02 的情况。图(b): 固定 $V_s = 0.02$ ，电流 J_c 随门电压 V_g 在不同温度 T 下的变化关系。其中，短划点线，短划线和点线分别代表温度 $k_B T = 0, 0.005$ 和 0.01 的情况。为了说明问题，图(b)中也作了透射系数 T （红色实线）随门电压的变化关系。图(c)和图(d)分别考虑非纯的自旋偏压 $V_s = 0.02$ 和无自旋偏压 $V_s = 0$ 情况下，零温电流随门电压 V_g 在不同偏电压情况下的变化关系。

数发生台阶跳跃的 $V_g = V_g^p$ 处（看图7-7b中的透射系数曲线）。注意，固定 V_g ，透射系数 $T(E)$ 随能量 E 的变化也有类似的形状，根据方程(7-9)，在任一 V_g^p 处，透射系数 $T(E)$ 在向右流的自旋向上的电流和向左流的自旋向下的电流的积分区间 $E \in [E_f - k_B T, E_f + V_s + k_B T]$ 和 $E \in [E_f + k_B T, E_f - V_s - k_B T]$ 中刚好呈上升分布趋势，这导致了图7-7a和图7-7b中的在各个 V_g^p 点出现峰值的周期性峰状分布曲线。 V_s 越大，积分区间越宽，峰值也越大（图7-7a），表明电流随自旋压单调递增；温度越高，费米分布越趋于平坦，两积分区间的交叉区越宽， J_c 随 V_g 的峰状结构越趋于平均分布（图7-7b），换句话说，峰状结构被温度抹平。以上分析表明电流和自旋压一一对应，测此电流完全可以标记自旋压；而高温抑制电流，不利于自旋压测量。此外，由于透射系数在每个 V_g^p 处的积分区间分布类似，导致不同 V_g^p 处的电流峰值近似相等。

实验上，测量电压更为方便，因此我们也计算了开路情况（ $J_c = 0$ ）下，由隧穿电流 J_c 引起的系统电压 V_c 。这相当于抬高或降低右端导线的费米面 $\mu_0 = E_f \rightarrow \mu_0 = E_f + \Delta V$ ，使得偏电压 ΔV 刚好可以抵消体系的隧穿电流 J_c 。

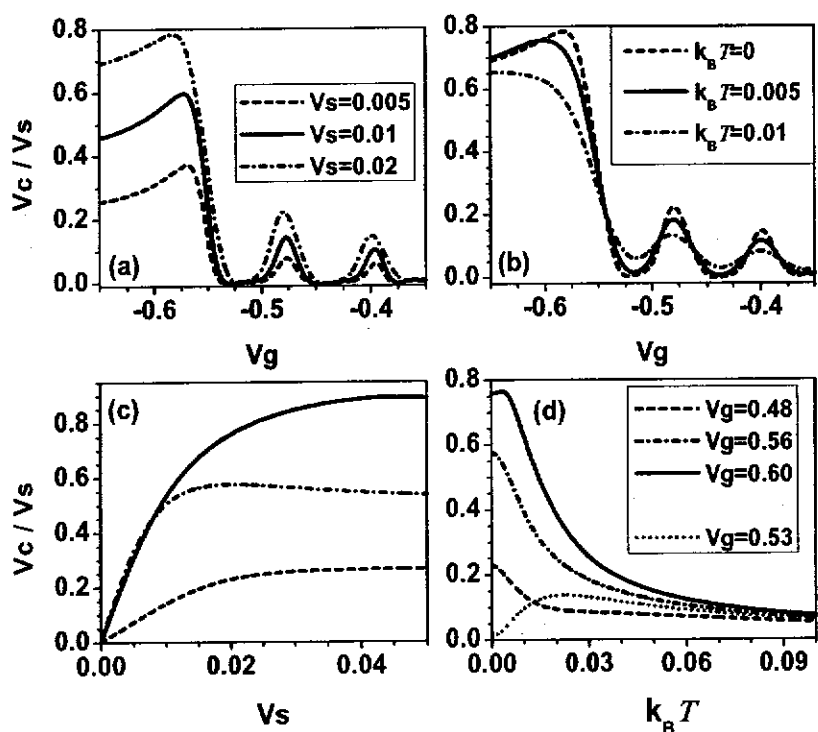


图 7-8 图(a): 零温情况, 不同自旋偏压下, V_c/V_s 随门电压 V_g 的变化关系。图(b): 固定 $V_s = 0.02$, V_c/V_s 随门电压 V_g 在不同温度 T 下的变化关系。图(c): 零温, 不同 V_g 下, V_c/V_s 随自旋压 V_s 的变化关系。图(d): 固定自旋偏压 $V_s = 0.02$, 不同 V_g 下, V_c/V_s 随温度 $k_B T$ 的变化关系。图(c)和图(d)中不同黑线所代表的 V_g 值相同。

此时 $J_c = 0$ ，而 V_c 就等于 ΔV ，这个过程通过自洽求解实现。电压 V_c 的相对强度 V_c/V_s 随各种参数的变化在图7-8中给出。和图7-7a和图7-7b类似， V_c/V_s 随 V_g 呈现周期性的峰状结构，且 $V_g = V_g^p$ 处的峰值随自旋压 V_s 的增加而增加； V_c/V_s 的峰状结构也被温度效应逐渐抹平。但是它们还是有几点不同：第一， V_c/V_s 的峰高随 V_g^p 的增加单调降低，但是 J_c 的峰高却几乎不随 V_g^p 变化。这是由于随着 V_g^p 越大，透射系数也越大，但是 J_c 的值却几乎不变，因此用来抵消 J_c 的电压就变的越来越小。第二，在 $V_g < -0.62$ 的区间， J_c 几乎为零，但是 V_c/V_s 却达到最大值。这也不奇怪，因为透射系数在此区间已经非常接近于零（比 J_c 更接近），要抵消掉虽然很小但仍不为零的电流 J_c ，当然需要更大的 V_c 。 $V_g < -0.62$ 的区间因此也是自旋压的最佳测量点。此外，当体系存在不为零的偏压 ΔV （如图7-7c）， V_c/V_s 仍然可以保持相同的周期峰分布，只不过图形会整体上移 ΔV 。而当体系只存在偏电压 ΔV 时，体系的 V_c 就等于 ΔV ， V_c 呈常数分布。

图7-8c中，不同 V_g^p ($V_g = 0.60, 0.56$ 和 0.48) 处，随着 V_s 增加，对电流有贡献的能量区间不断增大，直到进入电导的平台区，这导致 V_c/V_s 随 V_s 单调递增然后趋于饱和（平台区）。这说明这种方法对小自旋压测量反而较为敏感。图7-8d是极值点（黑线）和非极值点（红线或灰线）的 V_c/V_s 对温度 T 的依赖关系。因为高温时费米分布趋于平缓，使得极小值中有极大值能量区域的贡献（极小值增大），极大值中也有极小值能量区域的贡献（极大值减小），抹平了 V_c/V_s 峰值结构。温度不断增加，极小值和极大值最终完全混合，导致所有 V_g 处的 V_c/V_s 最终趋于一个稳定的但是仍然比较大的 (≈ 0.1) 稳定值，说明自旋流测量在高温下仍可以进行。

§7.3.4 几点讨论

以上从理论及数值计算的角度论证了用量子点接触进行自旋流的电学测量的可行性，下面，我们将从几个方面论证此方法的实验可行性。首先，从技术的角度，这种测量方法可以实现：量子点接触早就是一种比较成熟的技术，它所具有的量子化电导台阶特点很早就被用作电荷感应器[23]，用来探测量子点中的可以被精确控制[24]的电荷数。而量子点电荷数的精确可控使得通过调节门电极电压，从而调节量子点接触限制区的能级位置成为可能。因此利用这种早已成熟并被大量使用的量子点接触装置，我们完全可以测量到以上数值结果中得到的 J_c 或 V_c 。其次，我们证明数值计算的结果完全达到实验测量精度。实验上，自旋压 V_s 大概在 μV （铁磁注入）到 mV （光学注入）的范围，我们的计算中， $V_s = 0.005t \approx 0.125meV$ ，最小的峰值电流 J_c 也超过 $4.8pA$ ，而相应的 V_c 的

峰值 ($V_c/V_s > 0.007$) 甚至超过 $2\mu\text{eV}$ 。现在实验上精度为 10fA (KEITHLEY 6485 Picoammeter) 和 1nV (KEITHLEY 2182A nanovoltmeter) 的电学设备已经非常普遍, 我们的计算结果已经大大超过实验可测精度。对于实验上可实现的高精度 0.1nV [20], 只要 $V_s > 0.02\mu\text{V}$ (和实验 [7] 中 $V_s \approx 0.5\mu\text{V}$ 相比, 这已经非常弱了), V_c 就可测。另外需要提醒一点, 在上面的数值计算中, 能量标度 t 是固定的, 但是我们完全可以通过改变格点常数, 使得 t 能在相当大的范围内变化, 相应 V_s 也可以取任何一个我们喜欢的值。另一方面, 固定 t 值, 通过调节方程 (7-8) 中的 α 值 (相当于实验上改变量子点接触参数), 可以使量子化的电导台阶变化更加陡峭, 这样, 在相同的自旋压 V_s 下, J_c 和 V_c 变的更大, 也更容易达到实验测量精度。最后, 由于真实实验中各种外界因素的影响, 即使在纯的自旋流作用下, 体系也很可能产生不为零的偏电压, 导致 $\Delta\mu_{\uparrow} + \Delta\mu_{\downarrow} = V \neq 0$, 这相当于图 7-6c 中 STM 针尖和外电极之间有压降 ΔV 。此时, 诱导电流 J_c 的峰值不再是常数, 而是随 V_g^p 的增加而增加; 开路偏压 V_c/V_s 却保持原来的周期封结构, 只不过图形整体上移 ΔV , 因此电流或自旋流的周期封结构是自旋压的唯一标记, 利用这一点可以很容易地找出标记自旋压的电压或电流 (讨论见 §7.3.3 节), 这说明体系偏压不会影响自旋流测量。

毫无疑问, 从上面的讨论中, 我们确信可以通过量子点接触装置实现自旋流的电学测量。但是却无法确定自旋流的极化方向, 这正是下面要讨论的内容。在样品中加强磁场 B , 由于塞曼效应, 自旋上和自旋下的电子能级向相反的方向平移, 当自旋极化方向刚好和磁场方向相同时, 塞曼劈裂最大, 平移量也达到最大, 这导致方程 (7-9) 中透射系数 $T_{\uparrow}(E)$ 和 $T_{\downarrow}(E)$ 在能量空间向相反方向平移, 相当于人为增大自旋压。磁场从正到负扫描, 相应 J_c 和 V_c 也不断减小, 甚至可以越过零点到达负值。当固定磁场强度, 变化磁场方向, 可以找到一个变化最剧烈的方向, 这个方向就是自旋极化方向。

§7.3.5 小结

基于量子点接触装置, 可以完全通过测量电流或电压来实现自旋流测量。由自旋压导致的电流呈现出明显的周期性峰状分布结构, 可以和由纯电压导致的台阶状分布的隧穿电流相区别。采用开路条件测量由电流导致的电压则更为方便, 和电流相比, 此电压信号更为强烈, 也更加明显。以上电流电压信号都完全达到了实验上的测量精度要求, 而且通过加外磁场, 我们甚至可以确定自旋的极化方向。因此, 量子点接触测量自旋流的方法在实验上切实可行, 且不失为一种简单有效, 准确可靠的自旋流测量方法。

