

分类号_____

密级_____

UDC _____

编号_____

中国科学院研究生院

博士学位论文

基于 Shack-Hartmann 传感器的大气闪烁

和相位起伏研究

苑克娥

指导教师 饶瑞中 研究员 博士

中国科学院安徽光学精密机械研究所

申请学位级别 博士 学科专业名称 光学

论文提交日期 2009年4月 论文答辩日期 2009年5月

培养单位 中国科学院合肥物质科学研究院

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 孙晓泉 教授

Study on scintillation and phase fluctuation
of laser propagation through atmosphere based on
Shack-Hartmann wave-front sensor

A Dissertation

Submitted to the Graduate School
of the Chinese Academy of Sciences
in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of

Doctor of Philosophy

by

Yuan Ke'e

Directed by: Prof. Rao Ruizhong

Anhui Institute of Optics & Fine Mechanics
the Chinese Academy of Sciences

May 2009

郑重声明

本人所呈交之学位论文，系在导师指导下，独立开展研究工作所取得的成果。文中所展示的全部数据、图片等资料全部真实可靠。尽本人目前所知，除文中已注明引用之内容外，本学位论文的研究成果不包含他人享有著作权的内容；同时对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，本人均已在文中以明确的方式标明。与本人一同工作的同志对本研究所做出的贡献，本论文均已在恰当之处做出了明确说明并表示了谢意。

本学位论文的知识产权归培养单位所有。

本人签名： 苑克娥 日期： 2009年4月20

基于 Shack-Hartmann 传感器的大气闪烁和相位起伏研究

苑克娥

指导老师：饶瑞中 研究员

摘要

湍流大气折射率的随机起伏导致在其中传播的光波的振幅和相位发生随机起伏，从而严重影响光束质量和光学系统的性能，因此开展闪烁和相位起伏效应的研究具有重要的工程意义和应用价值。鉴于 Shack-Hartmann 传感器具有较高时空分辨率的优点，本文详细探讨了将该传感器用于闪烁和相位起伏效应同时测量的可行性与可靠性，并由此开展了一系列的实验与理论研究工作，取得的主要成果如下：

一、从原理上分析并通过实验验证了 Shack-Hartmann 传感器用于闪烁测量的可行性；在水平 1000 米的湍流大气中，开展了基于 Shack-Hartmann 传感器的闪烁和相位起伏同时探测的实验研究，并以闪烁仪等仪器验证了测量结果的可靠性；

二、首次提出利用 Shack-Hartmann 传感器进行路径横向风速测量的方法，分析了实验原理和路径权重函数的选取原则；将测量的路径横向平均风速与风速计的结果进行比较，发现相关系数达 0.8 以上；对路径横向风速的两段廓线反演进行了尝试性测量；

三、基于 Taylor 湍流冻结假设，推导出了不同湍流折射率谱型条件下的闪烁和相位起伏功率谱的解析表达式；分析了湍流内尺度、外尺度、折射率标度指数以及探测器孔径的变化给光波起伏频谱密度带来的影响；

四、根据湍流介质中的光传播理论，得出了对数振幅空间导数方差的解析表达式，结果表明该方差与湍流内尺度、Rytov 指数以及 Fresnel 尺度有关；对 Voitsekhovich 提出的相位不连续点数密度公式进行了修正；详细地分析了不同传输条件下，上述三个参量的变化对对数振幅空间导数方差和相位不连续点数密度的影响；以数值模拟方法进行了计算分析，并与理论结果进行了对比。

关键词：激光大气传输；湍流效应；路径横向风速；Shack-Hartmann 传感器；相位不连续点数密度

**Study on scintillation and phase fluctuation of laser propagation
through atmosphere based on Shack-Hartmann wave-front sensor**

Yuan Ke'e(Optics)

Directed by Professor Rao Ruizhong

Abstract

When a laser beam propagates through atmospheric turbulence, its amplitude and phase would fluctuate randomly because of the variation in the index of refraction along the propagation path, which deduces several turbulence effects such as scintillation and phase fluctuation etc. These turbulence effects have serious impact on the beam quality and performance of an optical system working in the atmosphere. Thus it is necessary to study on the scintillation and phase fluctuation effects for engineering applications. As the Shack-Hartmann wave-front sensor has both high spatial and temporal resolution, the feasibility and reliability for simultaneously measurement of scintillation and phase fluctuation by Shack-Hartmann wave-front sensor were investigated. Theoretical analysis and experimental studies have been carried out. The main conclusions could be summarized as follows:

The feasibility for the Shack-Hartmann wave-front sensor to be used in the measurement of scintillation of laser beam propagation in the atmosphere was verified theoretically and experimentally. Simultaneous measurement of scintillation and phase fluctuation with a Shack-Hartmann wave-front sensor was performed in atmospheric boundary layer over a 1000 meter horizontal path. Program for data batch processing was compiled independently. Comparison was expanded for the experimental results with those obtained with a scintillometer.

A method was firstly put forward for measuring turbulence-induced transverse wind velocity along propagation path by Shack-Hartmann wave-front sensor. Experimental procedure and the selection rule for the weight functions were established. The results of path-averaged transverse wind speed had good

compatibility with those from anemometer and the correlation coefficients of them were greater than 0.8. Transverse wind speed profile of two segments along propagation path was scaled tentatively.

Based on the Taylor's frozen turbulence hypothesis, the formulas for scintillation and phase fluctuation power spectrum were derived for different types of turbulence spectrum. The influence of the turbulent refractive index scaling exponent, the inner scale together with the outer scale on light wave spectrum was discussed in detail.

Finally, theoretical analysis and numerical simulation on the density of the phase branch points and the log-amplitude derivative were performed under various propagation conditions. An explicit formula was proposed for the variance of the log-amplitude derivative which is a key parameter for density of the pairs of phase branch points under Rytov approximation. It was found that the variance is determined mainly by the Rytov index, the turbulence inner scale and the Fresnel size of light waves. The Voitsekhovich's expression for density of the pairs of phase branch points was modified with the three parameters.

Key words: Laser propagation in atmospheric turbulence; Turbulence effects; Transverse wind velocity; Shack-Hartmann wave-front sensor; Density of the pairs of phase branch points.

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	III
目 录.....	V
前 言.....	1
第一章 大气湍流特性及光传输效应.....	4
§1.1 大气光学湍流统计特性.....	4
§1.1.1 随机过程与随机场数学基础.....	4
§1.1.2 大气湍流光学特性.....	8
§1.2 光传播大气湍流效应.....	11
§1.2.1 光强起伏.....	11
§1.2.2 相位起伏与相位不连续点.....	13
§1.2.2.1 相位结构函数.....	13
§1.2.2.2 到达角起伏.....	14
§1.2.2.3 相位不连续性.....	14
§1.2.3 光波起伏的时间功率谱.....	16
§1.3 小结.....	18
第二章 大气湍流的光学测量方法.....	19
§2.1 闪烁测量法.....	19
§2.1.1 闪烁仪测量.....	20
§2.1.2 湍流廓线测量.....	23
§2.2 波前相位测量.....	25
§2.2.1 Shack-Hartmann 传感器.....	25
§2.2.2 波前像差与 Zernike 多项式.....	27
§2.3 光纤干涉测量技术.....	29
§2.3.1 测量原理.....	29
§2.3.2 偏振噪声问题的分析.....	30
§2.3.2.1 单模光纤中光束偏振态的变化引入相位噪声.....	30

§2.3.2.2 偏振控制器偏振控制的实现.....	34
§2.4 小结.....	35
第三章 Shack-Hartmann 传感器用于大气闪烁和相位起伏的同时探测	36
§3.1 S-H 传感器用于闪烁效应的测量	36
§3.1.1 测量原理.....	36
§3.1.2 测量系统.....	37
§3.1.2.1 半导体激光器光源的稳定性.....	40
§3.1.2.2 阈值选取.....	42
§3.1.3 时空间光强起伏数据的融合处理.....	43
§3.1.4 与大口径闪烁仪测量结果的对比.....	45
§3.2 闪烁和相位起伏效应的同时测量.....	47
§3.2.1 测量原理.....	47
§3.2.2 两种效应分别对应的湍流折射率结构常数的日变化.....	50
§3.2.3 闪烁及相位起伏功率谱密度的实验结果.....	52
§3.3 小结.....	55
第四章 Shack-Hartmann 传感器用于测量路径横向风速	57
§4.1 引言.....	57
§4.2 闪烁相关法测量横向风速的原理.....	58
§4.3 横向风速路径权重函数的选取.....	61
§4.3.1 路径平均横向风速权重函数.....	63
§4.3.2 路径横向风速廓线权重函数.....	64
§4.4 路径横向风速的实验测量.....	65
§4.4.1 路径平均横向风速测量结果.....	66
§4.4.1.1 传感器不同位置子孔径对测量结果的对比.....	66
§4.4.1.2 x,y 正交方向上横向风速结果的对比.....	67
§4.4.1.3 与风速计测量结果的对比.....	68
§4.4.2 路径横向风速廓线反演的初步结果.....	70
§4.5 小结.....	72
第五章 不同折射率谱型对闪烁和相位起伏功率谱的影响.....	74

§5.1 实验中出现的反常光波频谱.....	74
§5.2 各种湍流谱下的光波功率谱.....	77
§5.2.1 Kolmogorov 谱型.....	79
§5.2.2 广义 Kolmogorov 谱型.....	80
§5.2.3 Tatarskii 谱型.....	81
§5.2.4 指数谱型.....	82
§5.2.5 等效 Andrews 谱型.....	83
§5.3 各种参数对功率谱的影响.....	84
§5.3.1 探测器孔径的变化对闪烁频谱的影响.....	84
§5.3.2 不同湍流折射率标度指数的影响.....	85
§5.3.3 不同湍流内尺度的影响.....	86
§5.3.4 不同湍流外尺度的影响.....	87
§5.4 小结.....	88
第六章 相位不连点数密度的理论分析与数值模拟.....	90
§6.1 引言.....	90
§6.2 对数振幅起伏的导数方差.....	95
§6.2.1 理论推导.....	95
§6.2.3 Rytov 指数和 Fresnel 尺度的影响.....	98
§6.3 相位不连续点数密度的理论分析.....	101
§6.4 部分数值模拟结果.....	104
§6.5 小结.....	109
第七章 总结与展望.....	111
§ 7.1 开展的主要工作和取得的成果.....	111
§ 7.2 存在问题与工作展望.....	113
参考文献.....	116
在学期间发表的论文及专利.....	IX
致谢.....	XI

前言

地球大气对于人类的重要性不言而喻，它是我们赖以生存的生活环境，根据大气对光波传播影响的性质的差异，一般按微粒构成的离散混浊大气和由热运动分子构成的连续湍流大气加以区分。两种类型的大气介质对光传播的影响是不同的，前者对光传播的影响主要体现在空气中尘埃等的散射作用，导致光向各个方向传播，而后者对光传播的影响主要集中在直线传播的近轴范围内，可以用傍轴近似理论来处理。大气介质对光传播的影响明显的破坏了光学系统的成像质量，因此在地球大气中工作的光电系统是不能充分发挥其效能的，哈勃望远镜和航天事业的发展充分体现了人类克服地球大气影响的决心。