参考文献

- [1] Q.-F. Sun, H. Guo, and J. Wang, *A Spin Cell for Spin Current*, Phys. Rev. Lett., **90**, 258301-258304 (2003); W. Long, Q.-F. Sun, H. Guo, and J. Wang, *Gate-controllable spin battery*, Appl. Phys. Lett., **83**, 1397-1399 (2003); B. Wang, J. Wang, and D.-Y. Xing, *Spin current carried by magnons*, Phys. Rev. B, **69**, 174403-174407 (2004).
- [2] D.-K. Wang, Q.-F. Sun, and H. Guo, *Spin-battery and spin-current transport through a quantum dot*, Phys. Rev. B **69**, 205312-205317 (2004).
- [3] R. D. R. Bhat and J. E. Sipe, *Optically Injected Spin Currents in Semiconductors*, Phys. Rev. Lett. **85**, 5432-5435 (2000); Q.-F. Sun, H. Guo, and J. Wang, *A Spin Cell for Spin Current*, Phys. Rev. Lett. **90**, 258301-258304 (2003); P. Sharma and P. W. Brouwer, *Mesoscopic Effects in Adiabatic Spin Pumping*, Phys. Rev. Lett. **91**, 166801-166804 (2003); Susan K. Watson, R. M. Potok, C. M. Marcus, and V. Umansky, *Experimental Realization of a Quantum Spin Pump*, Phys. Rev. Lett. **91**, 258301-258304 (2003).
- [4] S. K. Watson, R. M. Potok, C. M. Marcus, and V. Umansky, *Experimental realization of a quantum spin pump*, Phys. Rev. Lett. **91**, 258301-258304 (2003).
- [5] J. Hübner, W. W. Rühle, M. Klude, D. Hommel, R. D. R. Bhat, J. E. Sipe, and H. M. van Driel, *Direct Observation of Optically Injected Spin-Polarized Currents in Semiconductors*, Phys. Rev. Lett. **90**, 216601-216604 (2003); M. J. Stevens, Arthur L. Smirl, R. D. R. Bhat, Ali Najmaie, J. E. Sipe, and H. M. van Driel, *Quantum Interference Control of Ballistic Pure Spin Currents in Semiconductors*, Phys. Rev. Lett. **90**, 136603-136606 (2003).
- [6] X. D. Cui, S.-Q. Shen and Jian Li, Appl. Phys. Lett. **90**, 242115-242117 (2007); J. Li, Xi Dai, S.-Q. Shen, and F.-C. Zhang, *Observation of electric current induced by optically injected spin current*, Appl. Phys. Lett. **88**, 162105-162107 (2006).
- [7] S. O. Valenzuela and M. Tinkham, *Direct electronic measurement of the spin Hall effect*, Nature **442**, 176-179 (2006).
- [8] T. Kimura, Y. Otani, T. Sato, S. Takahashi and S. Maekawa, *Room-Temperature Reversible Spin Hall Effect*, Phys. Rev. Lett. **98**, 156601-156604 (2007); E. Saitoh, M. Ueda, H. Miyajima, and G. Tatara, *Conversion of spin current into charge current at room temperature: Inverse spin-Hall effect*, Appl. Phys. Lett. **88**, 182509-182561 (2006).

- [9] J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, *Experimental Observation of the Spin-Hall Effect in a Two-Dimensional Spin-Orbit Coupled Semiconductor System*, *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 047204-047207 (2005).
- [10] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, *Observation of spin Hall effect*, *Science* **306**, 1910-1913 (2004); V. Sih, R. C. Myers, Y. K. Kato, W. H. Lau, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, *Spatial imaging of the spin Hall effect and current-induced polarization in two-dimensional electron gases*, *Nature Phys.* **1**, 31-35 (2005).
- [11] V. Sih, W. H. Lau, R. C. Myers, V. R. Horowitz, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, *Generating Spin Currents in Semiconductors with the Spin Hall Effect*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 096605-196608 (2006).
- [12] P. Mohanty, G. Zolfagharkhani, S. Kettemann, and P. Fulde, *Spin-mechanical device for detection and control of spin current by nanomechanical torque*, *Phys. Rev. B* **70**, 195301-195306 (2004); Tsung-Wei Chen, Chih-Meng Huang, and G. Y. Guo, *Conserved spin and orbital angular momentum Hall current in a two-dimensional electron system with Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling*, *Phys. Rev. B* **73**, 235309-235321 (2006).
- [13] Q.-F. Sun, H. Guo, and J. Wang, *Spin-current-induced electric field*, *Phys. Rev. B* **69**, 054409-054413 (2004); Q.-F. Sun and X.-C. Xie, *Definition of the spin current: The angular spin current and its physical consequences*, *Phys. Rev. B* **72**, 245305-245311 (2005).
- [14] G. Bergmann, *Spin-orbit scattering as an experimental tool to measure spin currents*, *Phys. Rev. B* **63**, 193101-193104 (2001); A. G. Mal'shukov, C. S. Tang, C. S. Chu, and K. A. Chao, *Spin-current generation and detection in the presence of an ac gate*, *Phys. Rev. B* **68**, 233307-233310 (2003); S. I. Erlingsson and D. Loss, *Determining the spin Hall conductance via charge transport*, *Phys. Rev. B* **72**, 121310-121313 (2005).
- [15] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, *Electron transport through double quantum dots*, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1-22 (2003).
- [16] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha, and L. M. K. Vandersypen, *Spins in few-electron quantum dots*, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1217-1766 (2007).
- [17] D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Quantum computation with quantum dots*, *Phys. Rev. A* **57**, 120-126 (1998); A. Imamoglu, D. D. Awschalom, G. Burkard, D. P. DiVincenzo, D. Loss, M. Sherwin, and A. Small, *Quantum Information Processing*

- Using Quantum Dot Spins and Cavity QED*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4204-4207 (1999); B. Burkard and D. Loss, *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, edited by D.D. Awschalom et al. (Springer-Verlag, Berlin, 2002), Chap. 8.
- [18] K. Ono and S. Tarucha, *Nuclear-Spin-Induced Oscillatory Current in Spin-Blockaded Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **92**, 256803-256806 (2004).
- [19] Y. Meir and N. S. Wingreen, *Landauer formula for the current through an interacting electron region*, Phys. Rev. Lett. **68**, 2512-2524 (1992).
- [20] H. Safar, P. L. Gammel, D. A. Huse, and D. J. Bishop, J. P. Rice and D. M. Ginsberg, *Experimental evidence for a first-order vortex-lattice-melting transition in untwinned, single crystal YBa₂Cu₃O₇*, Phys. Rev. Lett. **69**, 824-827 (1992).
- [21] Y. Xing, Q.-F. Sun, L. Tang, and J.-P. Hu, *Accumulation of opposite spins on the transverse edges of a two-dimensional electron gas in a longitudinal electric field*, Phys. Rev. B, **74**, 155313-155317 (2006).
- [22] C.-K. Wang and K.-F. Berggren, et al., *Local spin polarization in ballistic quantum point contacts*, Phys. Rev. B **57**, 4552-4556 (1998).
- [23] J. R. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, *Manipulation of a Single Charge in a Double Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **93**, 186802-186804 (2004); M. Pioro-Ladrière, M. R. Abolfath, P. Zawadzki, J. Lapointe, S. A. Studenikin, A. S. Sachrajda, and P. Hawrylak, *Charge sensing of an artificial H molecule in lateral quantum dots*, Phys. Rev. B **72**, 125307-125311 (2005).
- [24] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing and S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Rep. Prog. Phys. **64**, 701-736 (2001); M. Ciorga, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng, and Z. Wasilewski, *Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy*, Phys. Rev. B **61**, R16315-R16318 (2000).

第八章 正常—超导不对称体系的开关电流响应时间

摘要: 本章利用非平衡格林函数方法研究连接到正常导线和超导导线的量子点系统在上升脉冲势和下降脉冲势 V_L 作用下的电流响应时间。线性偏压近似下, 相应的上升电流和下降电流互相对称, 体系有相同的开启时间和关闭时间¹。但是由于正常—超导界面的Andreev反射作用, 存在超导导线的N-QD-S体系的开启/关闭时间远大于没有超导导线的N-QD-N体系。另一方面, 脉冲偏压 V_L 足够强时, 上升电流和下降电流彼此不对称, 且上升电流随时间呈振荡分布, 振荡频率 $\hbar\Omega = qV_L$; 下降电流的关闭时间约为 $1/V_L$, 而上升电流的开启时间明显小于 $1/V_L$, 开启响应时间小于关闭响应时间, 且 V_L 越大, 相应开启/关闭时间越短。此外, 电流驰豫时间²仅依赖于耦合强度 Γ , 大偏压下, 上升及下降电流的驰豫时间都远小于开启/关闭时间。

§8.1 引言

在过去的二十年里, 基于器件应用的纳米尺度物理有了长足的发展, 并成为凝聚态物理的一个活跃分支, 介观体系的量子输运[1]就是其中一个重要内容。介观输运的重要特点是电子在输运过程中能够保持位相相干性。由于时间相关的外场会影响体系的相位, 并且在不同的输运区域, 这种影响的结果也不同[2], 因此相对于稳态输运, 时间相关的外电场驱动的量子输运有着更丰富的内容。在微波场驱动下, 电子通过直接隧穿或通过吸收和放出光子的辅助隧穿完成输运过程。这种辅助隧穿的量子输运过程已经在各种体系中被大量研究, 比如在单量子点或双量子点体系[3-5], Kondo体系[6], 正常—超导异质体系[7], 等等。在以上时间相关的瞬态输运中, 我们最关心的问题之一是体系的开关时间, 也就是在多长时间可以开启或关闭体系电流。随着分子器件的飞速发展, 我们越来越需要各种快速切换开关, 事实上, 最近一些实验已经开始研究分子交流开关[8]。由于可以明确区分开和关状态, 脉冲势因此成为目前交流开关驱动的最佳选择。也因为这个原因, 许多文献研究了脉冲势驱动下各种体系, 包括Kondo体系[9, 10], 单量子点体系[11], 或一些复杂纳米结构[12, 13]的输运性质。

到目前为止, 对脉冲势驱动下的量子输运研究仅局限于正常体系。纳米体系和超导体体系的相互作用使得纳米尺度的正常—超导异质体系也成为介观输运研究的重点对象[14], 特别是对超导—正常结面的Andreev反射的动力学研究。

¹ 开启/关闭时间描述器件电流打开/关闭时间, 又叫上升 (rise) /下降 (fall) 时间[9]

² 驰豫时间指脉冲势过后体系达到新稳态的时间, 又叫饱和 (saturation) 时间[10]

正常-超导异质结构有如下特征：首先，超导体中，存在能隙 Δ ，从正常导线中以能量 $\epsilon \in [-\Delta, \Delta]$ 入射的电子不能直接进入超导线，只能从超导体中抓一个自旋相反的能量为 $-\epsilon$ 的电子组成库伯对，从超导费米面进入超导体，同时往正常导体中反射一个相同能量相同自旋的空穴。也就是说，超导能隙以内的单粒子输运被禁止，只有由自旋相反的两个电子组成的库伯对可以通行，这就是Andreev反射过程[15]。其次，在超导-正常-超导的特殊异质结构中，两个正常-超导结面形成多次Andreev反射并导致Andreev束缚态[16]，引起零偏压下体系的直流Josephson流[17]。第三，在外加偏压 V 作用下，超导-正常-超导体体系会产生交流Josephson流，交流频率 $\omega = 2|e|V$ 。当 $eV < 2\Delta$ 时，平均电流随偏压 V 呈现次谐波带隙结构 (subharmonic gap) [18]。

基于脉冲偏压之于开关响应的优势，又考虑到正常-超导异质结的特殊性，我们希望研究脉冲势作用下正常-量子点-超导异质结构中的开关相应时间，特别是研究正常-超导异质结面的Andreev反射的响应情况。本章内容安排如下：第二节是体系介绍，第三节是一些基本公式推导，第四节讨论数值计算结果，第五节简单小结。

§8.2 体系介绍

我们设中间的量子点足够大，大到可以忽略电子-电子相互作用[19]，并设量子点为单能级结构。瞬态电流由外加脉冲势 $W_L(t)$ 驱动，脉冲势只加在左边正常导线，右边超导导线上无外偏压 $W_R(t) = 0$ 。考虑如图8-1中所示的两种不同的外偏压情况：(i)开启偏压，当 $t < 0$ 时， $W_L(t) = 0$ ； $t > 0$ 时， $W_L(t) = V_L$ 。(ii)关闭偏压

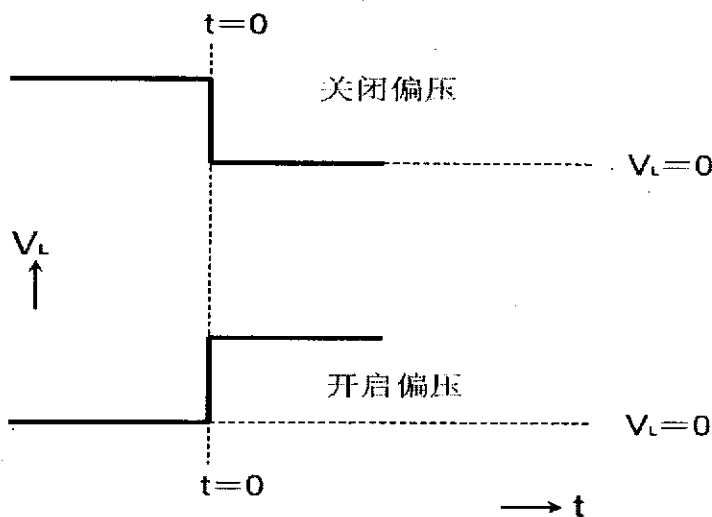


图 8-1 开启/关闭偏压示意图

压, 当 $t < 0$ 时, $W_L(t) = V_L$; $t > 0$ 时, $W_L(t) = 0$ 。在这两种偏压作用下, 体系在 $t < 0$ 时处于稳态, 在 $t = 0$ 时刻, 体系偏压突然打开或关闭, 此后体系电流发生弛豫, 最终达到新的稳态。Wingreen等人推导了一个基于非平衡格林函数的交流偏压作用下的普遍的电流公式[2, 11], 把此公式做进一步推导, 即可得到有超导导线的异质体系的隧穿电流。首先看哈密顿。在脉冲偏压 $W_L(t)$ 作用下, 超导—量子点—超导体体系的哈密顿描述如下:

$$H = H_L + H_R + H_D + H_T \quad (8-1)$$

其中, H_L 和 H_R 分别描述左边正常导线和右边超导导线的哈密顿, H_D 是中间单能级, 不计电子电子相互作用的量子点哈密顿, H_T 描述量子点和左右导线的耦合。它们分别写作如下形式[20, 21]:

$$\begin{aligned} H_L &= \sum_{k\sigma} (\epsilon_{L,k} + W_L(t)) C_{L,k\sigma}^\dagger C_{L,k\sigma} \\ H_R &= \sum_{k\sigma} \epsilon_{R,k} C_{R,k\sigma}^\dagger C_{R,k\sigma} + \\ &\quad \sum_k [\Delta C_{R,k\downarrow} C_{R,-k\uparrow} + \Delta C_{R,-k\uparrow}^\dagger C_{R,k\downarrow}^\dagger] \\ H_D &= \sum_\sigma \epsilon_0 d_\sigma^\dagger d_\sigma \\ H_T &= \sum_{\sigma,k,\alpha} t_{k,\alpha} C_{\alpha,k\sigma}^\dagger d_\sigma + h.c., \end{aligned} \quad (8-2)$$

其中, $\alpha = L, R$ 。 d_σ 和 $C_{\alpha,k\sigma}$ 分别是量子点和导线中自旋 σ 态的湮灭算符。绝热近似下, 时间相关的单粒子能级 $\epsilon_{L,k}(t) = \epsilon_{L,k} + W_L(t)$, 包括时间相关的外势场 $W_L(t)$ 和时间无关的导线单粒子能级 $\epsilon_{L,k}$ 。 Δ 表示超导体中的能隙, 在这儿我们设 Δ 为实数, 这可以通过设特殊的超导序参量来实现[22]。由于存在超导导线, 用Nambu表象[23]描述哈密顿较为方便。Nambu表象中, 左导线费米能设在超导带隙中央, 体系哈密顿用自旋向上能量为正的电子和自旋向下能量为负的空穴共同描述, Nambu表象下, 方程(8-2)用二阶Nambu矩阵表达为:

$$\begin{aligned} H_L &= \sum_k \Psi_{L,k}^\dagger \begin{pmatrix} \epsilon_{L,k} + W_L(t) & 0 \\ 0 & -\epsilon_{L,-k} - W_L(t) \end{pmatrix} \Psi_{L,k} \\ H_R &= \sum_k \Psi_{R,k}^\dagger \begin{pmatrix} \epsilon_{R,k} & \Delta \\ \Delta & -\epsilon_{R,-k} \end{pmatrix} \Psi_{R,k} \\ H_D &= \Phi^\dagger \begin{pmatrix} \epsilon_0 & 0 \\ 0 & -\epsilon_0 \end{pmatrix} \Phi \end{aligned}$$

$$H_T = \sum_{k,\alpha} \Psi_{k,\alpha}^\dagger \begin{pmatrix} t_{k,\alpha,\uparrow} & 0 \\ 0 & -t_{k,\alpha,\uparrow}^* \end{pmatrix} \Phi + H.C., \quad (8-3)$$

其中,

$$\Psi_{\alpha,k} = \begin{pmatrix} C_{\alpha,k\uparrow} \\ C_{\alpha,-k\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} d_\uparrow \\ d_\downarrow^\dagger \end{pmatrix}. \quad (8-4)$$

§8.3 公式推导

利用方程(2-49), 体系左导线电流可以写为如下形式:

$$J_L(t) = 2J_{L,\uparrow}(t) = 4\text{Im}\Gamma_L \left\{ \frac{1}{2} G_{\uparrow\uparrow}^<(t,t) + \int \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^t dt' \right. \\ \left. \left[f(\omega) G_{\uparrow\uparrow}^r(t,t') \exp\left(i\omega(t-t') + i \int_{t'}^t W_L(\tau) d\tau\right) \right] \right\} \quad (8-5)$$

因为体系自旋上和自旋下的互相对称, 上式中我们直接把自旋上的电流 $\times 2$, 得到体系的总电流。在这儿

$$G^<(t,t) = \sum_{\alpha} \int dt_1 \int dt_2 G^r(t,t_1) \Sigma_{\alpha}^<(t_1,t_2) G^a(t_2,t) \\ = i \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) G^r(\omega) \bar{\Gamma}_R(\omega) G^a(\omega) + i \sum_{\sigma} \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) A_{L,\sigma}(\omega,t) s_{\sigma} \Gamma_L(\omega) A_{L,\sigma}^{\dagger}(\omega,t). \quad (8-6)$$

其中 $\sigma = \pm 1$ 分别代表自旋向上 \uparrow 和自旋向下 \downarrow ,

$$s_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad s_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8-7)$$

而 $\bar{\Gamma}_R(\omega)$ 来自于附录C中的方程3-21,

$$\bar{\Gamma}_R(\omega) = \theta(\omega - \Delta) \frac{\Gamma_R}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} |\omega| & \Delta \\ \Delta & |\omega| \end{pmatrix},$$

引入普函数 $A_{L,\sigma}(\omega,t)$

$$A_{L,\sigma}(\omega,t) = \int_{-\infty}^t dt_1 G^r(t,t_1) e^{i\omega(t-t_1) + i\sigma \int_{t_1}^t dt_2 W_L(t_2)}, \quad (8-8)$$

方程(8-6)中的格林函数 $G^{r/a}(\omega)$ 是时间表象格林函数 $G^{r/a}(t,t')$ 的傅立叶变换: $G^{r/a}(\omega) = \int d(t-t') e^{i\omega(t-t')} G^{r/a}(t,t')$ 。注意, 尽管用了交流的外场驱动 $W_L(t)$, 由于左右导线自能都是时间差的函数(附录D), 而孤立的中间区又不受交流外场影响, 因此这儿的格林函数 $G^{r/a}(t,t')$ 不受 $W_L(t)$ 影响, 仍然是时间差的函数, 可以写作 $G^{r/a}(t-t')$ 。利用Dyson方程, 能量表象下的格林函数

$$G^r(\omega) = [\omega - H_{dot} - \Sigma_L^r - \Sigma_R^r]^{-1} = \frac{1}{\text{Det}} \times \begin{pmatrix} B_{11} & i\nu\Gamma_R\beta'/2 \\ i\nu\Gamma_R\beta'/2 & B_{22} \end{pmatrix} \quad (8-9)$$

其中, $B_{11} = \omega + \epsilon_0 + i\Gamma_L/2 + i\nu\Gamma_R\beta/2$, $B_{22} = \omega - \epsilon_0 + i\Gamma_L/2 + i\nu\Gamma_R\beta/2$, $\beta = \Delta/\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}$, $\beta' = \omega/\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}$, $Det = B_{11}B_{22} + (\Gamma_R\beta')^2/4$ 。当 $\omega > -\Delta$ 时, $\nu = 1$, 其余情况 $\nu = -1$ 。以上推导过程用了宽带近似, 因此 Γ_α 是与 ω 无关的常数【非宽带近似推导, 可以参考文献[12]】。此外, 宽带近似下, 能量表象格林函数 $G^{r/a}(\omega)$ 同时间表象一样, 也不受外场 $W_L(t)$ 影响。

把格林函数 $G^<(t, t)$ (方程(8-6)中) 和自能 $\Sigma^(t', t)$ (附录D中) 代入方程(8-5), 瞬时电流 $J_L(t)$ 马上可得。和正常体系中的瞬时电流[2] 表达式类似, $J_L(t)$ 可以分为 $J_L^{in}(t)$ 和 $J_L^{out}(t)$ 两部分:

$$\begin{aligned} J_L^{in}(t) &= 4q \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) \text{Im}\{\Gamma_L[A_{L\uparrow}(\omega, t)]_{11}\} \\ J_L^{out}(t) &= -2q \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) \text{Re}\{\Gamma_L[G^r(\omega)\bar{\Gamma}_R(\omega)G^a(\omega) + \sum_{\sigma} A_{L\sigma}(\omega, t)s_{\sigma}\Gamma_L A_{L\sigma}^{\dagger}(\omega, t)]_{11}\} \end{aligned} \quad (8-10)$$