随着 1960 年世界上第一台激光器的问世，激光因高相干性、高亮度以及极好的方向性很快得到了人们的青睐。加之当时光纤的质量差，每公里损耗达数十分贝，因此很多国家纷纷投入人力、物力进行激光大气通信的研究。1968 年，公开的杂志上报道了通信距离为 30km 的激光大气通信整机。假如这项技术十分可靠的话，它将取代微波中继通信。然而事与愿违，由于大气的影 响，近几十年来，该项技术一直踏步不前。但在雷达、制导等领域，激光器和其他光学手段却取得了很大的成功。

激光在湍流大气中传播时，受湍流折射率随机起伏的影响，光束的振幅和相位会发生随机起伏，导致光束的相干性退化，从而严重破坏激光的光束质量，并引起光束的随机漂移、激光能量在光束截面上的重新分布(畸变、展宽、破碎等)、一定接收面积上光束强度起伏(闪烁)等，这些现象统称为大气湍流效应。湍流效应的出现给激光的工程应用带来了极为不利的影 响，这些影响使得光学系统的效能不能充分发挥，因此开展光传输湍流效应的研究具有重要的工程意义。

目前，已开展的很多有关湍流效应的研究工作包括光强起伏(闪烁)及利用利用光强起伏反演光传播路径上的湍流强度；由波前传感器测量被大气湍流扰动的波前倾斜量，来获取相位畸变信息；光纤湍流大气测量技术则通过测量一段距离上相位差的起伏，从而求得湍流大气的折射率起伏方差的信息。我们知道各种湍流效应不是孤立存在的，因为湍流尺度是分布在一定范围内的，不同尺度的湍流

各自起着相应的作用，在振幅起伏的同时，相位也在起伏，当闪烁效应较强时，纯相位校正的自适应光学校正能力就会有所下降。因此，对闪烁和相位起伏效应的同时探测具有重要意义。Shack-Hartmann 传感器具有较高的时空分辨率，对闪烁和相位起伏进行同时测量是可行的。

路径横向风速是影响激光大气传输热晕效应的重要因素，目前广泛采用的测量手段是将多个超声风速计布置在传输路径的不同位置，将各个风速计的测量结果求取平均从而得到横向平均风速，然而该方法无法实现特殊路径(例如海、湖面上空或者飞机场跑道上空等)的测量。微波雷达、多普勒雷达通过测量到的空间三维风，分解到光路的横向方向从而得到横向风，该技术的设备造价及维护成本都比较昂贵。利用 Shack-Hartmann 传感器不同子孔径之间的闪烁相关数据来反演路径横向风速信息不仅能够解决这些问题，同时也拓展了该传感器的使用功能，具有重要的科研和工程意义。

在对闪烁和相位起伏谱密度进行分析时，我们发现除了大部分符合 Kolmogorov 理论预言的光波频谱特征外，有些实验结果却出现了一些异常现象。究其原因，可能是湍流折射率谱型并不是每时每刻都很好的符合 Kolmogorov 谱的形式，湍流内外尺度的起伏以及折射率标度指数与‘-5/3 次方定律’的偏离等等都是不可忽略的因素，因此研究不同折射率谱型条件下闪烁和相位起伏谱密度的特征，进一步讨论湍流内外尺度以及折射率标度指数的变化对光波谱密度的影响是一项十分必需而且有意义的工作。

此外，相位不连续性作为相位起伏效应中的一个特殊现象，给激光大气传输及其自适应光学技术校正带来了一些新的问题，是导致自适应光学技术难以完全校正大气影响的最根本的原因，因此研究相位的不连续性问题具有重要的科学意义。自1970's中期，Nye和Berry将相位不连续性这一概念引入到光学领域开始，国内外的学者便陆续开展了大量的理论和数值模拟研究。研究表明，在一定的起伏条件下，相位不连续点数目具有一定的统计分布，而不是一个确定的值，并且具有相当的发散性。Voitsekhovich通过对相位不连续点数密度的研究，发现相位不连续点数密度与光波振幅空间导数的概率分布有关。这启发我们从对数振幅空间导数方差的推导入手，进一步找出相位不连续点数密度与光传播条件和湍流状态之间的内在联系，由此更加加深对激光大气传播效应的理解。

本文旨在基于Shack-Hartmann传感器的湍流大气光传输闪烁和相位起伏效应的研究，共包含七章内容：

第一章首先简要介绍随机过程与随机场数学基础，并阐述大气湍流光学统计特性以及光传输大气湍流效应；第二章介绍目前常用的几种光学湍流测量方法和测量设备，对各种测量方法的意义、原理以及优缺点等进行了阐述，其中就光纤干涉湍流测量技术的偏振噪声问题展开了较为详细的讨论；第三章是Shack-Hartmann传感器用于闪烁和相位起伏的同时探测。包括两部分内容，第一部分从理论分析并通过实验验证Shack-Hartmann传感器用于闪烁测量的可行性，其中包括对光源稳定性、灰度值阈值选取以及数据处理方法的研究。第二部分是Shack-Hartmann传感器用于闪烁和相位起伏效应的同时探测，包括对这两效应对应的湍流强度的日变化趋势的对比，以及对光波起伏功率谱密度实验结果的分析；第四章从闪烁相关法测量路径横向风速的原理出发，首次提出将Shack-Hartmann传感器用于路径横向风速的反演，并开展了实验测量，将路径平均横向风速的实验结果与风速计测量的结果进行了对比分析，最后对路径横向风速廓线反演进行了初步探讨；第五章基于Taylor的湍流冻结假设理论，推导得出不同湍流折射率谱型条件下的光波起伏频谱的解析式，并从理论上分析湍流内外尺度以及折射率标度指数等因素的变化对光波起伏谱密度的影响；第六章对相位不连续点数密度展开研究，首先是对对数振幅起伏导数方差公式的推导，并从理论上进行了分析；其次是对相位不连续点数密度公式的修正，以及不同传输条件下的理论分析；最后将理论结果与给出的部分数值模拟结果进行对比；第七章对本文的研究内容和取得的成果作简要总结，并讨论了下一步需要开展的工作计划。

第一章 大气湍流特性及光传输效应

由于地球表面对气流拖曳造成的风速剪切, 太阳辐射对地球表面不同位置加热的差异或地表热辐射导致的热对流, 包含热量释放的相变过程(沉积、结晶)造成的温度和速度场的改变等, 形成了大气湍流^[1,2]。激光在湍流大气中传播时会产生光强闪烁、光束扩展、光斑漂移、相位起伏等现象, 造成了光束相干性的退化和光束质量的下降, 这些现象统称为大气湍流效应^[3-6]。湍流效应是制约诸多激光工程应用的重要因素之一, 研究激光大气传播的湍流效应具有重要意义。

§1.1 大气光学湍流统计特性

雷诺(Reynolds)给出了描述实际流体运动状态的无量纲参量——雷诺数： $R_e = LU/\nu$, 其中L为运动的特征尺度, U 为流体特征速度, ν 为分子动力学粘滞系数。当 R_e 不大时, 流体运动为层流, 随 R_e 增大流体不稳定性增加, 当 R_e 增大到一定程度时流动变为完全的湍动。由于实际大气的雷诺数一般远大于产生湍流的临界值(2500~5000), 因此通常认为大气总是处于湍流状态。大气湍流是连续介质的起伏运动, 表征湍流状态的任何物理变量必然是时间与空间的随机函数, 这就需要涉及到随机过程理论基础。

§1.1.1 随机过程与随机场数学基础^[7-9]

在随机过程的现代理论中, 平稳随机函数起着重要的作用。如果某随机函数均值 $\overline{f(t)}$ 为一常数, 且其相关函数满足

$$B_f(t_1, t_2) = B_f(t_1 - t_2) = B_f(t_2 - t_1) \quad (1.1)$$

则称该随机函数为平稳随机函数。换句话说, 对于平稳随机过程而言, 对同一个时间所得到的统计量为常量, 而对两个时间所得统计矩只依赖于时间差。在工程应用中, 如果产生随机过程的主要物理条件在时间进程中不变化, 那么该过程就认为是平稳的。平稳随机过程有一个称为各态历经的显著特征, 即在某一给定时间将该随机过程的一组实现取平均所得的随机过程的统计特征, 以任意接近 1

的概率和将一次实现对充分长的时间间隔取平均所得的特征相等。也即在时间过程中,对某一给定的实现平均来说经历着该集合中任一实现所经历的变化。这样,一个样本函数中含有整个过程的全部统计信息,对各态历经过程可以直接用它的任一个样本函数的时间平均来代替对整个过程的统计平均的研究,从而为解决许多工程问题带来极大的方便。

对于平稳随机过程,相关函数的一个特点就是只依赖于时间差。在下面的介绍中,我们利用空间上两点位置上的起伏量来描述相关函数。事实上,在大气光学的研究过程中,通常借助于“冻结湍流假设”将大气的时变效应转化为空变效应,因此描述随机场的位置差与上述的随机场的时间差形式上是统一的,下面进行具体介绍。

若随机函数 $f(x)$ 的均值定义为 $\langle f(x) \rangle$, $\langle \dots \rangle$ 表示系综平均算子(在一般的光学著作中,常用 $\overline{(\dots)}$ 表示时间平均,而用 $\langle \dots \rangle$ 表示系总平均,本文也采用这种惯用记号)。 $f(x)$ 的方差表示为

$$\sigma^2 = \left\langle \left[f(x) - \langle f(x) \rangle \right]^2 \right\rangle \quad (1.2)$$

σ 为标准偏差。对于实值函数 $f(x)$, 可以通过其在两个不同位置上的起伏量来描述协方差

$$B_f(x_1, x_2) = \left\langle \left[f_1(x_1) - \langle f_1(x_1) \rangle \right] \cdot \left[f_2(x_2) - \langle f_2(x_2) \rangle \right] \right\rangle \quad (1.3)$$

显然,如果 $f_1(x_1) - \langle f_1(x_1) \rangle$ 和 $f_2(x_2) - \langle f_2(x_2) \rangle$ 统计独立,那么它们的协方差就为零,即意味着它们间的起伏量是完全无关的。

但对于 $f(x)$ 这类信号由于持续时间无限,因而总能量是无限的,不能满足傅立叶变换的狄利克雷条件。在分析这类信号进行谱分析的时候就不能使用通常的 Fourier 变换。为了避免数学上的困难,这类的随机量可以用随机复振幅的随机 Fourier-Stieltjes 积分来描述:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} d\varphi(\kappa) \quad (1.4)$$

式中 $d\varphi(\kappa)$ 为随机的复数振幅。

由于 $f(x)$ 为平稳随机函数,它的均值和方差就与位置无关,它的协方差取

决于位置差 $x = x_1 - x_2$ 。假定 $f(x)$ 的均值为零，那么协方差值可以表示为：

$$B_f(x_1 - x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\kappa_1 x_1 - \kappa_2 x_2)} \langle d\varphi_1(\kappa_1) d\varphi_2^*(\kappa_2) \rangle \quad (1.5)$$

由于协方差函数只取决于两点间的位置差而不针对某一特定的位置，公式 (1.5) 中 $\langle d\varphi_1(\kappa_1) d\varphi_2^*(\kappa_2) \rangle$ 可以表示为如下形式

$$\langle d\varphi_1(\kappa_1) d\varphi_2^*(\kappa_2) \rangle = \delta(\kappa_1 - \kappa_2) \cdot W_f(\kappa_1) \cdot d\kappa_1 \cdot d\kappa_2 \quad (1.6)$$

这里的 $W_f(\kappa_1)$ 为平稳随机变量 $f(x)$ 的谱密度。于是协方差可表示为

$$B_f(x_1 - x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\kappa(x_1 - x_2)} W_f(\kappa) \cdot d\kappa \quad (1.7)$$