它们分别代表流进量子点和流出量子点的电流, 符号相反[2], 因此总电流 $J_L(t) = J_L^{in}(t) - J_L^{out}(t)$ 。以上公式(8-8,8-9,8-10)适用于各种形式的交流外场 $W_L(t)$ 。下面我们考虑如图8-1所示的两种特殊的交流外场: 开启偏压和关闭偏压。把两种情况下的外偏压 $W_L(t)$ 代入这些方程, 得到谱函数 $A_{L\sigma}(\epsilon, t)$ (方程(8-8)) 以及进出电流 $J_L^{in}(t)$ 和 $J_L^{out}(t)$ (方程(8-10))。

关闭偏压 (也叫下降偏压): $W_L(t < 0) = V_L$, $W_L(t > 0) = 0$, 谱函数 $A_{L\uparrow}(\epsilon, t)$ 形式如下:

$$\begin{aligned} A_{LD,\uparrow}(\omega, t < 0) &= G^r(\omega + V_L) \\ A_{LD,\uparrow}(\omega, t > 0) &= G^r(\omega) + \int \frac{dE}{2\pi i} e^{-i(E-\omega)t} G^r(E) \\ &\quad \left[\frac{1}{E - \omega - V_L - i0^+} - \frac{1}{E - \omega - i0^+} \right]. \end{aligned} \quad (8-11)$$

开启偏压 (也叫上升偏压): $W_L(t < 0) = 0$, $W_L(t > 0) = V_L$, 谱函数 $A_{L\uparrow}(\epsilon, t)$ 形式如下:

$$\begin{aligned} A_{LU,\uparrow}(\omega, t < 0) &= G^r(\omega) \\ A_{LU,\uparrow}(\omega, t > 0) &= G^r(\omega + V_L) - \int \frac{dE}{2\pi i} e^{-i(E-\omega-V_L)t} G^r(E) \\ &\quad \left[\frac{1}{E - \omega - V_L - i0^+} - \frac{1}{E - \omega - i0^+} \right]. \end{aligned} \quad (8-12)$$

其中, $A_{LD,\sigma}(\epsilon, t)$ 和 $A_{LU,\sigma}(\epsilon, t)$ 分别表示关闭和开启偏压作用下的谱函数 $A_{L\sigma}(\epsilon, t)$ 。当 $t < 0$, 体系处于稳态, $A_{LD,\sigma}(\epsilon, t)$ 和 $A_{LU,\sigma}(\epsilon, t)$ 与时间 t 无关; 当 $t > 0$, $A_{LD,\sigma}(\epsilon, t)$ 和 $A_{LU,\sigma}(\epsilon, t)$ 随时间 t 变化。由于格林函数 $G^r(\omega)$ 不是全空间的解析函数, 方程(8-11)和方程(8-12)不能解析积分。为了便于数值计算, 利用留数定

理, 我们把 $A_{LD/U,\sigma}(\epsilon, t > 0)$ 换个形式, 写作如下形式:

$$\begin{aligned} A_{LD,\uparrow}(\omega, t > 0) &= G^r(\omega) + e^{-iV_L t} \int_t^\infty d\tau e^{i(\omega+V_L)\tau} G^r(\tau) - \int_t^\infty d\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) \\ A_{LU,\uparrow}(\omega, t > 0) &= G^r(\omega + V_L) + e^{iV_L t} \int_t^\infty d\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) - \int_t^\infty d\tau e^{i(\omega+V_L)\tau} G^r(\tau) \end{aligned} \quad (8-13)$$

把方程(8-13)中的“ V_L ”改为“ $-V_L$ ”即可得到 $A_{L,\downarrow}(\omega, t)$ 表达式。有了格林函数 $G^r(\omega)$ 和谱函数 $A_{L\sigma}(\omega, t)$, 即可得出方程(8-10)中的电流 $J_L^{in}(t)$ 和 $J_L^{out}(t)$ 。在 $t \leq 0$ 和 $t \rightarrow \infty$ 极限, 体系处于两个不同的稳态, 方程(8-13)中的 $A_{LD,\sigma}(\omega, t)$ 和 $A_{LU,\sigma}(\omega, t)$ 也达到两个不同的稳态值, 导致电流 $J_L(t)$ 达到稳态分布。对于关闭偏压, $t \rightarrow 0$ 时, $A_{LD,\sigma}(\omega, t) = G^r(\omega + \sigma V_L)$; $t \rightarrow \infty$, $A_{LD,\sigma}(\omega, t) = G^r(\omega)$ 。因此电流 $J_L(t)$ 在 $t \leq 0$ 时为直流 V_L 驱动下的稳态直流电流; $t \rightarrow \infty$ 时, 为零偏压驱动为零电流。开启偏压情况正好相反, $t \leq 0$ 时为零偏压驱动为零电流; $t \rightarrow \infty$ 时是直流偏压 V_L 驱动的稳态直流电流。

当外偏压 $W_L(t)$ 非常小时, 我们把瞬时电流按照 V_L 展开到一阶项, 得到: $A_{L\sigma}(\omega, t > 0) = A_{L\sigma}(\omega, t = 0) + A_{L\sigma}^1(\omega, t > 0)V_L$ 。其中,

$$\begin{aligned} A_{LD,\sigma}^1(\omega, t > 0) &= -i\sigma t \int_t^\infty d\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) - \sigma \int_0^t d\tau i\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) \\ A_{LU,\sigma}^1(\omega, t > 0) &= i\sigma t \int_t^\infty d\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) + \sigma \int_0^t d\tau i\tau e^{i\omega\tau} G^r(\tau) \end{aligned} \quad (8-14)$$

从方程(8-14)得到 $A_{LD,\sigma}^1(\omega, t) = -A_{LU,\sigma}^1(\omega, t)$ 。这意味着当外偏压 V_L 非常小时, 开启和关闭偏压引起相同的驰豫过程, 只不过两种情况下的电流向着相反的方向驰豫(一个增大一个减小)。最后, 小偏压下, 电流 $J_L^{in}(t)$ 和 $J_L^{out}(t)$ 展开为: $J_L^{in/out}(t) = J_L^{in/out}(0) + X^{in/out}(t)V_L$ 。其中, $X^{in/out}(t)$ 是 V_L 的一阶展开项系数, 表达为:

$$\begin{aligned} X^{in}(t) &= 4q \int \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im} f(\omega) \Gamma_L \{A_{L,\uparrow}^1(\omega, t)\}_{11} \\ X^{out}(t) &= -2q \int \frac{d\omega}{2\pi} \text{Re} f(\omega) \Gamma_L \\ &\quad \sum_{\sigma} \{A_{L,\sigma}^1(\omega, t) s_{\sigma} \Gamma_L G^a(\omega) + G^r(\omega) s_{\sigma} \Gamma_L [A_{L,\sigma}^1(\omega, t)]^{\dagger}\}_{11} \end{aligned} \quad (8-15)$$

§8.4 数值结果及讨论

以下是零温下的数值计算结果。非零温和零温情况结果类似, 只是曲线更加平滑, 因此零温情况完全可以反映真实体系中的Andreev反射特点。考虑(导线和量子点间)弱耦合体系, 这样的体系中, $\Gamma_{L/R} \ll \Delta$ 。实际计算中

设 $\Gamma = \Gamma_L + \Gamma_R = 1$ 作为计算中的能量单位。超导带隙 $\Delta = 15$ ，量子点能级 ϵ_0 和左右导线费米面齐平，设为零。 $t \leq 0$ 时，体系总处于稳态，电流 $J_L(t \leq 0)$ 与时间无关，因此，所有的数值计算结果都只作 $t \geq 0$ 的瞬时电流曲线。此外，为了便于比较，在所有图中，同时有正常-量子点-正常 (N-QD-N) 体系和正常-量子点-超导 (N-QD-S) 体系的比较图。

首先，我们研究小偏压 V_L 极限的一阶电流 $J_L(t) = J_L(0) + X(t)V_L$ ，并设体系有左右对称的隧穿势垒，即， $\delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_R = 0$ 。图8-2a和图8-2b中分别作了N-QD-S和N-QD-N体系进出电流 $J_L^{in}(t)$ 和 $J_L^{out}(t)$ 的一阶展开系数 $X^{U/D,in/out}(t)$ 随时间 t 的变化图。这儿的“U”和“D”分别标记驱动为上升（开启）偏压或下降（关闭）偏压。发现，不管有没有超导导线，开启和关闭电流的一阶展开系数 $X(t)$ 都彼此对称，即， $X^{U,in/out}(t) = -X^{D,in/out}(t)$ 。这意味着，两种体系在小偏压极限（线性区），开启电流和关闭电流的驰豫过程完全对称，也就是说，在线性区，关闭可以看成开启的逆过程。因此，下面我们只研究线性区的开启过程。

对于开启过程， $t \leq 0$ 时，偏压为零，体系始终处于平衡态，因此隧穿电流， $J_L^U = 0$ ，进出量子点的电流 $J_L^{U,in}$ 和 $J_L^{U,out}$ 大小相同方向相反，彼此抵

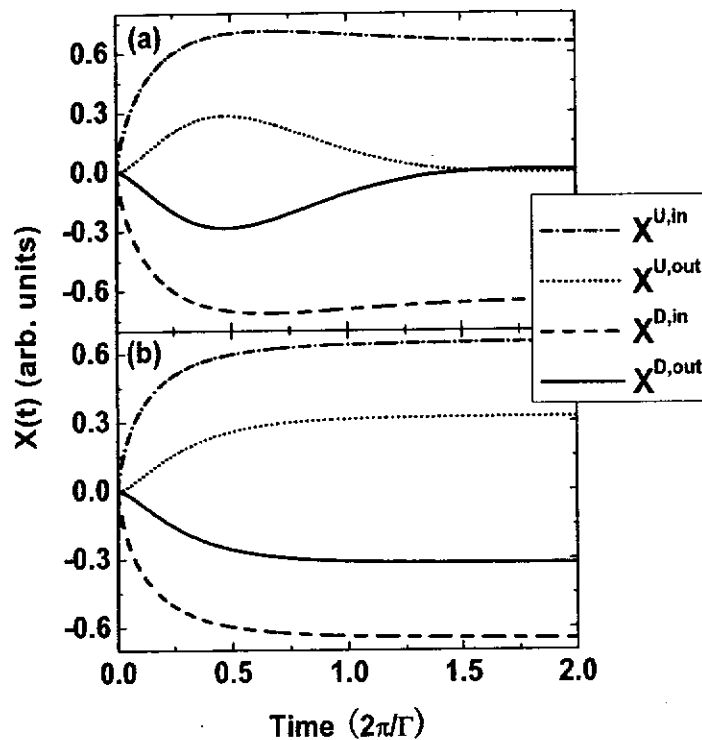


图 8-2 开启电流和关闭电流关于时间的一阶展开项 $X(t)$ 随时间 t 的变化。图(a)和图(b)分别对应N-QD-S系统和N-QD-N系统。其它参数： $\Gamma = 1$ ， $\delta\Gamma = 0$ ， $\Delta = 15$ ， $\epsilon_0 = 0$ 。