由于 $f(x)$ 是平稳的，则有

$$f_1(x_1) \rightarrow f(x_1), \quad f_2(x_2) \rightarrow f(x_1 - x) \quad (1.8)$$

假设该随机过程为平稳高斯过程，那么 $f(x)$ 均值为零，协方差就转化成自相关函数

$$B_f(x_1, x_2) \rightarrow \Gamma_f(x) = \langle f(x_1) \cdot f(x_1 - x) \rangle \quad (1.9)$$

这样，随机函数的谱密度即为

$$W_f(\kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\kappa x} \Gamma_f(x) \cdot dx \quad (1.10)$$

且相关函数为

$$\Gamma_f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\kappa x} W_f(\kappa) \cdot d\kappa \quad (1.11)$$

即相关函数与其谱密度互为 Fourier 变换对，这一关系就是著名的维纳—辛钦定理，它给出了平稳过程的时域特性和频域特性之间的联系。另外，这样相关函数的 Fourier 变换必然是非负的，因为他如果即使在一个点是负的，也意味着函数 B_f 不能是任何平稳函数的相关函数。

在大气光学领域，由于大气假设为各向同性的，那么 $\Gamma_f(x) = \Gamma_f(-x)$ 。由于 $\Gamma_f(x)$ 只取决于位置差 $x = x_1 - x_2$ ，因此 $\Gamma_f(x)$ 就是一个偶函数，即有

$$\begin{aligned} W_f(\kappa) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\kappa \cdot x) \Gamma_f(x) dx \\ \Gamma_f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\kappa \cdot x) W_f(\kappa) dx \end{aligned} \quad (1.12)$$

且通过数学关系，易于得到一维谱密度与三维谱密度 $\Phi_f(\kappa)$ 的关系，即

$$\Phi_f(\kappa) = -\frac{1}{2\pi\kappa} \frac{dW_f(\kappa)}{d\kappa} \quad (1.13)$$

在实际中遇到的大多数随机过程与平稳过程有关，但有一部分随机过程可近似地看成对于小的时间间隔是平稳的，即所谓准平稳随机过程。例如，湍流大气给定点的风速，在小的时间间隔中其平均速度将几乎保持不变，代表一个近似平稳的时间函数，对于其他的气象参数也是如此。而且还存在另外一种推广意义下的平稳随机过程，在这些过程中，最重要的是具有平稳增量的过程，即对随机过程 $f(t)$ 而言，其增量

$$\Delta_\tau f(t) = f(t+\tau) - f(t) \quad (1.14)$$

在通常意义下是平稳的，而过程 $f(t)$ 本身则不然。增量 $\Delta_\tau f(t)$ 的相关函数 B_Δ 为

$$\begin{aligned} B_\Delta(t_1, t_2) &= \overline{\Delta_{\Delta\tau} f(t_1) \Delta_{\Delta\tau} f(t_2)} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \overline{[f(t_1+\tau) - f(t_2)]^2} + \overline{[f(t_1) - f(t_2+\tau)]^2} \right. \\ &\quad \left. - \overline{[f(t_1+\tau) - f(t_2+\tau)]^2} - \overline{[f(t_1) - f(t_2)]^2} \right\} \end{aligned} \quad (1.15)$$

按照增量平稳条件，为使 $B_\Delta(t_1, t_2)$ 只依赖于时间差，特别是 $\overline{\Delta_\tau f(t)}$ 为常数，随机函数 $f(t)$ 的平均值则必须线性地依赖于时间，这时就引入了结构函数的概念：

$$D(t_i, t_j) = \overline{[f(t_i) - f(t_j)]^2} \quad (1.16)$$

实际上，对于以湍流大气为研究对象而言，湍流大气的众多参数诸如平均风速和气温在一宽广的多的时间间隔内可以看成时间的线性函数。因此这些气象参数就成为给定时间间隔内具有平稳增量的随机函数。

湍流统计理论中主要考虑的就是最简单的各向同性湍流，在 Kolmogorov 的著作中首次引入了结构函数的概念来描述大气湍流的空间和时间特性。上面已说明相关函数常用来描述空间统计特性，事实上，各向同性介质必然是均匀介质，

相关函数 $B(r-r')$ 和结构函数 $D(r, r')$ 描述是等价的, 二者满足:

$$D(r, r') = 2[B(0) - B(r-r')] \quad (1.17)$$

由此, 在局地均匀各向同性的情况下, 容易得到随机场 f 的结构函数与其三维谱密度 $\Phi_f(\kappa)$ 满足:

$$D_f(r) = 8\pi \int_0^\infty \left(1 - \frac{\sin \kappa r}{\kappa r}\right) \Phi_f(\kappa) \kappa^2 d\kappa \quad (1.18)$$

§1.1.2 大气湍流光学特性^[10-15]

对光波在大气中传播产生影响的主要是折射率的起伏, 所以我们一般讨论的湍流除特别注明之外都是指折射率的起伏, 称之为光学湍流。

按照与速度场类似的近似分析可以得到作为保守被动混合物的湍流温度场的结构函数(实际上位温 $\theta = T(z) + \Gamma z$ 才是保守量, 其中 Γ 是大气的干绝热递减率, 但一般可以把温度的起伏视为保守的)

$$D_T = C_T^2 r^{2/3} \quad (l_0 \leq r \leq L_0) \quad (1.19)$$

其中 C_T^2 被称为温度起伏结构常数, l_0, L_0 分别为湍流内外尺度。大气折射率 n 通常是温度、湿度和大气压力的函数, 即

$$n-1 = m_1(\lambda) \frac{p}{T} + m_2(\lambda) \frac{e}{T} \quad (1.20)$$

式中: p 是大气压力(单位为 Pa), e 是水汽分压, T 是绝对温度(单位为 K), $m_1(\lambda)$ 和 $m_2(\lambda)$ 是与波长有关的系数, 单位为 KPa^{-1} 。Hill 给出了 $m_1(\lambda)$ 和 $m_2(\lambda)$ 如下表达式:

$$m_1(\lambda) = (0.18282 \cdot 10^{-6} + \frac{83.833 \cdot 10^{-6}}{146 - \lambda^{-2}} + \frac{0.7258 \cdot 10^{-6}}{41 - \lambda^{-2}}) \cdot f(p, T) \quad (1.21)$$

$$m_2(\lambda) = -0.12766 \cdot 10^{-6} (1 - 0.0109 \lambda^{-2})$$

其中 $f(p, T) = 1 + (40.03 - 0.118T) \cdot 10^{-9} p$ 。在可见和近红外波段, 若忽略湿度的影响, 大气折射率可记为:

$$n = n_0 + n_1 = 1 + 77.6 \cdot (1 + 7.52 \times 10^{-3} \lambda^{-2}) (P/T) \times 10^{-6} \quad (1.22)$$

其中 λ 是以 μm 为单位的光波波长, P 是以 hPa 为单位的大气压。由于气压的起伏较小, 因此折射率的随机起伏 n_1 主要是由温度场的随机微结构决定, 在可见光频段, 取波长平均值为 $0.55\mu\text{m}$, 由(1.22)式可知, 温度起伏 dT 导致的折射率变化 dn 为:

$$dn = \frac{79P}{T^2} \times 10^{-6} dT \quad (1.23)$$

因此, 折射率场的结构函数也应具有与温度场结构函数类似的形式, 即:

$$D_n = C_n^2 r^{2/3} \quad (l_0 \leq r \leq L_0) \quad (1.24)$$

类似的, C_n^2 称为折射率结构常数, 通常用来描述光学湍流的起伏强度。

大气湍流中的折射率是位置 and 时间的随机函数, 为处理空间和时间特性的转换关系, 湍流理论中有一个常用的假设, 即 Taylor 湍流冻结假设, 其内容为: 对于平均风速为 u 的湍流介质, 其物理特性随风移动, $n(\bar{r}, t) = n(\bar{r} - u\Delta t, t - \Delta t)$ 。通过这个假设, 可以进行湍流折射率的连续时间测量以获得较难直接测量的湍流空间特性。

一般情况下, 大气折射率可以看成是由平均折射率 $\langle n(r) \rangle$ 和折射率起伏 $n_1(r)$ 两部分组成, 根据上一节的知识, 折射率起伏的自相关函数 $B_n(r)$ 为:

$$B_n(r) = \langle n_1(r+r_1)n_1(r_1) \rangle \quad (1.25)$$

折射率起伏的结构函数 $D_n(r)$ 与相关函数 $B_n(r)$ 则满足如下关系:

$$D_n(r) = 2[B_n(0) - B_n(r)] \quad (1.26)$$

折射率起伏的三维功率谱密度 $\Phi_n(\kappa)$ 是相关函数 $B_n(r)$ 的傅里叶变换, 表示为:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3r B_n(r) e^{-i\kappa \cdot r} \quad (1.27)$$

上式中 κ 为三维空间波数, 将该式表示为球坐标形式 $\kappa = (r, \theta, \phi)$, 并利用(1.25)式则可以得到:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{5}{18\pi} C_n^2 \kappa^{-3} \int_{l_0}^{L_0} dr \sin(\kappa r) r^{-1/3} \quad (1.28)$$

当积分上下限 $L_0 \rightarrow \infty$ 、 $l_0 \rightarrow 0$ 时，即为 Kolmogorov 湍流谱：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2\kappa^{-11/3} \quad (1.29)$$

但上式仅在 $2\pi/L_0 \ll \kappa \ll 2\pi/l_0$ 范围内有效。光传输理论研究中传统使用的是 Tatarskii 首先引入的耗散区具有高斯下降趋势的 Tatarskii 谱：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2\kappa^{-11/3} \exp[-(\kappa l_0 / 5.92)^2] \quad (1.30)$$

但这种谱从未得到实验结果的验证。考虑大尺度湍流起伏时，理论研究者总是使用所谓的 Von-Karman 谱模型：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \quad (1.31)$$

这种谱适用于管道流体，而该流体只具有一个特征尺度：管道直径，但大气湍流却具有许多特征尺度。在同时考虑到大、小尺度湍流起伏时，研究者们使用最为广泛的是 Tatarskii 谱和 Von-Karman 谱的综合谱，但仍被广泛地称为 Von-Karman 谱，即：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(\kappa^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \exp[-(\kappa l_0 / 5.92)^2] \quad (1.32)$$

Hill 根据单点温度测量结果和一些理论考虑，还提出了一个普适谱模型，该模型是二阶线性方程的解，最显著的特征是在 $\kappa l_0 = 1$ 处存在拐点，它表明了湍流耗散区的出现。由于 Hill 谱没有明确的解析解，Churnside 将其拟合为：

$$f(\kappa l_0) = \exp[-1.28(\kappa l_0)^2] + 1.45 \exp\{-0.97[\ln(\kappa l_0) - 0.45]^2\} \quad (1.33)$$

Frehlich 将之拟合为：

$$f(\kappa l_0) = \left[\sum_{n=0}^4 a_n (\kappa l_0)^n \right] \exp(-\delta \kappa l_0) \quad (1.34)$$

该式中参量 $a_0=1$, $a_1=0.70937$, $a_2=2.8235$, $a_3=-0.28086$, $a_4=0.08277$, $a_5=1.1090$ 。

Andrews 的拟合结果为

$$f(\kappa l_0) = \exp(-\kappa^2 / \kappa_l^2) [1 + 1.802(\kappa / \kappa_l) - 0.254(\kappa / \kappa_l)^{7/6}] \quad (1.35)$$