消。 $t = 0$ 时, $W_L(t)$ 偏压开启, 并且在 $t > 0$ 的时间段内一直保持在 V_L 。偏压开启后, 进出量子点的电流都开始慢慢增大, 随之零时刻完全抵消的净电流也开始出现并增大。在 $t = 0$ 到 $t = 0.5(2\pi/\Gamma)$ 的时间段内, $X^{U,in}(t)$ 和 $X^{U,out}(t)$ 一直不断增大(图8-2), 这一段过程在正常体系和有超导导线的异质体系中大致相同。然而之后的驰豫过程却大不相同, 对于正常体系过程, 电流在 $t = 0.5(2\pi/\Gamma)$ 就基本稳定, 此时, 无论是流入量子点的电流 $X^{U,out}(t)$, 还是流出量子点的电流 $X^{U,in}(t)$ 都基本达到新的稳定值, 且 $X^{U,out}(t) \approx \frac{1}{2}X^{U,in}(t)$ 。对于超导体系, $X^{U,in}(t)$ 的驰豫过程和正常体系类似, 但是 $X^{U,out}(t)$ 却不同, $X^{U,out}(t)$ 在 $t = 0.5(2\pi/\Gamma)$ 达到极大值后又开始下降, 直到驰豫过程结束, 又回归初始状态(零时刻)的零值。这导致N-QD-S体系的隧穿电流 $J_L^U(t = \infty)$ 为N-QD-N体系的两倍。这可以做如下解释: 对于正常体系, 在 $t \rightarrow \infty$ 的稳恒态, 电子从左右导线分别进入量子点中的空占据态, 同时量子点中的占据态上的电子也从量子点分别进入左右导线, 形成进出量子点的电流 $J_L^{U,in}$ 和 $J_L^{U,out}$, 并分别导致图8-2b中的展开系数 $X^{in}(t = \infty)$ 和 $X^{out}(t = \infty)$ 。对于能量 $\omega < 0$ 的电子, 由于左右导线有着相同的占据数 f , 这两部分互相抵消, 但是当电子能量 $\omega \in [0, V_L]$ 时, 左导线占据数为 $f_L(\omega) = 1$, 右导线占据数为 $f_R(\omega) = 0$, 因此, 量子点占据数为 $(f_L(\omega) + f_R(\omega))/2 = 1/2$, 这导致 $t \rightarrow \infty$ 时, $X^{U,out}(t) \approx \frac{1}{2}X^{U,in}(t)$ 。但是对于超导体系, 零时刻偏压开启后, Andreev反射开始起作用, 考虑到反射方向是从量子点—超导结面到正常左导线的方向, 因此Andreev反射直接影响且仅仅影响从量子点流入左导线的电流 $J_L^{U,out}$ 。现在, 从量子点不仅有电子还有空穴被反射进入左导线, 比起只反射电子的正常体系, 超导体系的 $J_L^{U,out}$ 当然会变小。Andreev反射系数 T_A 有如下解析表达形式[21]:

$$T_A = \frac{\Gamma^4}{64\omega^4 + (\Gamma^2 + \delta\Gamma^2)^2}, \quad (8-16)$$

其中, ω 是入射能到超导费米面的距离。在小偏压极限($\omega \approx 0$), 因为我们已经设 $\delta\Gamma = 0$, 因此 T_A 约等于1, 这导致几乎所有量子点中的电子都被Andreev反射, 因此在 $t \rightarrow \infty$ 的平衡状态, 电子反射和空穴反射几乎全部抵消, $J_L^{U,out}(t)$ 重回零时刻的零值, 相应 $X^{out}(t)$ 在 $t = \infty$ 时减小到零。

接下来, 研究大偏压 V_L 情况。图8-3c和图8-3d描述进出电流 J_L^{out} 和 J_L^{in} 在大偏压情况下随时间 t 的变化。偏压设为 $V_L = 10$ 。为便于比较, 图8-3a和图8-3b也作了小偏压情况($V_L = 0.1$)电流曲线。可以看出: (i) J_L^{out} 和 J_L^{in} 的驰豫过程小偏压情况对称, 大偏压情况不对称。且偏压 V_L 越大, 不对称情况越严重(没有图)。(ii)大偏压情况, 上升电流 $J_L^{U,in}$ 以 $\hbar\Omega = qV_L$ 的频率振荡(8-3c和图8-3d); 小偏压驱动下, 振荡频率太小, 以至于在整个驰豫过程中都观察不到 $J_L^{U,in}$ 的振

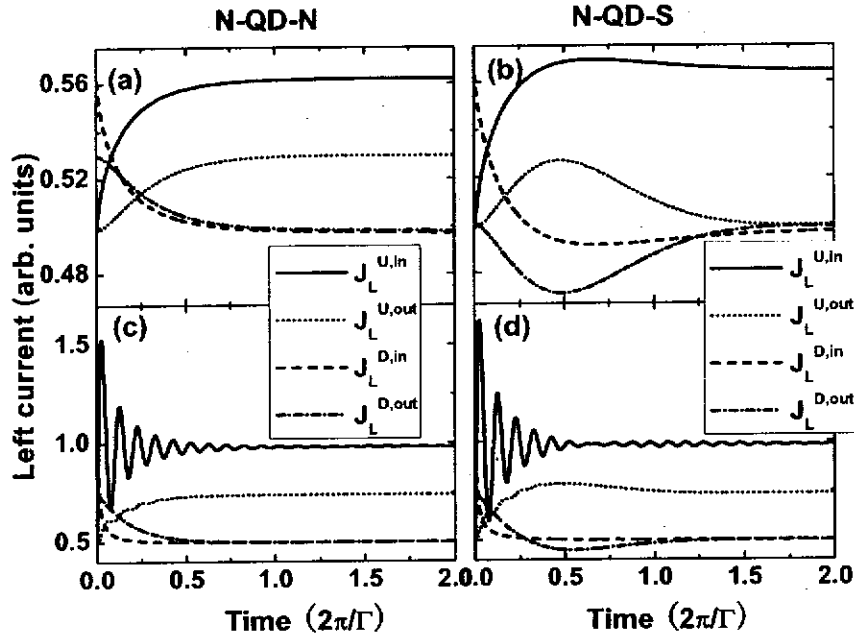


图 8-3 流入和流出量子点的开启和关闭电流 $J_L^{U/D,in}$, $J_L^{U/D,out}$ 随时间 t 在小偏压 $V_L = 0.1$ (图(a)和图(b)) 下和大偏压 $V_L = 10$ (图(c)和图(d)) 下的变化图。左图(a)和图(c)是N-QD-N体系, 右图(b)和图(d)是N-QD-S体系。其它参数同图8-2。

荡。(iii)和正常体系不同, 超导体系的流出电流 $J_L^{U,out}$ ($J_L^{D,out}$) 在驰豫过程中, 先升高(降低), 达到极值后又降低(升高)。正常体系中, 它们的驰豫过程都是单调递增或递减到稳定值的过程。(iv)大偏压电流 $J_L^{U,out}$ ($J_L^{D,out}$) 在达到极值后的递减(增)过程明显比小偏压时弱(图8-3b和图8-3d)。因为大偏压时, 对电流有贡献的入射电子的能量范围 $\omega \in [0, V_L]$ 较大, 从方程(8-16)得知, 只有接近零能级的极少部分能量上有 $T_A \approx 1$, 而其余绝大多数电子的Andreev反射几率 $T_A \ll 1$, 因此反射到左导线的空穴很少, 导致大偏压下 J_L^{out} 达到平衡前只是微微隆起(对于开启电流)或微微下陷(对于关闭电流)。

以上把电流分为进出电流 J_L^{out} 和 J_L^{in} 只是为了便于分析, 在实际观测到的电流中, 这两项是不可分的。下面, 我们就来研究总电流 $J_L(t) = J_L^{in}(t) - J_L^{out}(t)$ 的开启/关闭及其驰豫过程。图8-4描述了不同强度的上升或下降偏压驱动下, 总电流 $J_L^{U,D}$ 随时间 t 的变化情况。可以看出, 上升和下降电流在线性偏压区 (V_L 很小) 彼此对称(图8-4中的插图), 在非线性偏压 (V_L 较大) 区, 不对称(图8-4中的主图)。此外, 大偏压下的上升电流 J_L^U 以 $\hbar\Omega = V_L$ 的频率振荡; 下降电流 J_L^D 则在任何情况下都无振荡地慢慢趋于稳定值。

现在来研究总电流的开启/关闭时间(文献[9]中也叫上升/下降时间)以及驰

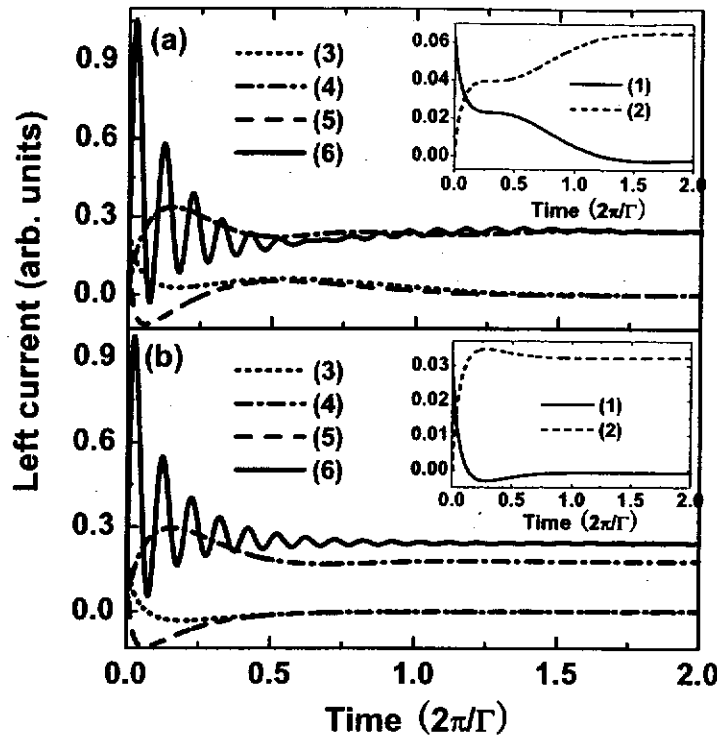


图 8-4 左导线隧穿电流 $J_L(t)$ 随时间 t 在不同偏压 V_L 作用下的变化关系。图(a)和图(b) 分别对应N-QD-S系统和N-QD-N系统。主图: $V_L = 1, V_L = 10$; 插图: $V_L = 0.1$ 。图中不同曲线对应: (1) $J_L^D(V_L = 0.1)$; (2) $J_L^U(V_L = 0.1)$; (3) $J_L^D(V_L = 1.0)$; (4) $J_L^U(V_L = 1.0)$; (5) $J_L^D(V_L = 10)$; (6) $J_L^U(V_L = 10)$ 。其它参数同图8-2。