其中 $\kappa_l = 3.3/l_0$ ，这一结果与 Hill 谱的最大差别不超过 6%，一般在 1%~2%。

§1.2 光传播大气湍流效应

大气湍流对光束特性的影响程度与形式同光束的直径 d 和湍流尺度 l 的比值有关。当 $d/l \ll 1$ 时，湍流的主要作用是使光束产生偏折，犹如光束射入一个折射率与真空不同的介质一样被折射。这时光束的传播方向是随机飘荡的，这就是光束漂移；当 $d/l \sim 1$ 时湍流的作用是使光束截面发生随机偏转，从而形成到达角，导致焦平面上出现像点抖动；当 $d/l \gg 1$ 时，光束截面内将包含许多湍涡，各自对照射的那一小部分光束起到衍射作用，从而使光束的强度和相位在时间和空间上出现随机分布，光束面积也在扩大，这就是大气闪烁、相位起伏及光束扩展等湍流效应。需要强调的是，这许多效应不是孤立的存在的，因为湍流尺度是分布在一定范围内的，不同尺度的湍涡各自起着相应的作用。

§1.2.1 光强起伏^[1,16,17]

根据前面介绍的随机函数的知识，在 Rytov 近似下，得到对数振幅起伏的相关函数为

$$B_z(r, L) = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty J_0(\kappa \gamma r) \sin^2[P(\gamma, \kappa, z)] \Phi_n(\kappa) \Big|_z \kappa d\kappa \quad (1.36)$$

其中 L, k 分别为光束传播距离和光波波数， $J_0(\dots)$ 为第一类零阶贝塞尔函数。则对数振幅起伏方差为

$$\sigma_z^2 = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty \sin^2[P(\gamma, \kappa, z)] \Phi_n(\kappa) \Big|_z \kappa d\kappa \quad (1.37)$$

上两式中 γ 称为传播因子，对于不同的波形其表达式有所差异，通常对于光源位于 $z=0$ ，接收平面位于 $z=L$ 的传播平面波和球面波，有

$$\begin{cases} \gamma = 1 & \text{plane wave} \\ \gamma = z/L & \text{spherical wave} \end{cases} \quad (1.38)$$

$P(\gamma, \kappa, z)$ 为衍射因子：

$$P(\gamma, \kappa, z) = \frac{\gamma(L-z)}{2k} \kappa^2 \quad (1.39)$$

类似的对于光源位于 $z=L$ 、接收平面位于 $z=0$ 的传播，

$$\begin{cases} \gamma = 1 & \text{plane wave} \\ \gamma = (L-z)/L & \text{spherical wave} \end{cases} \quad (1.40)$$

衍射因子为:

$$P(\gamma, \kappa, z) = \frac{\gamma z}{2k} \kappa^2 \quad (1.41)$$

在弱起伏条件下, 假设 C_n^2 沿路径均匀分布, 对平面波和球面波分别有

$$\sigma_\chi^2(L) = 0.307k^{7/6}L^{11/6}C_n^2 \quad \text{plane wave} \quad (1.42)$$

$$\sigma_\chi^2(L) = 0.124k^{7/6}L^{11/6}C_n^2 \quad \text{spherical wave} \quad (1.43)$$

光强起伏的强度通常用归一化光强起伏方差(闪烁指数) $\beta_I^2 = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1$ 表征。如果 $\sigma_\chi^2 < 0.3$, 则通常认为是弱起伏条件, 则闪烁指数为:

$$\beta_I^2 = \sigma_{\ln I}^2 = \exp(4\sigma_\chi^2) - 1 \approx 4\sigma_\chi^2 \quad (1.44)$$

因此, 对应于弱起伏条件下的归一化光强起伏方差为:

$$\beta_I^2(L) = \begin{cases} 1.23k^{7/6}L^{11/6}C_n^2 & \text{plane wave} \\ 0.49k^{7/6}L^{11/6}C_n^2 & \text{spherical wave} \end{cases} \quad (1.45)$$

通常用来作为起伏条件的衡量参数, 称之为 Rytov 指数。

然而实验却发现, 随着传播距离或湍流强度的增加, 闪烁指数不再进一步增大, 而是出现了闪烁的饱和现象, 如图 1.1 所示, 对于波长小于 $1\mu\text{m}$ 的激光, 在近地面光程中, 饱和现象大致出现在晴天中午前后(当传播距离 $z \geq 500\text{m}$ 时), 饱和值在 $1.2 \sim 2.4$ 之间。达到饱和以后, C_n^2 将按某个斜率下降, 并趋向于一定的极限值。闪烁饱和现象也得到了数值模拟结果的验证, 如图 1.2 所示。

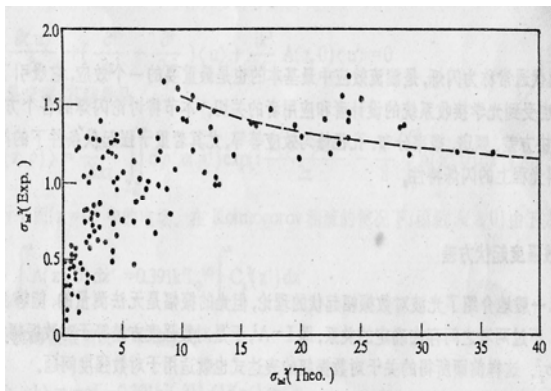


图 1.1 闪烁饱和现象的实验结果
Fig 1.1 Experimental result of scintillation saturation.

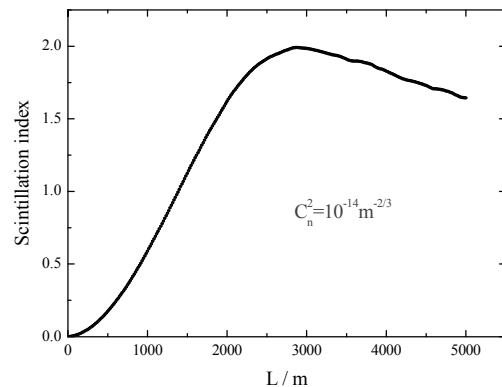


图 1.2 闪烁饱和现象的数值模拟
Fig 1.2 Numerical simulation result of scintillation saturation.

§1.2.2 相位起伏与相位不连续点^[18-26]

§1.2.2.1 相位结构函数

大气折射率的随机起伏不仅引起闪烁，同时导致光波的相位发生随机起伏。与闪烁效应类似的，湍流引起的相位起伏的相关函数为

$$B_s(r, L) = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty J_0(\kappa \gamma r) \cos^2[P(\gamma, \kappa, z)] \Phi_n(\kappa) \Big|_z \kappa d\kappa \quad (1.46)$$

由于相位起伏的均值为零，间距 $r = 0$ 时的相关函数即单点的相位起伏方差，也就是

$$\sigma_s^2 = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty \cos^2[P(\gamma, \kappa, z)] \Phi_n(\kappa) \Big|_z \kappa d\kappa \quad (1.47)$$

假设在传播路径上湍流谱型一致，只是湍流强度发生变化，化简可以看出相位起伏方差和湍流谱低频端的形状关系密切。将公式(1.32)描述的 Von Karman 湍流谱代入可得

$$\sigma_s^2 = 0.782 L k^2 C_n^2 L_0^{5/3} \quad (1.48)$$

当 $L = 1000m$, $C_n^2 = 3 \times 10^{-14} m^{-2/3}$, $L_0 = 1m$, $\lambda = 0.5 \mu m$ 时，相位起伏的均方根约为 60，近似等于 10 个周期。

对于强度起伏起重要作用的湍流尺度约为第一菲涅耳带的宽度，而对于相位起伏则是较大尺度的不均匀性起着重要作用。利用广义惠更斯——菲涅耳相位近似法可以得到光束相位起伏的结构函数为

$$D_s(r) = 6.88 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.49)$$

式中 r_0 为 Fried 引入的大气相干长度，又称 Fried 常数。在平面波和球面波情况下其表达式为

$$r_0 = \begin{cases} \left(0.423 k^2 \int_0^L C_n^2(z) dz \right)^{-3/5} & \text{plane wave} \\ \left(0.423 k^2 \int_0^L C_n^2(z) (z/L)^{5/3} dz \right)^{-3/5} & \text{spherical wave} \end{cases} \quad (1.50)$$

§1.2.2.2 到达角起伏

具有等相位波前的光束通过大气时，折射率的起伏导致相位的起伏，波阵面相对于接收平面随机倾斜一个角度，则对于某一时刻相位将在接收平面内线性的随机起伏，这种波阵面随机倾斜现象称为到达角起伏。在干涉仪等实际应用中，基线上距离为 r 的两点间的到达角 α 与相位差 ΔS 的几何关系如图 1.3 所示。由图可知， ΔS 与 α 的关系满足： $\Delta S = kr \sin \alpha \approx kr\alpha$ ，因此到达角起伏方差可以写成

$$\langle \alpha^2 \rangle = \sigma_\alpha^2 = \frac{\langle (\Delta S)^2 \rangle}{(kr)^2} = \frac{D_s(r)}{k^2 r^2} \quad (1.51)$$

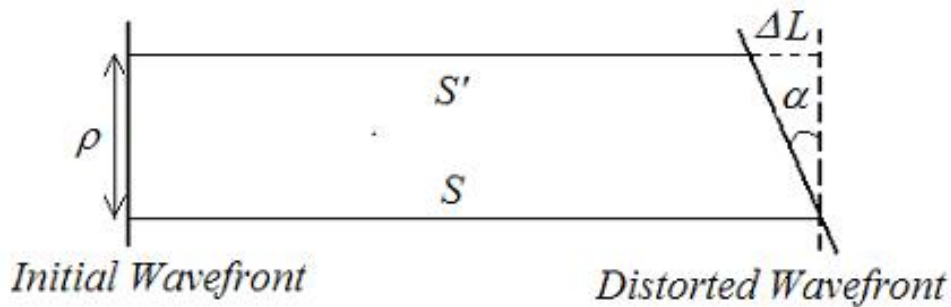


图 1.3 相位差与到达角的几何关系

Fig 1.3 Geometrical relationship between the phase difference and the angle of arrival.

采用 Kolmogorov 谱型，平面波和球面波的到达角起伏方差可以写为

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha^2 &= 2.914 C_n^2 L r^{-1/3} & r \gg \sqrt{\lambda L} & \text{plane wave} \\ \sigma_\alpha^2 &= 1.093 C_n^2 L r^{-1/3} & r \gg \sqrt{\lambda L} & \text{spherical wave} \end{aligned} \quad (1.52)$$

从上式可以看出：当两点间距离远远大于 Fresnel 尺度时，到达角起伏与波长无关。公式(1.52)的结果不仅适用于弱起伏条件，在强起伏条件下同样适用。

§1.2.2.3 相位不连续性

大气湍流效应使得光学系统不能充分发挥效能，因此迫切需要一种技术克服或者补偿湍流的影响，这就是自适应光学技术。该技术是校正湍流效应的有效手段，补偿大气湍流的关键是利用目标或目标附近的信标光。假如湍流对信标光的影响主要是相位的影响，常规的自适应光学技术几乎可以完全校正大气湍流的影响，但是随着湍流效应的增强，闪烁的影响不能忽略时，自适应光学校正的能力就大大降低了，究其原因主要是光波相位不连续点的出现。

当湍流强度较强或传输距离较长时,由于光波相位的调制,光场中将会出现一些振幅为零的点。在振幅为零点处,光波的相位是不连续的,此点就称之为相位不连续点,又称相位奇点。相位不连续点概念的提出已有三十多年的历史了,早在1974年,由Nye和Berry研究南极冰层底部的无线电回波时发现这种现象,在实验中,他们发现经冰面反射的回波的波前存在着类似于晶面的位相位错线,经研究指出反射波的空间结构可以精确确定相位不连续点的位置。随着这一概念在光学领域的引入,各国学者对这一现象进行了大量的深入研究,近年来已有一些光波传输相位不连续性问题的理论和数值模拟研究。特别是Fried和Vaughn从理论上对激光大气传输中大气湍流导致的畸变光场的特性进行了研究,他们发现畸变光场中存在许多光强为零的区域,在这些区域内光波相位是不能确定的,存在一个 $\pm 2n\pi$ 的不确定性问题。

后来,Fried又从理论上研究了不连续相位对激光大气传输中自适应光学校正的影响,认为常规的最小方差法重建波前相位的自适应光学系统,当畸变光场中出现相位不连续点时,其校正能力明显下降,之所以下降的原因是这种常规波前重构方法只能对连续相位进行重构。对于不连续相位的重建问题也已有许多研究。Fried认为当畸变光场中出现相位不连续点时,畸变光场的波前相位包括两部分:一部分是连续相位部分,可以通过常规波前重建方法进行重建,如最小方差法等,一般常规自适应光学系统的波前重建都采用这种方法;另一部分为不连续相位部分,如果能够准确的探测出相位不连续点的位置,则可以直接用公式给出不连续相位。随后,Goldstein、Bigot和Roggemann等先后开展了不连续相位存在时波前重构的研究,但前人的这些工作大多是基于理论和数值模拟的研究,对于实验结果的报道却并不多见。

光强闪烁的增强是光波波前中出现相位不连续点的必要条件。相位不连续点不是普通意义上的物质,不能独立的存在,只有在光场的干涉现象中,在考虑干涉场的任一点的相位分布时,相位不连续点的意义才显现出来,因为在波的振幅为零的点,相位的值是任意的。零振幅的出现,从垂直于光传播方向的平面来看,是出现了相位不连续性。而沿着光传播方向来看,就是出现了相位的涡旋。通常把孤立零振幅的点对应的相位奇点称为单光学涡旋,而把具有异性或同性拓扑荷的奇点对应的涡旋定义为异荷或同荷光学涡旋对,图1.4(a)(b)分别给出了我们

模拟中得到的光场单光学涡旋和异荷光学涡旋对的实例。

研究表明，湍流效应导致的相位不连续点总是成对出现或湮灭的，且这两个相位不连续点具有极性相反的拓扑荷，点对之间的间距一般比较小，将每一点对连成一条割线，当通过这条割线时，相位将不可避免的产生 $\pm 2n\pi$ 的突变。

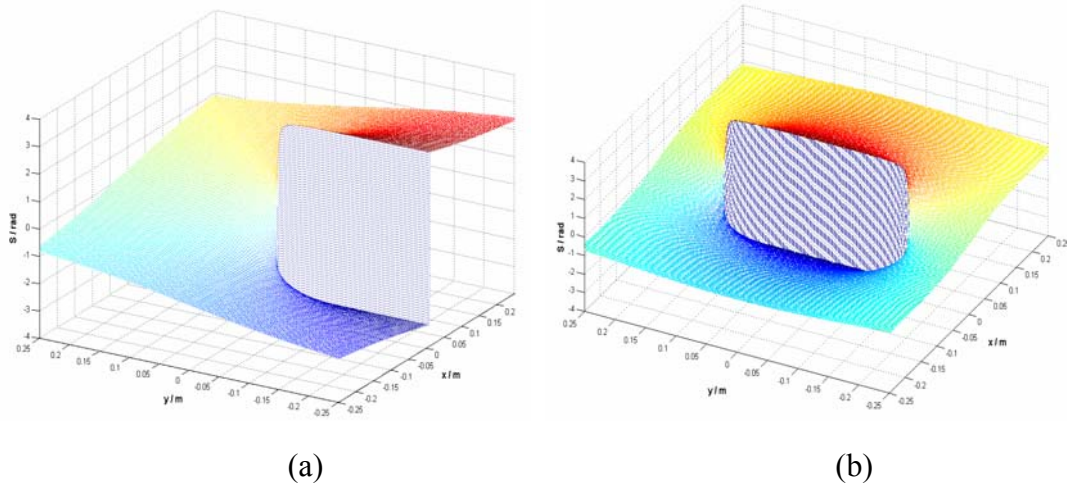


图1.4 模拟得到的光场单光学涡旋(a)和异荷光学涡旋对(b)

Fig 1.4 Single optical vortex (a) and optical vortices with opposite polar (b) in simulation.

§1.2.3 光波起伏的时间功率谱^[27-29]

在上两小节中我们把大气折射率的起伏看作空间的随机函数，讨论了湍流大气中光场起伏的光强特性和相位特性。同时大气折射率也是时间的随机函数，因而光场起伏也具有其特有的时间起伏特性，湍流介质中光场起伏的时间与空间的变化特征也由 Taylor 冻结假设理论联系起来。

光场起伏的频谱起源于大气运动，对于光传输而言，可以认为空间某一测量点上某个物理量的变化是由通过该点的大气运动(由横向风速 v 表征)引起的，而大气内部的运动状态可以忽略，即§1.1 节提到的 Taylor 湍流冻结假说。根据这一假设，垂直于传播方向平面内的两点，光波的对数振幅和相位起伏的相关函数满足

$$B_{\chi,s}(r,t) = B_{\chi,s}(r - v\Delta t, t) \quad (1.53)$$

为了使 Taylor 冻结假设合理，首先，大气介质的运动速度本身应该是缓变函数；其次，速度起伏量应远小于平均速度。这样对于一定尺度 l 的湍涡，当大气运动

了距离 l 后，才能保证湍流的形状保持不变。

根据维纳—欣钦定理，光场起伏的时间频谱密度是其时间相关函数的 Fourier 变换式

$$W_{\chi,s}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{\chi,s}(r, \tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau \quad (1.54)$$

经分析可以得到，只有空间频率高于 $(2\pi/\gamma\nu)f$ 的湍流谱才对时间频率为 f 的光波频谱有贡献，反过来说，时间频率为 f 的光波频谱反映了空间频率高于 $(2\pi/\gamma\nu)f$ 的湍流谱。

在 Rytov 近似条件下，进一步考虑 Kolmogorov 湍流谱的情况下，得到由公式(1.54)计算的平面波的光波起伏的时间频谱如图 1.5 所示，这里定义 $f_0 = \nu/\sqrt{\lambda L}$ 为特征频率，对应于图中对数振幅起伏频谱的转折点频率。从图中可以看出，对数振幅起伏以特征频率 f_0 为界明显划分为低频和高频段两端，低于 f_0 的部分频谱几乎为常量，而高于 f_0 的部分频谱密度符合 $-8/3$ 幂率。而对于相位起伏频谱，几乎在所有的频率上谱密度都符合 $-8/3$ 幂率。这一个结论对于球面波光波也同样是适应的。

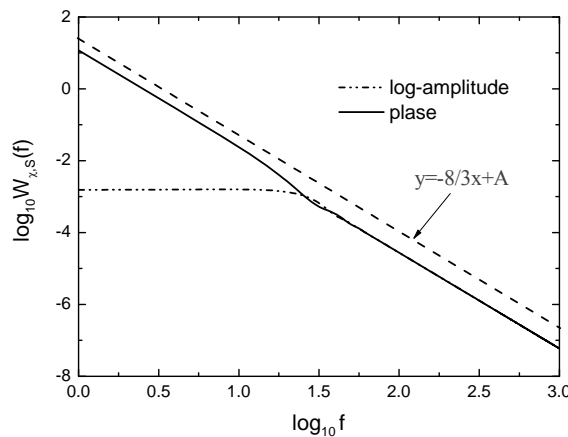


图 1.5 对数振幅和相位起伏的频谱

Fig 1.5 Power spectrum for log-amplitude and phase fluctuation.

然而，近年来大量的实验结果却表明，激光束在湍流大气中起伏的频谱特性与平面波或球面波都不一致，它的高频起伏特征与下列因素密切相关：接收口径、

湍流耗散区的谱特征以及激光束波形等。

§1.3 小结

本章首先简要概述了大气湍流的光学性质，由湍流的统计理论出发，介绍了描述大气折射率起伏(即光学湍流)的特征量 C_n^2 ，以及折射率起伏的三维功率谱密度。光传输大气湍流效应主要介绍了三部分内容：首先是强度起伏，作为湍流效应中最基本也是最重要的一个效应，给出了弱起伏条件下光强起伏的一般公式，介绍了实验和数值模拟中闪烁饱和的现象的出现；其次是相位起伏效应，主要分析了相位结构函数、到达角起伏的表达式，讨论了相位不连续点的基本概念、性质以及分类；最后是光波起伏的时间功率谱，在湍流谱符合 Kolmogorov 的条件下，对频谱的性质进行了阐述。以上内容为论文工作的开展奠定了理论基础。

第二章 大气湍流的光学测量方法

20 世纪 70, 80 年代曾在世界范围内掀起了激光大气通信研究的热潮, 并取得了一定的研究成果, 但在 80 年代中后期国外大部分单位相继停止了对激光大气通信技术的研究, 究其原因主要是大气湍流对通信质量的影响难以消除。近年来伴随着激光雷达技术、自适应光学技术以及湍流理论研究的发展, 越发引起了人们对大气光学湍流的关注, 准确可靠的分析大气湍流对光传输的影响需要对湍流进行准确的测量。这一需求不但极大地促进了湍流测量技术的发展, 而且促使人们对湍流大气中重要的光学参数进行长期大量的实验测量研究, 进一步得出其时空变化特征, 从而建立符合实际条件的时空分布应用模式。

目前, 大气湍流中光传播问题的研究方法主要有三种, 即理论解析、数值模拟和实验研究, 其中理论解析和实验研究向来密不可分。湍流大气光传播实验的研究, 揭示了闪烁饱和现象、湍流尺度对闪烁强度的影响等一系列问题, 大大促进了理论研究的进展。数值模拟方法是伴随着现代高性能计算机的发展而逐渐发展起来的, 它的主要思路是利用现代计算机的高速计算性能, 模拟演示大气中光传播的过程, 其结果正确与否也必须靠实验结果来验证。所以说, 在湍流大气光传播研究中, 无论采取哪种方法, 要想获得可靠的结果, 其根本保证就是对各种湍流参数进行准确的测量。

§2.1 闪烁测量法

闪烁法测量光学湍流, 是指利用湍流大气中光传播的闪烁效应, 根据光强的归一化起伏方差即闪烁指数和空间相关特性、频谱特性等, 得到光传播路径上大气湍流参数, 如湍流强度、内尺度、外尺度以及横向风速等参量的变化特征。利用闪烁效应进行大气光学湍流相关参数测量的仪器一般被称为闪烁仪。作为商品的闪烁仪有德国 Scintec 公司的表面层激光闪烁仪(Surface Layer Scintillometer, SLS)和边界层大口径闪烁仪(Boundary Layer Scintillometer, BLS), 美国 OSI 公司的长基线光学风速计及大气湍流探测器(Long Baseline Optical Anemometer and Atmospheric Turbulence Sensor, LOA)以及荷兰 Kipp&Zonen 公司的大口径闪烁仪(Large Aperture Scintillometer, LAS)等, 它们主要用于测量一段路径上平均的 C_T^2 。

§2.1.1 闪烁仪测量

常见的点闪烁法测量大气光学湍流的基本原理如图 2.1 所示，其中发射端放置激光点光源，接收单元为前端加有小孔光阑的光电倍增管，小孔光阑的直径约为几毫米。对入射到接收端小孔内的光强值做归一化方差统计，即

$$\beta_i^2 = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2} \quad (2.1)$$

根据式(2.2)所示的 Rytov 方差的表达式，即可根据 β_i^2 推算出光传播路径上 C_n^2 的路径平均值。

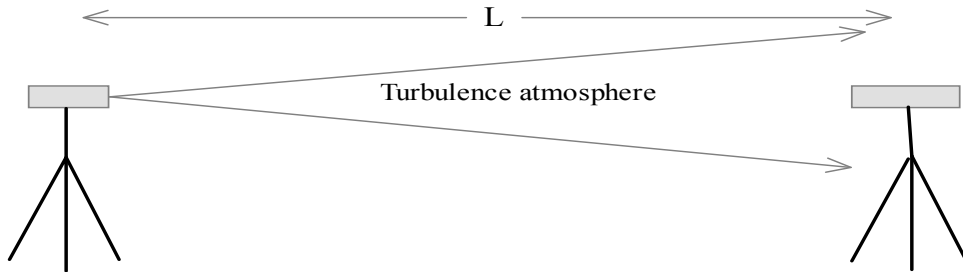


图 2.1 激光闪烁测量示意图

Fig 2.1 Schematic diagram of scintillation measurement of laser waves.