豫时间（文献[10]中也叫饱和时间）。前者描述体系电流的开启/关闭的快慢，它是描述开关器件的重要参量；而后者是描述体系在突然开启或关闭后达到新的稳定态的快慢程度。对于小偏压情况，开启时间和关闭时间大致相同，不管在正常体系还是有超导导线的体系都是如此，但是在N-QD-N体系中要远小于N-QD-S体系：正常体系的开启/关闭时间约为 $0.2(2\pi/\Gamma)$ ，而超导中达到 $1.0(2\pi/\Gamma)$ 。大偏压情况，超导体和正常体系电流 $J_L(t)$ 随时间变化有相同的趋势，这说明它们具有相同的特征时间（开启/关闭，驰豫时间）。但是这三个特征时间却彼此不同：开启时间小于 $1/V_L(2\pi/\Gamma)$ ，是三个特征时间中最快的一個；关闭时间次之，在 $1/V_L(2\pi/\Gamma)$ 的量级，稍大于开启时间[9]；驰豫时间最慢，它与体系的耦合强度 Γ 有关，约为 $0.5(2\pi/\Gamma)$ 。正常体系和超导体体系的隧穿电流 $J_L(t)$ 之所以在小偏压下区别甚大，大偏压下近似相等，完全是因为，大偏压下，对电流有贡献的大部分入射电子的能量 ω 都偏离Andreev反射的共振点很远，使得唯一区别超导体体系于正常体系的Andreev反射几乎不发生作用，从而导致了两种体系电流几乎相等；相反，对于小偏压情况，大部分入射电子的能量都处于Andreev反射的共振区，导致几乎所有电子都发生Andreev反射，超导体体系电流当然和正常体系大不

相同。

下面，我们重点研究和正常体系有明显区别的小偏压情况下具有不对称隧穿势垒的超导体系的电流行为。固定右导线耦合强度 Γ_R ，改变左导线耦合强度 Γ_L ，使得体系具有不对称的隧穿势垒，也就是 $\delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_R \neq 0$ ，由于小偏压下，开启电流和关闭电流彼此对称，在这儿我们只研究开启电流。图8-5描述开启电流 $J_L^U(t)$ 在不同的 $\delta\Gamma$ 下随时间 t 的变化，电流有如下特点：(i)由于 Γ_L 越大，左导线中的电子越容易穿过左势垒进入量子点，因此 $\delta\Gamma$ 越大，电流 $J_L^U(t)$ 上升越快，开启时间越短。此规律对正常体系和有超导导线的体系都适用。(ii)结束了开始的上升状态后（约在 $t \simeq 0.2(2\pi/\Gamma)$ 时刻），超导体系的Andreev开始主导驰豫过程， $\delta\Gamma < 0$ 时情况尤为明显。 $\delta\Gamma < 0$ 时，超导体系的 $J_L^U(t)$ 在达到新的稳定态前微微隆起，而正常体系的 $J_L^U(t)$ 则单调平缓地趋近新的稳定值；当 $\delta\Gamma = 0$ ， $J_L^U(t)$ 在经过最初的上升过程后，趋于暂时平稳，接着继续上升，这导致 $\delta\Gamma \leq 0$ 时超导体系的驰豫时间远大于正常体系；当 $\delta\Gamma > 0$ ，超导体系和正常体系的驰豫过程类似。这是因为 $\delta\Gamma > 0$ 时，超导导线影响很弱，超导体系的量子点的态密度和正常体系量子点态密度几乎相等，同时Andreev反射几率 $T_A \ll 1$ ，超导体系和正常体系几乎没有区别，因此二者具有几乎相同的开关时间及驰豫时间。相

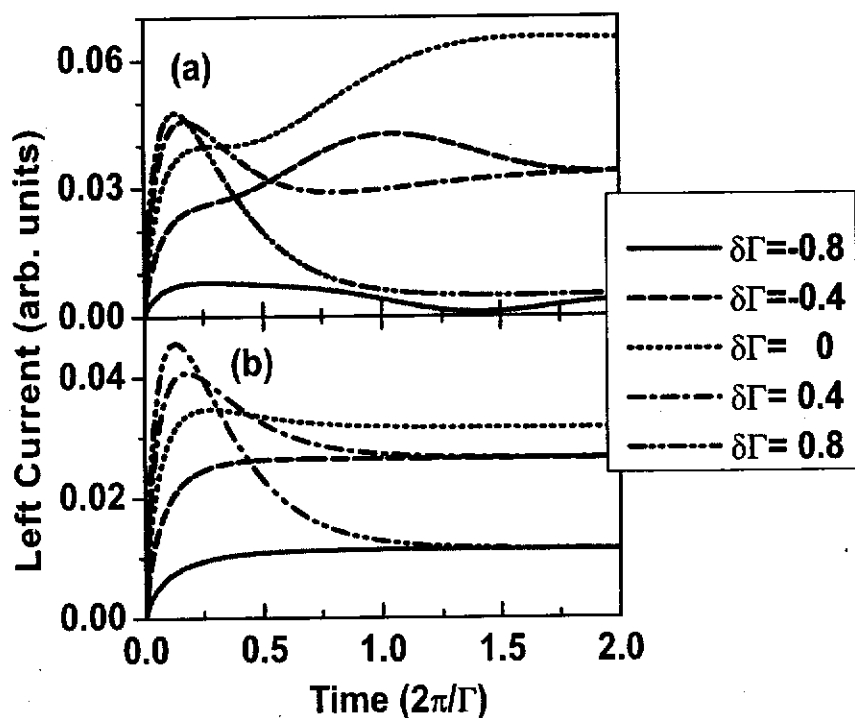


图 8-5 小偏压 $V_L = 0.1$ ，不同 $\delta\Gamma$ 下，开启电流 $J_L^U(t)$ 随时间 t 的变化曲线。图(a)和图(b)分别对应N-QD-S系统和N-QD-N系统。其它参数同图8-2。

反, 当 $\delta\Gamma \leq 0$ 时, 右边超导导线严重影响量子点态密度, 这使得N-QD-S体系明显区别于N-QD-N体系。(iii) 尽管 $\delta\Gamma = +a$ 和 $\delta\Gamma = -a$ 的电流 $J_L^U(t)$ 的驰豫过程不同, 驰豫结果却相同(它们最终达到相同的稳态电流值)。事实上, 小偏压极限下, N-QD-N体系的透射系数

$$T(\omega) = \frac{\Gamma^2 - \delta\Gamma^2}{4\omega^2 + \Gamma^2},$$

由于小偏压下电子入射能在超导带隙之内, N-QD-S体系只有Andreev反射引起的库伯对隧穿引起的超流, 因此我们只关心体系的Andreev反射系数[21]

$$T_A(\omega) = \frac{(\Gamma^2 - \delta\Gamma^2)^2}{4(4\omega^2 + \Gamma\delta\Gamma)^2 + (\Gamma^2 - \delta\Gamma^2)^2},$$

而正常和超导体系的电流表达式分别为 $J_L = -2q \int \frac{d\omega}{2\pi} (f(\omega - V_L) - f(\omega))T(\omega)$ 和 $J_L = -2q \int \frac{d\omega}{2\pi} (f(\omega - V_L) - f(\omega + V_L))T_A(\omega)$, 当 $\omega \rightarrow 0$ 时, $T(\delta\Gamma) = T(-\delta\Gamma)$, $T_A(\delta\Gamma) = T_A(-\delta\Gamma)$, 导致 $\pm\delta\Gamma$ 情况下的电流 $J_L(t = \infty)$ 也相等。

§8.5 小结

我们研究了N-QD-S异质体系的隧穿电流对上升脉冲偏压和下降脉冲偏压的时间响应。在小偏压情况, 体系的上升(脉冲)电流和下降(脉冲)电流的驰豫过程彼此对称, 开启时间和关闭时间也基本相同。但是和N-QD-N体系对比, 由于Andreev反射的作用, N-QD-S体系的特征时间远大于N-QD-N体系的特征时间, 并且N-QD-S体系最终的稳态电流几乎是N-QD-N体系的两倍。对于左右两边的隧穿势不对称的体系, 当 $\Gamma_L > \Gamma_R$, N-QD-S体系隧穿电流的驰豫过程和N-QD-N体系类似; 而在 $\Gamma_L < \Gamma_R$ 情况下, N-QD-S体系电流在达到新的稳态前微微隆起, 这不同于N-QD-N体系。以上是线性偏压范围的性质, 当超出线性偏压范围, 随着 V_L 的不断增大, N-QD-S和N-QD-N体系的差别越来越小, 上升电流和下降电流也越来越不对称, 此时, 开启时间小于关闭时间, 且上升电流以 $\hbar\Omega = V_L$ 的频率边振荡地趋于新的稳定值。

参考文献

- [1] G. Garcia-Calderon, in *The physics of Low-Dimensional Semi-conductor Structures*, edited by P. I. Butcher, N. H. March, and M. P. Tosi (Plenum, New York, 1993), p. 267.
- [2] A.-P. Jauho, N. S. Wingreen and Y. Meir, *Time-dependent transport in interacting and noninteracting resonant-tunneling systems*, Phys. Rev. B **50**, 5528-5544 (1994).
- [3] L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa and H. Sakaki, *Observation of Photon-Assisted Tunneling through a Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3443-3446 (1994); L. Y. Gorelik, Frank A. Maa, R. I. Shekhter and M. Jonson, *Giant Mesoscopic Fluctuations of Quantum Dot Conductance Caused by Strong Electromagnetic Irradiation*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3169-3172 (1997).
- [4] Q.-F. Sun, J. Wang, and T.-H. Lin, Phys. Rev. B **58**, 2008 (1998).
- [5] T. H. Oosterkamp, T. Fujisawa, W. G. van der Wiel, K. Ishibashi, R. V. Hijman, S. Tatucha, and L. P. Kouwenhoven, *Microwave spectroscopy of a quantum-dot molecule*, Nature (London) **395**, 873-876 (1998); H. Drexler, J. S. Scott, S. J. Allen, K. L. Campman, and A. C. Gossard, *Photon-assisted tunneling in a resonant tunneling diode: Stimulated emission and absorption in the THz range*, Appl. Phys. Lett. **67**, 2816-2818 (1995).
- [6] T. K. Ng, *ac Response in the Nonequilibrium Anderson Impurity Model*, Phys. Rev. Lett. **76**, 487-490 (1996).
- [7] Q.-F. Sun, J. Wang, and T.-H. Lin, *Photon-assisted Andreev tunneling through a mesoscopic hybrid system*, Phys. Rev. B **59**, 13126-13138 (1999).
- [8] P. J. Burke, *An RF circuit model for carbon nanotubes*, IEEE Trans. Nanotechnol. **2**, 55-58 (2003); S. Li, Z. Yu, S. F. Yen, W. C. Tang, and P. J. Burke, *Carbon Nanotube Transistor Operation at 2.6 GHz*, Nano Lett. **4**, 753-756 (2004).
- [9] M. Plihal, D. C. Langreth and P. Nordlander, Phys. Rev. B **61**, R13341 (2000).
- [10] A. Schiller and S. Hershfield, *Kondo time scales for quantum dots: Response to pulsed bias potentials*, Phys. Rev. B **62**, R16271-R16274 (2000).
- [11] N. S. Wingreen, A.-P. Jauho and Y. Meir, *Time-dependent transport through a mesoscopic structure*, Phys. Rev. B **48**, 8487-8490 (1993).
- [12] J. Maciejko, J. Wang, and H. Guo, *Time-dependent quantum transport far from equilibrium: An exact nonlinear response theory*, Phys. Rev. B **74**, 085324-085346 (2006).