德国 Scintec 公司于 1991 年推出了首台可同时测量大气折射率结构常数 C_n^2 和湍流内尺度 l_0 的表面层闪烁仪 (Surface Layer Scintillometer, SLS) SLS20，该仪器测量的基本原理为：利用一路信号的对数光强起伏方差和两路信号之间对数光强起伏的协方差分别推导 C_n^2 和 l_0 [30-32]，其实验布局如图 2.2 所示。

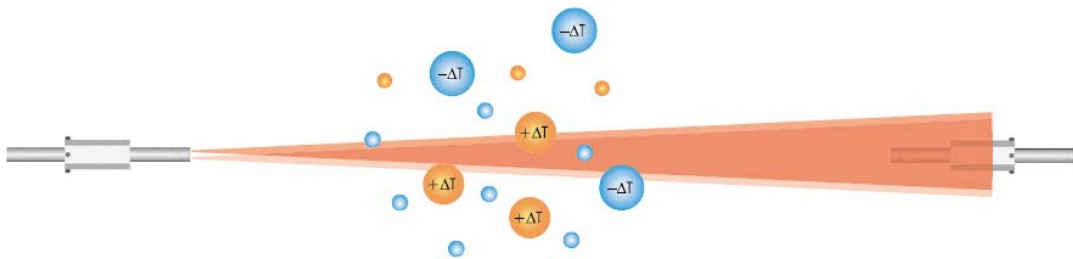


图 2.2 表面层闪烁仪实验布局图

Figure 2.2 Experimental layout schematic of the surface layer scintillometer.

近年来,朱文越和马晓珊等人又提出了一种根据双波长差分技术同步测量 C_n^2 和 l_0 的新方法,发展了一种三波长激光闪烁仪^[33-35],图 2.3 给出了三波长闪烁仪的实物图。



图 2.3 三波长闪烁仪实物图

Fig 2.3 Picture of the three-wavelength scintillometer.

通过该仪器测测量的 σ_l^2 来反演 C_n^2 和 l_0 的方法描述如下:首先,根据 Tatarskii 的光传输理论和 L. C. Andrews 的修正 Hill 湍流谱模型,可得球面波在距离发射端 L 处的闪烁指数 $\sigma_l^2(L)$ 的积分表达式^[34,36]:

$$\sigma_l^2(L) = 3.86\sigma_{Rytov}^2 \left\{ 0.4 \left(1 + \frac{9}{Q_l^2} \right)^{11/12} \left[\left(\sin \frac{11}{6} \arctan \frac{Q_l}{3} \right) + \frac{2.610}{(9+Q_l^2)^{1/4}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin \left(\frac{4}{3} \arctan \frac{Q_l}{3} \right) - \frac{0.518}{(9+Q_l^2)^{7/24}} \sin \left(\frac{5}{4} \arctan \frac{Q_l}{3} \right) \right] - 3.50Q_l^{-5/6} \right\} \quad (2.3)$$

式中 $Q_l = Lk_l^2 / k = 10.89L / (kl_0^2)$, $\sigma_{Rytov}^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{1/6}$, $k_l = 3.3/l_0$, $k = 2\pi/\lambda$ 为真空中激光的波数。求解式(2.16)便可得 C_n^2 的反演公式:

$$C_n^2 = 0.2106 \times \sigma_l^2 \times g(k, L, l_0) \quad (2.4)$$

其中

$$g(k, L, l_0) = \left\{ k^{7/6} L^{11/6} \left[-0.4785 / (L / (kl_0^2))^{5/6} + 0.4 (1 + 0.0759 k^2 l_0^4 / L^2)^{11/12} \times \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{0.518 \sin \left(\frac{5}{4} \arctan \left(\frac{3.63L}{kl_0^2} \right) \right)}{\left(9 + 118.592 L^2 / (k^2 l_0^4) \right)^{7/24}} + \frac{2.61 \sin \left(\frac{4}{3} \arctan \left(\frac{3.63L}{kl_0^2} \right) \right)}{\left(9 + 118.592 L^2 / (k^2 l_0^4) \right)} + \sin \left(\frac{11}{6} \arctan \frac{3.63L}{kl_0^2} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (2.5)$$

根据式(2.4)，在同一光路上同时测量波数分别为 k_1 和 k_2 的闪烁指数 $\sigma_I^2(k_1)$ 和 $\sigma_I^2(k_2)$ ，并忽略由波长引起的折射率结构常数的差异，便可由如下方程组：

$$\begin{aligned} C_n^2 &= 0.2106 \times \sigma_I^2(k_1) \times g_1(k_1, L, l_0) \\ C_n^2 &= 0.2106 \times \sigma_I^2(k_2) \times g_2(k_2, L, l_0) \end{aligned} \quad (2.6)$$

通过数值求解方法计算得到 l_0 和相应的 C_n^2 。

然而，闪烁饱和现象极大地限制了点闪烁仪测量 C_n^2 的适用范围，Clifford 指出对数振幅起伏方差 $\sigma_\chi^2 > 0.3$ 时闪烁指数不再随着 C_n^2 的增强而增加^[37]，并给出了启发式强闪烁模型的分析。受这一模型分析的启发，1978年，Wang 提出了一种抑制饱和效应的光学方法来测量 C_n^2 ，该方法使用一个大口径的非相干发射系统和一个大口径接收系统^[38]，成为大口径闪烁仪的雏形。对于发射口径 $D_t > 0$ 和接收口径 $D_r > 0$ 的情况，由于平均的原因，探测到的光强归一化起伏方差会出现降低的情况，一般称之为孔径平滑效应，这种效应最早是在 20 世纪 50 年代从天文观测中发现的^[39]。在公式(1.37)中添加孔径滤波函数 $F(\kappa, D)$ ，就可以得到大口径上的光强起伏方差^[40,41]：

$$\beta_I^2(D) = 4(2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty \sin^2[P(\gamma, \kappa, z)] F(\kappa, D) \Phi_n(\kappa) \Big|_z \kappa d\kappa \quad (2.7)$$

孔径滤波函数为

$$F(\kappa, D) = \left[\frac{2J_1(\kappa\gamma D_r / 2)}{\kappa\gamma D_r / 2} \cdot \frac{2J_1(\kappa(1-\gamma)D_t / 2)}{\kappa(1-\gamma)D_t / 2} \right]^2 \quad (2.8)$$

上式中 $J_1(\dots)$ 为第一类一阶贝塞尔函数。由此可以得到光传播路径上 C_n^2 的路径平均值

$$C_n^2 = \begin{cases} \frac{\beta_I^2(D)}{A_{aper} 1.24k^{7/6} L^{11/6}} & \text{for plane wave} \\ \frac{\beta_I^2(D)}{A_{aper} 0.49k^{7/6} L^{11/6}} & \text{for sphere wave} \end{cases} \quad (2.9)$$

式中 A_{aper} 定义为孔径平滑因子。

由于仍然基于一阶散射理论，意味着大口径闪烁仪同样存在着饱和现象，采用修正Rytov理论可以对闪烁仪在整个起伏条件下的性能进行预测^[42]，同时对整个起伏条件下的点闪烁进行对比分析，就可以对两种情况测量 C_n^2 的适用范围进行评估。

§2.1.2 湍流廓线测量

鉴于了解 C_n^2 沿路径分布的重要性，随着斜程大气光传输和地球空间光传输研究的兴起，人们更加关注 C_n^2 的廓线分布。目前测量 C_n^2 廓线的光学方法主要有 Scintillation Detection and Ranging(SCIDAR) 和 Multi-Aperture Scintillation Sensor(MASS) 技术。SCIDAR 的概念首先由 Vernin & Roddier 于 1973 年提出^[43]，其基本思想从双星闪烁的短曝光图像的自相关函数中提取 $C_n^2(h)$ 。如图 2.4 所示，设在近天顶处有两颗分离角为 θ 的双星，则从它们发出的光经过不同高度上的湍流层后，在孔径面上所成的两个图像的距离 x 与 h 相对应。假定当星光经过多个湍流层时产生的相位扰动相互独立，则在望远镜像平面上测得的与双星连线平行和垂直方向的自相关函数之差 $C_{**}(x, h)$ 为各层湍流贡献的总和^[44]

$$C_{**}(x, h) = C_{//}^{**} - C_{\perp}^{**} = \int_0^{\infty} dh K(x, h) C_n^2(h) + N(x) \quad (2.10)$$

式中 $x = \theta h$ ， $K(x, h)$ 是核函数， $N(x)$ 是系统噪声，因此通过上式即可反演出 C_n^2 的廓线。SCIDAR 技术的特点是测量精度和分辨率较高，但是需要 1.5m 以上口径的望远镜，因而设备非常昂贵。

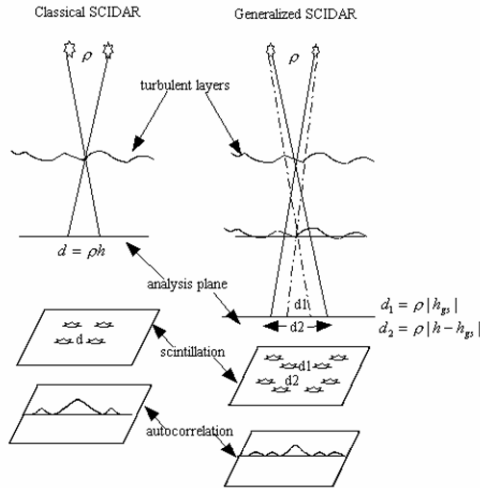


图 2.4 SCIDAR 的原理图

Fig 2.4 The principle of SCIDAR.

MASS 是多孔径闪烁测量的简称，其测量原理如图 2.5 所示。基本思想是从星光的光强闪烁指数中反演湍流强度的廓线分布^[45-47]。一般情况下，闪烁指数 σ_i^2 是 C_n^2 对高度的积分：

$$\sigma_i^2 = \int_0^{z_{\max}} dz C_n^2 W(z, D) \tag{2.11}$$

式中 $W(z, D)$ 为权重函数， D 为望远镜孔径， $z = h \sec \gamma$ ， h 为高度， γ 是天顶角。

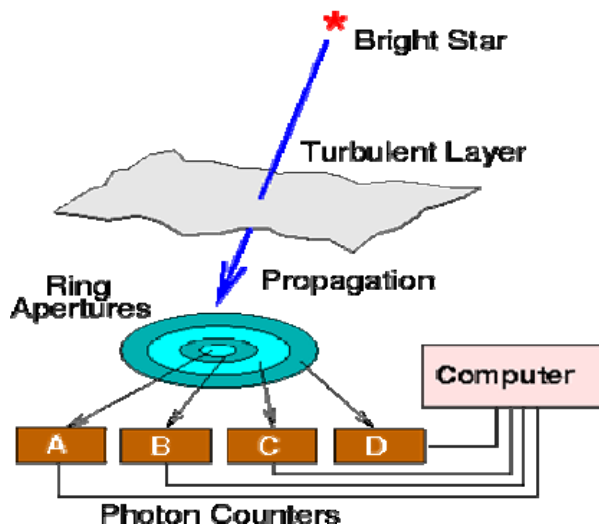


图 2.5 MASS 的原理图

Fig 2.5 The principle of MASS.

对于分层大气，上式可化为线性方程的形式：

$$\sigma_I^2 = \sum_0^{z_{\max}} C_n^2 W(z, D) \Delta z \quad (2.12)$$

通过变化孔径尺寸 D 与高度 z 可获得一个权重函数 $W(z, D)$ 的矩阵，再测得不同孔径下的闪烁指数便可得到一个矩阵方程：

$$[\sigma_I^2] = [W][C_n^2] \quad (2.13)$$

根据上式，通过矩阵反演方法即可得到不同高度上的 C_n^2 。

MASS 技术可使用小口径的望远镜，设备制作成本低，其不足之处在于测量精度低，空间分辨率也较差。

§2.2 波前相位测量

湍流效应使光波波前发生畸变，导致像质模糊。因此，如何快速准确的探测光学波前畸变信息，降低湍流效应，提高成像质量成为人们面临的重要课题之一，同时对统计湍流光学特性具有重要意义。正是基于这种客观需要，促进了波前探测研究的不断扩展和深入。随着光波波前探测技术的发展，各种波前传感器应运而生。从测量原理上可以分成两类：一类是根据几何光学原理，测定波前几何像差或面形误差，主要有 Shack-Hartmann 传感器，曲率传感器和 Pyramid 波前传感器等；另一类是基于干涉测量原理，探测波前不同部分的干涉性，来获取波前信息，主要有剪切干涉仪波前传感器和相位获取传感器等。由于 Shack-Hartmann 传感器原理简单，具有探测速度快，制作和运转相对方便且可以直接反映波前畸变模式等优点，因此在自适应光学系统中得到最为广泛的应用。

§2.2.1 Shack-Hartmann 传感器(以下简称为 S-H 传感器)

哈特曼波前探测^[48]技术是由德国科学家哈特曼于 1900 年首次提出的，他在被检测物镜前放一块开着许多按一定规律排列的小孔的光阑，通常称为哈特曼光阑，光束通过此光阑后被分割成许多细光束，只要在被测物镜焦面前后两垂直光轴的截面上，测出各细光束中心坐标，根据简单的几何关系就可以求得被检测物镜的几何像差。直到现在，这一方法仍然在大型天文望远镜主反射镜面形误差的

检验中采用。R.K.Shack 于 1971 年对此方法作了改进，把哈特曼光阑换成一列透镜，这样既可提高光斑中心坐标的测量精度，又大大提高了光能利用率。根据这种改进的哈特曼原理设计的波前传感器被称 S-H 传感器。

S-H 传感器主要由微透镜阵列和面阵 CCD 构成，图 2.6 是该传感器用于波前探测的原理图，微透镜阵列对入射的波前进行分割采样，每个子透镜作为一个子孔径，将光束聚焦成一个光斑阵列。用一个阵列光电探测器分别测出各光斑的中心坐标。先用标准的平行光照明阵列透镜，测出每一子孔径对应的光斑中心坐标，作为参考基准。当入射光束有波前畸变时，子孔径范围内的波前倾斜将造成光斑的横向漂移，测量光斑中心在两个方向上的漂移量，就可以求出各子孔径范

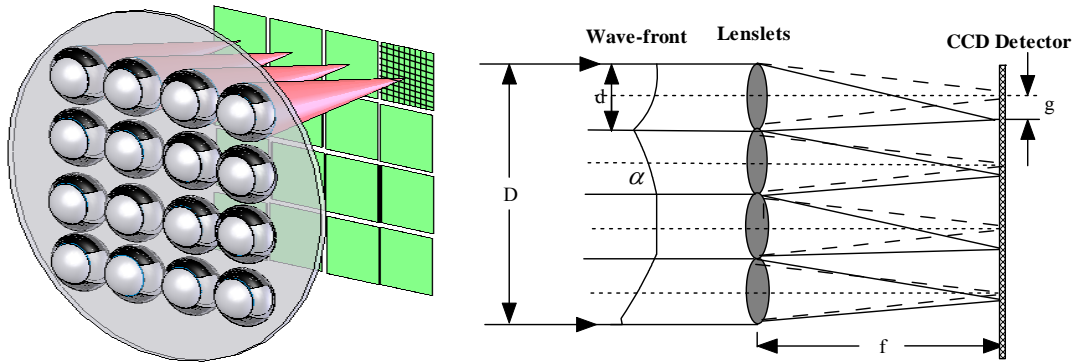


图 2.6 S-H 传感器用于波前测量的示意图

Fig 2.6 Schematic diagram of S-H sensor using for distorted wave-front.

围内的波前在两个方向上的平均斜率：

$$\begin{aligned} x_{ic} &= \frac{\sum x_p I_p}{\sum I_p} = \frac{\lambda f}{2\pi A_i} \iint_{A_i} \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} dx dy = \frac{\lambda f}{2\pi} G_{ix} \\ y_{ic} &= \frac{\sum y_p I_p}{\sum I_p} = \frac{\lambda f}{2\pi A_i} \iint_{A_i} \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} dx dy = \frac{\lambda f}{2\pi} G_{iy} \end{aligned} \quad (2.14)$$

这里 f 为微透镜焦距， I_p 为象素 p 接收到的信号， (x_p, y_p) 为象素 p 的坐标， (x_{ic}, y_{ic}) 为第 i 个子孔径光斑质心坐标， (G_{ix}, G_{iy}) 为第 i 个子孔径范围内波前平均斜率， A_i 为第 i 个子孔径的面积。

测定 N 个子孔径上的 $2N$ 个平均斜率后，需要进行波前重构，重构的方法有两种：区域法和模式法^[49-53]，前者是利用子孔径四个相邻位置测量的数据，来估

计中心点相位的方法。模式法与此不同，它将全孔径内的波前相位展开呈不同的模式。由于模式法在像差分析和模式控制等方面优于区域法，因此通常选用模式法进行畸变波前的重构^[54]。

§2.2.2 波前像差与 Zernike 多项式

湍流引起的复杂畸变波前可以表示为一系列泽尼克(Zernike)多项式之和^[55]，Zernike多项式是在圆形域上对径向坐标和角度变量的连续正交的二维多项式，并且对应着不同的光学像差(如离焦、象散、彗差、球差等等)。在各种文献中，Zernike多项式的形式略有差别^[56,57]，容易引起混乱，通常我们采用Noll的表示法，将二维的Zernike多项式表示成只有一个阶次的形式

$$Z_j(\rho, \theta) = \sqrt{n+1} \begin{cases} R_n^m(\rho)\sqrt{2} \cos(m\theta) & (\text{偶}i, m \neq 0); \\ R_n^m(\rho)\sqrt{2} \sin(m\theta) & (\text{奇}i, m \neq 0); \\ R_n^0(\rho) & (m = 0); \end{cases} \quad (2.15)$$

于是单阶次的 Zernike 多项式的正交性质可以表示为

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\rho) Z_j(\rho, \theta) Z_i(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta = \delta_{ij} \quad (2.16)$$

式中孔径函数满足 $W(\rho) = \begin{cases} 1/\pi & |\rho| \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 。这样湍流引起的畸变波前可以展开

为：

$$\Phi(R\rho, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i Z_i(\rho, \theta) \quad (2.17)$$

其中， a_j 对应于各阶 Zernike 多项式的系数。表 2.1 给出的是阶次为 1~25 的 Zernike 多项式的显式，表中同时给出了各阶项的像差意义

表 2.1 前 25 阶 Zernike 多项式

Table 2.1 The first 25th Zernike polynomials.

Zernike 序号j	径向 序号	角度序 号	表达式	像差名称
0	0	0	1	活塞

1	1	-1	$2\rho\cos\theta$	倾斜x
2	1	1	$2\rho\sin\theta$	倾斜y
3	2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	离焦
4	2	2	$\sqrt{6}\rho^2\cos2\theta$	象散x
5	2	-2	$\sqrt{6}\rho^2\sin2\theta$	象散y
6	3	-1	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos\theta$	彗差x
7	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin\theta$	彗差y
8	3	-3	$\sqrt{8}\rho^3\cos3\theta$	三瓣叶x
9	3	3	$\sqrt{8}\rho^3\sin3\theta$	三瓣叶y
10	4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	球差
11	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\cos2\theta$	二级象散x
12	4	-2	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\sin2\theta$	二级象散y
13	4	4	$\sqrt{10}\rho^4\cos4\theta$	四瓣叶x
14	4	-4	$\sqrt{10}\rho^4\sin4\theta$	四瓣叶y
15	5	-1	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\cos\theta$	二级彗差x
16	5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\sin\theta$	二级彗差y
17	5	-3	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\cos3\theta$	二级三瓣叶x
18	5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\sin3\theta$	二级三瓣叶y
19	5	-5	$\sqrt{12}\rho^5\cos5\theta$	五瓣叶x
20	5	5	$\sqrt{12}\rho^5\sin5\theta$	五瓣叶y
21	6	0	$\sqrt{7}(20\rho^6-30\rho^4+12\rho^2-1)$	二级球差
22	6	2	$\sqrt{14}(15\rho^6-20\rho^4+6\rho^2)\cos2\theta$	三级象散x
23	6	-2	$\sqrt{14}(15\rho^6-20\rho^4+6\rho^2)\sin2\theta$	三级象散y
24	6	4	$\sqrt{14}(6\rho^6-5\rho^4)\cos4\theta$	二级四瓣叶x
25	6	-4	$\sqrt{14}(6\rho^6-5\rho^4)\sin4\theta$	二级四瓣叶y

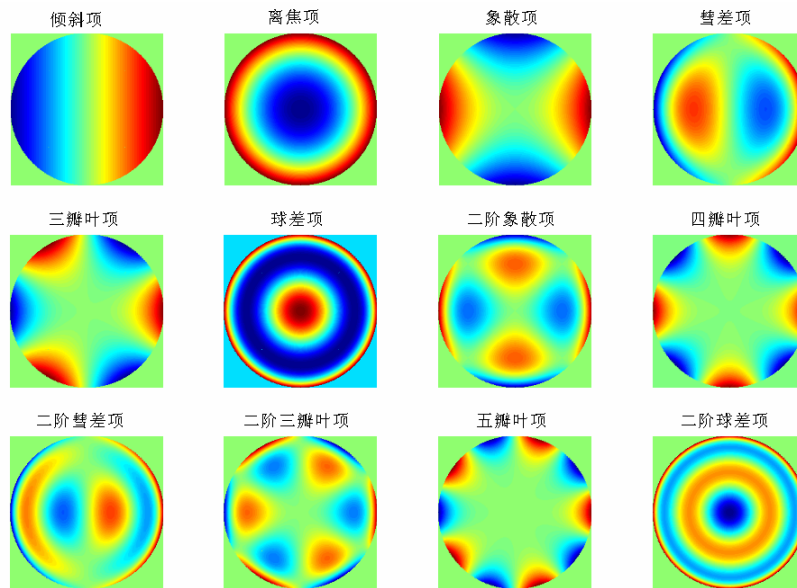


图 2.7 部分像差的二维密度图

Fig 2.7 Tow-dimension density diagram for part optical aberration.