- [13] Y. Zhu, J. Maciejko, T. Ji, H. Guo, and J. Wang, *Time-dependent quantum transport: Direct analysis in the time domain*, Phys. Rev. B **71**, 075317-075326 (2005).
- [14] C. J. Lambert and R. Raimondi, *Phase-coherent transport in hybrid superconducting nanostructures*, J. Phys.: Condens. Matter **10**, 901-942 (1998).
- [15] A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- [16] I. O. Kulic, Sov. Phys. JETP **57**, 1745 (1969); J. Bardeen and J. L. Johnson, *Josephson Current Flow in Pure Superconducting-Normal-Superconducting Junctions*, Phys. Rev. B **5**, 72-78 (1972); A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, and G. Borghs, *Energy Spectroscopy of Andreev Levels between Two Superconductors*, Phys. Rev. Lett. **79**, 4010-4013 (1997).
- [17] F. Sols and J. Ferrer, *Crossover from the Josephson effect to bulk superconducting flow*, Phys. Rev. B **49**, 15913-15919 (1994); M. Hurd, S. Datta, and P. F. Bagwell, *ac Josephson effect for asymmetric superconducting junctions*, Phys. Rev. B **56**, 11232-11245 (1997); S. Ishizaka, J. Sone, and T. Ando, *dc Josephson current through a quantum dot coupled with superconducting leads*, Phys. Rev. B **52**, 8358-8362 (1995); R. Bauernschmitt, J. Siewert, Yu. V. Nazarov, and A. A. Odintsov, *Josephson effect in low-capacitance superconductor - normal-metal - superconductor systems*, Phys. Rev. B **49**, 4076-4081 (1994); P. F. Bagwell, *Suppression of the Josephson current through a narrow, mesoscopic, semiconductor channel by a single impurity*, Phys. Rev. B **46**, 12573-12586 (1992); A. Martín-Rodero, F. J. García-Vidal and A. Levy Yeyati, *Microscopic theory of Josephson mesoscopic constrictions* Phys. Rev. Lett. **72**, 554-557 (1994); M. Hurd and G. Wendin, *Superconducting current in a ballistic double superconducting - normal-metal - superconducting structure*, Phys. Rev. B **51**, 3754-3759 (1995).
- [18] A. W. Kleinsasser, R. E. Miller, W. H. Mallison, and G. B. Arnold, *Observation of multiple Andreev reflections in superconducting tunnel junctions*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1738-1741 (1994); N. van der Post, E. T. Peters, I. K. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek, *Subgap Structure as Function of the Barrier in Atom-Size Superconducting Tunnel Junctions*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2611-2613 (1994); Q.-F. Sun, H. Guo, and J. Wang, *Hamiltonian approach to the ac Josephson effect in superconducting-normal hybrid systems*, Phys. Rev. B **65**, 075315-075325 (2002).
- [19] Concerning the related works on the N-QD-S system with the interaction but in the absence of an ac signal, one can refer to the following references: R. Fazio and R. Raimondi, *Resonant Andreev Tunneling in Strongly Interacting Quantum Dots*, Phys.

- Rev. Lett. **80**, 2913-2916 (1998); K. Kang, *Kondo resonance, Coulomb blockade, and Andreev transport through a quantum dot*, Phys. Rev. B **58**, 9641-9643 (1998); A. A. Clerk, V. Ambegaokar, and S. Hershfield, *Andreev scattering and the Kondo effect*, Phys. Rev. B **61**, 3555-3562 (2000); Q.-F. Sun, H. Guo, and T.-H. Lin, *Excess Kondo Resonance in a Quantum Dot Device with Normal and Superconducting Leads: The Physics of Andreev-Normal Co-tunneling*, Phys. Rev. Lett. **87**, 176601-176604 (2001); J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, and A. Martín-Rodero, *Kondo effect in normal-superconductor quantum dots*, Phys. Rev. B **63**, 094515-094519 (2001).
- [20] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, and A. L. Yeyati, *Hamiltonian approach to the transport properties of superconducting quantum point contacts*, Phys. Rev. B **54**, 7366-7379 (1996).
- [21] Q.-F. Sun, J. Wang, and T.-H. Lin, *Resonant Andreev reflection in a normal-metal - quantum-dot - superconductor system*, Phys. Rev. B **59**, 3831-3840 (1999); Q.-F. Sun, B.-G. Wang, J. Wang, and T.-H. Lin, *Electron transport through a mesoscopic hybrid multiterminal resonant-tunneling system*, Phys. Rev. B **61**, 4754-4761 (2000).
- [22] P. G. De Gennes, *Superconductivity of metals and alloys*, (Benjamin, New York, 1996).
- [23] Y. Nambu, *Quasi-Particles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **117**, 648-663 (1960).
- [24] Y. Xing, B. Wang, Y. Wei, B. Wang, and J. Wang, *Spin pump in the presence of a superconducting lead*, Phys. Rev. B **70**, 245324-245331 (2004).

第九章 结论

本文采用非平衡格林函数方法, 结合线性近似下的Landauer-Büttiker公式, 研究了有限大二维电子气中的自旋霍尔效应。发现在量子霍尔效应中起作用的是边缘态, 而在自旋霍尔效应中, 扩展态对输运起主导作用。我们还首次提出, 不仅纵向电流可以导致横向自旋流, 纵向自旋流也可以导致横向自旋流, 结合已有的自旋霍尔效应, 逆自旋霍尔效应和霍尔效应, 共有16个横向导元, 通过分析体系对称性可以得出不同导元间的关系, 使复杂的结果大大简化。其数值结果表明, 在以上四种效应中, 自旋流导致的自旋霍尔效应占据主导地位。此外, 我们也研究了磁场中的自旋霍尔效应, 发现磁场可以有效抵制体系的退相干作用, 但是自旋轨道耦合使得磁场的这种抵制能力大大降低, 并且当体系费米能穿过自旋劈裂的朗道能级中能量比较高的一支时, 体系产生横向自旋共振流, 退相干作用压制此共振自旋流, 但是抬高非共振自旋流。

另外, 我们发现在纵向电流驱动下, 体系的横向限制势导致的有效自旋轨道作用势从而引起横向边缘符号相反的自旋积累。并且如果纵向电流反向, 横向边缘的自旋积累也跟着反向, 这和一些测量自旋霍尔效应的实验结果完全相符, 为实验上测到的自旋积累提供了另外一种可能的解释。

关于自旋测量, 我们设计了两个不同的装置来通过电学手段测量自旋流, 一种是双量子点结构: 考虑双量子点之间及各自内部都存在库仑排斥作用, 在对称分布的纯的自旋压的驱动下, 在某些特定的量子点能级处¹, 自旋在两个量子点内部形成相反的自旋积累, 原来对称的没有伴随电流的自旋输运平衡被打破, 体系产生峰值电流或电压。另一种是量子点接触装置: 在非对称的自旋压作用下, 由于量子化电导的不对称分布, 使得向右流的自旋向上电流和向左流的自旋向下电流不能完全抵消, 从而导致随门电压周期分布的峰值电流, 以及由此产生的开路电压, 这些具有明显特征的电流或电压就是自旋流或自旋偏压产生的信号。

此外文章也介绍了一些和自旋无关的其他工作, 比如: 介绍正常一量子点一超导体在打开或关闭电压时, 电流的开关响应时间。

¹量子点能级由门电压控制, 在实验上是可调参数

附录A 推导关于非平衡格林函数 $G^<$ 的Dyson方程(2-16)

$G^<(t, t')$ 中 t 和 t' 分别定义在闭合回路的上支和下支, 把Dyson方程 $G = g + g\Sigma G$ 在闭合回路上做积分, 得到:

$$\begin{aligned}
 G^<(t, t') &= g(t, t') + \int_c d\tau_1 \int_c d\tau_2 g(t, \tau_1) \Sigma(\tau_1, \tau_2) G^<(\tau_2, t') \\
 &= g^{+-}(t, t') \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 g^{++}(t, \tau_1) \Sigma^{++}(\tau_1, \tau_2) G^{+-}(\tau_2, t') \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_2 g^{+-}(t, \tau_1) \Sigma^{-+}(\tau_1, \tau_2) G^{+-}(\tau_2, t') \\
 &\quad + \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 g^{++}(t, \tau_1) \Sigma^{+-}(\tau_1, \tau_2) G^{--}(\tau_2, t') \\
 &\quad + \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_1 \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_2 g^{+-}(t, \tau_1) \Sigma^{--}(\tau_1, \tau_2) G^{--}(\tau_2, t') \\
 &= g^<(t, t') \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 [g^<(t, \tau_1) + g^r(t, \tau_1)] \Sigma^{++}(\tau_1, \tau_2) G^<(\tau_2, t') \\
 &\quad - \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 g^<(t, \tau_1) [\Sigma^{++}(\tau_1, \tau_2) - \Sigma^a(\tau_1, \tau_2)] G^<(\tau_2, t') \\
 &\quad - \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 [g^<(t, \tau_1) + g^r(t, \tau_1)] \Sigma^<(\tau_1, \tau_2) [G^<(\tau_2, t') - G^a(\tau_2, t')] \\
 &\quad + \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_1 \int_{+\infty}^{-\infty} d\tau_2 g^<(t, \tau_1) [\Sigma^<(\tau_1, \tau_2) - \Sigma^a(\tau_1, \tau_2)] [G^<(\tau_2, t') - G^a(\tau_2, t')] \\
 &= g^<(t, t') + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 [g^r(t, \tau_1) \Sigma^r(\tau_1, \tau_2) G^<(\tau_2, t') + \\
 &\quad g^r(t, \tau_1) \Sigma^<(\tau_1, \tau_2) G^a(\tau_2, t') + g^<(t, \tau_1) \Sigma^a(\tau_1, \tau_2) G^a(\tau_2, t')] \quad (1-1)
 \end{aligned}$$

简写为

$$G^< = g^< + g^r \Sigma^r G^< + g^r \Sigma^< G^a + g^< \Sigma^a G^a \quad (1-2)$$

同理, 把Dyson方程 $G = g + G\Sigma g$ 在闭合回路上做积分, 得到另一种形式的关于 $G^<$ 的Dyson方程:

$$G^< = g^< + G^r \Sigma^r g^< + G^r \Sigma^< g^a + G^< \Sigma^a g^a \quad (1-3)$$

附录 B 推导非平衡格林函数的Keldysh方程

$G^<$ 的Dyson方程形式:

$$G^< = g^< + g^r \Sigma^r G^< + g^r \Sigma^< G^a + g^< \Sigma^a G^a \quad (2-1)$$

等效于:

$$(1 - g^r \Sigma^r) G^< = g^< (1 + \Sigma^a G^a) + g^r \Sigma^< G^a \quad (2-2)$$

方程两边同时左乘 $(1 - g^r \Sigma^r)^{-1}$, 得:

$$G^< = (1 - g^r \Sigma^r)^{-1} g^< (1 + \Sigma^a G^a) + (1 - g^r \Sigma^r)^{-1} g^r \Sigma^< G^a \quad (2-3)$$

利用 G^r 的Dyson方程 $G^r = g^r + G^r \Sigma^r g^r = g^r + g^r \Sigma^r G^r$, 得出

$$\begin{aligned} G^r [g^r]^{-1} &= 1 + G^r \Sigma^r \\ g^r [G^r]^{-1} &= 1 - g^r \Sigma^r \end{aligned} \quad (2-4)$$

以及

$$(1 - g^r \Sigma^r)^{-1} = G^r [g^r]^{-1} = 1 + G^r \Sigma^r \quad (2-5)$$

【注意: $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \neq A^{-1}B^{-1}$ 】

把方程(2-5)代回方程(2-3), 即得Keldysh方程:

$$G^< = (1 + G^r \Sigma^r) g^< (1 + \Sigma^a G^a) + G^r \Sigma^< G^a \quad (2-6)$$

附录 C 超导导线的格林函数和自能

超导导线格林函数写作 g_R^r 和 $g_R^<$ 。已知格林函数定义如下:

$$\ll A(\tau)|B(\tau') \gg^r \equiv \mp i\theta(\pm\tau \mp \tau') \langle \{A(\tau), B(\tau')\} \rangle \quad (3-1)$$

从定义出发, 我们得到

$$i\frac{\partial}{\partial\tau} \ll A(\tau)|B(\tau') \gg^r = \delta(\tau - \tau') \langle \{A(\tau), B(\tau')\} \rangle + \ll A(\tau)|B(\tau') \gg^r \quad (3-2)$$

如果哈密顿不显含时间, 所有的变量都变为时间差 $\tau - \tau'$ 的函数。经过傅立叶变换上面的方程变为:

$$(E + i0^+) \ll A|B \gg_E^r = \langle A, B \rangle + \ll [A, H]|B \gg_E^r \quad (3-3)$$

超导导线哈密顿:

$$H_R = \sum_{p,\sigma} \epsilon_p a_{p\sigma}^\dagger a_{p\sigma} + \sum_p [\Delta^* a_{p\uparrow} a_{-p\downarrow} + \Delta a_{-p\downarrow}^\dagger a_{p\uparrow}^\dagger] \quad (3-4)$$

对于超导体来说, 格林函数 $g^r(\tau, \tau')$ 用Nambu表象表达, 从第二章的方程(2-45)出发, 用上面的动力学方程我们得到:

$$(E + i0^+) g_{p,11}^r = \langle \{a_{-p\downarrow}, a_{-p\downarrow}^\dagger\} \rangle + \ll [a_{-p\downarrow}, H_R]|a_{-p\downarrow}^\dagger \gg_E^r \quad (3-5)$$

由费米子的反对易关系可知, 上面方程中的第一项等于1, 第二项 $[a_{-p\downarrow}, H_R] = a_{-p\downarrow} + \Delta a_{p\uparrow}^\dagger$ 。把它们代入方程(3-5), 得到:

$$(E + i0^+) g_{p,11}^r = 1 + \epsilon_p g_{p,11}^r + \Delta g_{p,21}^r \quad (3-6)$$

同样地, 有:

$$(E + i0^+) g_{p,21}^r = -\epsilon_p g_{p,21}^r + \Delta^* g_{p,11}^r \quad (3-7)$$

解以上两个方程组成的方程组, 我们能得到超导格林函数 $g_{p,11}^r$ 和 $g_{p,21}^r$, 形式如下:

$$g_{p,11}^r = \frac{E + \epsilon_p + i0^+}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_p^2 - |\Delta|^2} \quad (3-8)$$

$$g_{p,21}^r = \frac{\Delta^*}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_p^2 - |\Delta|^2} \quad (3-9)$$

注意到 $g_{ij}^r = \sum_p g_{p,ij}^r$ (i 和 $j=1$ 或 2)。利用超导导线能态密度表达把求和 \sum_p 变积分 $\int d\epsilon_p \rho_R^N$ 。假设 ρ_R^N 和 ϵ_p 无关 (宽带近似情形), g_{11}^r 和 g_{21}^r 写为如下形式:

$$g_{11}^r = \rho_R^N E \int d\epsilon_p \frac{1}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_p^2 - |\Delta|^2} \quad (3-10)$$

$$g_{21}^r = \rho_R^N \Delta^* \int d\epsilon_p \frac{1}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_p^2 - |\Delta|^2} \quad (3-11)$$

用同样的方法得到 g_{22}^r 和 g_{12}^r 。到此为止，可以写出全部的超导格林函数 g^r ：

$$g_R^r = \rho_R^N \begin{pmatrix} E & \Delta \\ \Delta^* & E \end{pmatrix} \int d\epsilon_p \frac{1}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_p^2 - |\Delta|^2} \quad (3-12)$$

上式的积分形式可以用留数定理积出来，过程如下：

(1). 当 $|\Delta| > E > -|\Delta|$ 时，极点在 $i\sqrt{|\Delta|^2 - E^2}$ 。得到：

$$F_0(E) \equiv \int d\epsilon_k \frac{1}{(E + i0^+)^2 - \epsilon_k^2 - |\Delta|^2} = \frac{-\pi}{\sqrt{|\Delta|^2 - E^2}}$$

(2). 当 $|\Delta| < E$ 时，极点在 $\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}$ 。得到：

$$F_0(E) = \frac{-\pi i}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}$$

(3). 当 $E > -|\Delta|$ 时，极点在 $-\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}$ 。得到：

$$F_0(E) = \frac{\pi i}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}$$

最后， g_R^r 表达成：

$$g_R^r = \rho_R^N \frac{-i\pi\nu E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \begin{pmatrix} 1 & \Delta/E \\ \Delta^*/E & 1 \end{pmatrix} \quad (3-13)$$

其中当 $E > -|\Delta|$ 时， $\nu = 1$ ；其它情况下 $\nu = -1$ 。这样我们得到 $g_R^r(\tau, \tau')$ 表达：

$$g_R^r(\tau, \tau') = \frac{-i}{2} \int \frac{dE}{2\pi} e^{-iE(\tau - \tau')} \frac{2\pi\rho_R^N}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \begin{pmatrix} E & \Delta \\ \Delta^* & E \end{pmatrix} \nu \quad (3-14)$$

利用 $g_R^<(E) = -f_R(E)2i\text{Im}g_R^r(E)$ 和 $g_R^r(E)$ 是实数的条件， $g_R^<$ 写为：

$$g_R^<(\tau, \tau') = i \int \frac{dE}{2\pi} e^{-iE(\tau - \tau')} f_R(E) \theta(|E| - |\Delta|) \frac{2\pi\rho_R^N}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \begin{pmatrix} E & \Delta \\ \Delta^* & E \end{pmatrix} \nu \quad (3-15)$$

下面写出超导自能。根据自能定义：

$$\Sigma_R^r(E) = \begin{pmatrix} t_R^* & 0 \\ 0 & -t_R \end{pmatrix} \sum_k g_{kR}^r(E) \begin{pmatrix} t_R & 0 \\ 0 & -t_R^* \end{pmatrix} \quad (3-16)$$

或者

$$\begin{aligned} \Sigma_{R11}^r &= |t_R|^2 \sum_k g_{kR11}^r \\ \Sigma_{R21}^r &= -t_R^2 \sum_k g_{kR21}^r \end{aligned} \quad (3-17)$$

设 t_R 是实数，根据方程 (3-17) 我们可以写出超导自能表达：

$$\Sigma_R^r(E) = \frac{-i}{2} \frac{\nu\Gamma}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} E & -\Delta \\ -\Delta & E \end{pmatrix} \quad (3-18)$$

其中 $\Gamma = 2\pi\rho_N|t|^2$ ，当 $E > -\Delta$ ， $\nu = 1$ ；其余情况 $\nu = -1$ 。

又因为

$$\Sigma_{L,R}^{\lessdot}(E) = (\Sigma_{L,R}^a(E) - \Sigma_{L,R}^r(E)) f(E) \quad (3-19)$$

其中 $f(E)$ 是费米分布函数。

从方程(3-19,4-5), 我们可以得到:

$$\Sigma_R^{\lessdot}(E) = i\theta(|E| - |\Delta|) f(E) \frac{\nu\Gamma}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \times \begin{pmatrix} E & -\Delta \\ -\Delta & E \end{pmatrix} \quad (3-20)$$

$$\Gamma_R(E) = \theta(|E| - |\Delta|) \frac{\nu\Gamma}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \times \begin{pmatrix} E & -\Delta \\ -\Delta & E \end{pmatrix} \quad (3-21)$$

(非黑体) $\Gamma_R = |t_{k,R,\sigma}|^2 \rho_N(E)$, 这儿的 $\rho_N(E)$ 是正常导线态密度, 因为只有费米面附件很小范围内积分有效, 我们可以假设态密度是与能量无关的常数。

附录 D 时间相关体系的正常导线和超导导线自能

本附录推导时间相关体系正常左超导右导线自能 $\Sigma^{r,<}$ 。在宽带近似下,导线和量子点的耦合系数 $t_{k,\alpha}$ 是与 k 无关的参数,正常导线的态密度 $\rho_{L/R}^N(E)$ 也设为与能量无关的常数。在Nambu表象下,在时间相关的左偏压 $W_L(t)$ 作用下,左边正常导线的自能在时间表象下表示为:

$$\Sigma_{L,\sigma}^r(t',t) = \sum_{k,L} t_{k,L}^* g_{k\sigma,L}^r(t',t) t_{k,L} = -\frac{i}{2} \Gamma_L \delta(t' - t) \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{L,\uparrow}^<(t',t) &= \sum_{k,L} t_{k,L}^* g_{k\uparrow,L}^<(t',t) t_{k,L} \\ &= i \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) \Gamma_L e^{-i\omega(t'-t) - i \int_t^{t'} dt_1 W_L(t_1)} \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{L,\downarrow}^<(t',t) &= \sum_{k,L} t_{k,L}^* g_{k\downarrow,L}^<(t',t) t_{k,L} \\ &= i \int \frac{d\omega}{2\pi} (1 - f(\omega)) \Gamma_L e^{i\omega(t'-t) + i \int_t^{t'} dt_1 W_L(t_1)} \\ &= i \int \frac{d\omega}{2\pi} f(\omega) \Gamma_L e^{-i\omega(t'-t) + i \int_t^{t'} dt_1 W_L(t_1)} \end{aligned} \quad (4-3)$$

其中 $\Gamma_L = 2\pi |t_{k,L}|^2 \rho_L^N$, $g_{k\sigma,L}^{r,<}(t',t)$ 是左边正常孤立导线的格林函数, $f(\omega)$ 是左导线的费米分布函数。注意到左导线自能 $\Sigma_{L,\sigma}^r(t',t)$ 不受时间相关偏压 $W_L(t)$ 的影响,它仍然是时间差 $t' - t$ 的函数,因此和不存在交流外场的情况一样,左导线推迟自能在能量表象下依然可以写作:

$$\Sigma_{L,\sigma}^r(\omega) = -i \frac{\Gamma}{2}$$

因为时间相关的偏压只加在左导线上,即, $W_L(t) = 0, W_R(t) \neq 0$, 因此,右导线自能仍然是稳态的时间差函数,表达为如下形式(推导形式见C):

$$\Sigma_R^r(\omega) = -i \frac{\Gamma_R}{2} \frac{\nu}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} \omega & -\Delta \\ -\Delta & \omega \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

$$\Sigma_R^<(\omega) = i\theta(\omega - \Delta) f_R(\omega) \frac{\Gamma_R}{2} \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} \omega & -\Delta \\ -\Delta & \omega \end{pmatrix} \quad (4-5)$$

其中 $\Gamma_R = 2\pi |t_{k,R}|^2 \rho_R^N$, Δ 是超导能隙, $\omega > -\Delta$ 时, $\nu = 1$; 其余情况 $\nu = -1$ 。