Zernike 多项式对应的像差意义明显，在光学领域中应用广泛，例如活塞项对应于平均波前， x,y 两个方向的倾斜项分别对应于 x,y 方向的到达角起伏等，这些低阶项反映了波前的傍轴性质。图 2.7 绘出的是各类像差的二维密度图(x,y 方向上非对称像差仅给出了 x 方向的像差密度图)。

§2.3 光纤干涉测量技术

长期以来人们对光学湍流的测量大多基于各种湍流效应，对大气湍流的长期实验观察结果的数理统计基础上得到的。我们知道，大气湍流折射率起伏介于 $10^{-9} \sim 10^{-6}$ 之间，要想直接的准确的测量如此微小的量，就必须要求测量仪器本身具有很高的灵敏度，快速的响应能力以及良好的稳定性。光纤传感技术作为光电电子技术迅猛发展的产物已经在精密仪器和精密测量方面获得广泛的应用^[58-60]，这就为利用光纤传感技术对大气光学参数进行测量提供了一种可能性。

美国海军实验室(Naval Research Lab)是最早进行光纤传感与测量研究的单位之一，他们早在1995年就提出利用光纤干涉仪测量空气折射率起伏的方案^[61]。美国航空航天局(NASA)也曾投入巨资用于气动传感与测量研究^[62]，先后发展了多种基于光纤光学的激光测风测速仪。梅海平等初步选择以光纤Mach-Zehnder干涉光路为基本的测量光路，发展了基于光纤Mach-Zehnder干涉仪的大气湍流光纤测量技术^[63-66]。

§2.3.1 测量原理

利用光纤 Mach-Zehnder 干涉仪测量湍流折射率起伏的实验装置见图 2.8，半导体激光器输出波长为 1310nm 的相干高斯光束，经单模引导光纤输入到 1×2 分束器，被均分为两束：沿单模光纤经压电陶瓷相位调制器传输的称为参考光束；另一经被测空气段传输的称为探测光束，空气段距离可调范围为 $0 \sim 20\text{cm}$ 。两出射光束在 $3\text{dB}2 \times 2$ 耦合器中发生干涉，形成正交的两束光，输出光强由光电探测器和差分放大器转化成电压信号，最后用高速 A/D 数据采集卡进行采集处理，装置中相位调制器是在圆柱形压电陶瓷上均匀绕制 40 圈光纤构成，其原理为：给陶瓷圆柱加一反馈调制电压，柱体就会在调制电压的作用下产生电致伸缩效

应, 引起干涉仪参考臂的光纤长度发生变化, 导致干涉仪输出光波的相位差随调制信号有规律地变化, 从而实现了相位载波调制^[67]。

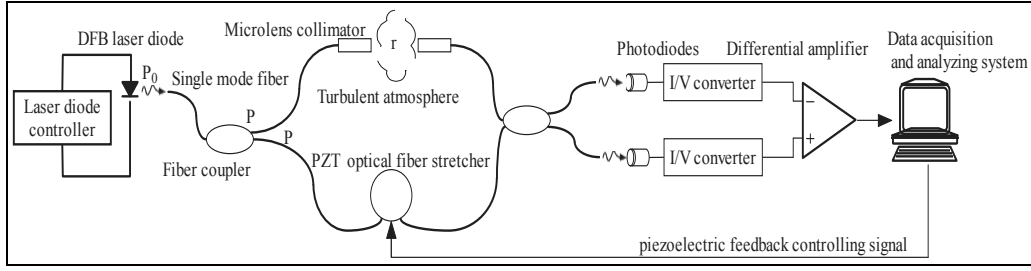


图 2.8 光纤 Mach-Zehnder 干涉仪测量光学湍流的实验原理图
Fig 2.8 Schematic diagram of the optical fiber Mach -Zehnder interferometer for optical turbulence

设空气段距离为 Δz , 湍流引起的折射率起伏为 Δn , 引起两臂之间相位变化 $\Delta\phi$, 则

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta z}{\lambda} \Delta n \quad (2.18)$$

根据光波导耦合理论^[68], 设 2×2 耦合器输出的两光强为 I_{01} 、 I_{02} , 容易得到

$$\Delta\phi = \arccos \frac{I_{01} - I_{02}}{I_{01\max} - I_{01\min}} \quad (2.19)$$

由(2.18)(2.19)两式得到折射率起伏方差与相位差的起伏方差满足

$$\sigma^2(\Delta n) = \left(\frac{\lambda}{2\pi\Delta z}\right)^2 \sigma^2(\Delta\phi) \quad (2.20)$$

§2.3.2 偏振噪声问题的分析

由(2.17)式知相位差起伏量级为 $10^{-4} \sim 10^{-1}$, 已有文献^[69,70]指出光纤MZ干涉仪中偏振引起的相位噪声可达 10^{-5} 量级, 因此为提高测量精度, 必须严格控制两光纤臂的稳定性, 降低光纤干涉仪的信号“漂移”与“噪声”。接下来将着重分析低双折射单模光纤中偏振信号衰落的原因, 并尝试提出相应的可行性解决方案。

§2.3.2.1 单模光纤中光束偏振态的变化引入相位噪声

当偏振光在单模光纤干涉仪中传播时, 两束光的偏振态会因干涉仪传输特性

的变化而发生随机变化，导致两束光的振动方向不一致，干涉仪输出端光强信号的可见度发生变化。当两束干涉光正交时，信号完全消失，即产生偏振衰落现象，同时光场偏振态的变化还会引入偏振相位噪声。为了理论分析偏振噪声的方便，这里以未接入空气段的 MZ 干涉仪为模型，其中光线矩阵传输示意图见图 2.9，若将其中干涉臂 2 等效为理想单模光纤^[71]，干涉臂 1 的传输矩阵变为 $T_3^{-1}T_1$ (这里 $T_3 = T_2 \exp(j\beta L_2)$)，等效矩阵传输变为图 2.10。激光器输出的光场 U_0 经引导光纤 T_{in} 转变为 U_{in} ，关系式为：

$$U_{in} = A_{in} C_{in} = T_{in} U_0 \quad (2.21)$$

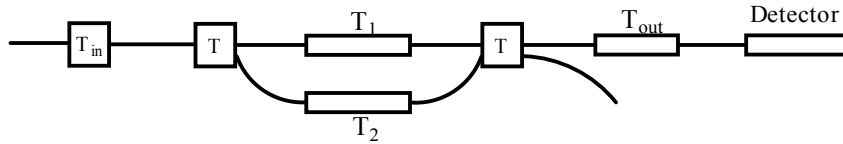


图 2.9 光线矩阵传输示意图

Fig.2.9 Sketch map of light-wave matrix transmission.

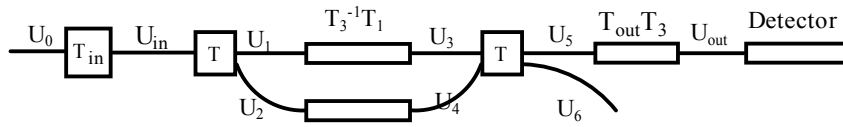


图 2.10 光线矩阵传输等效示意图

Fig.2.10 Equivalent sketch map of light-wave matrix transmission.

可见外界环境的扰动会引起输入光偏振态的变化。入射光束被均分为 U_1 、 U_2 ，耦合器中传输矩阵 T 的表达式为：

$$T = \begin{pmatrix} \sqrt{1-C} & j\sqrt{C} \\ j\sqrt{C} & \sqrt{1-C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & j\sqrt{2}/2 \\ j\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

实验所用理想耦合器分光比 C 为 0.5，且不改变光的偏振态，则 U_1 、 U_2 的振幅与 A_m 满足

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} A_{in} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} A_{in} \\ -j \frac{\sqrt{2}}{2} A_{in} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

易知干涉臂 1 中传输矩阵 $T_3^{-1}T_1$ 对应着邦加球一本征向量，也代表了整个干涉仪的本征特性，它所在的直径与邦加球的两个交点对应干涉臂 1 的两个正交本征态，如图 2.11 所示：

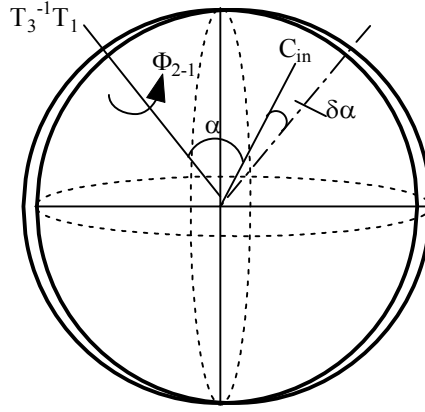


图 2.11 干涉仪中光场偏振态的邦加球分析

Fig.2.11 Poincare sphere's analysis of polarization in interferometer.

其中 α 为输入光偏振态与邦加球本征向量的夹角。则光场 U_1 可沿两个正交本征态分解为 U_1^x 、 U_1^y ， δ 为两正交偏振态的初始相位差，则

$$U_1 = U_1^x + U_1^y = \begin{bmatrix} A_1^x & A_1^y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} A_1 & \sin \frac{\alpha}{2} A_1 e^{j\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

传输距离 L_1 后，光场 U_3 分解

$$U_3 = U_3^x + U_3^y = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \frac{\alpha}{2} A_{in} e^{-j\beta_1 L_1} & j \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\alpha}{2} A_{in} e^{-j\beta_2 L_1 + j\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

式中 β_1 、 β_2 分别为干涉臂 1 内两正交偏振态的传播常数。干涉臂 2 为理想单模光纤，沿上述方向进行正交分解为

$$U_4 = U_4^x + U_4^y = \begin{bmatrix} j \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \frac{\alpha}{2} A_{in} e^{-j\beta L_2} & j \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\alpha}{2} A_{in} e^{-j\beta L_2 + j\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

其中 β 为理想单模光纤中传播常数。经第二个耦合器，偏振状态不发生变化，则

$$\begin{bmatrix} A_5^x \\ A_5^y \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} A_3^x \\ A_3^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} A_3^x + j \frac{\sqrt{2}}{2} A_4^x \\ j \frac{\sqrt{2}}{2} A_3^y + \frac{\sqrt{2}}{2} A_4^y \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

由此可得输出端光强为：

$$\begin{aligned} P_{out} &= P_5 = U_5^* U_5 \\ &= 0.5 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) P_0 [1 + \cos(\beta L_2 - \beta_1 L_1 + \pi)] + 0.5 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) P_0 [1 + \cos(\beta L_2 - \beta_2 L_1 + \pi)] \end{aligned} \quad (2.28)$$

做简单的变量代换： $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ ， $\bar{\beta} = \frac{\beta_2 + \beta_1}{2}$ ， $\Phi_{2-1} = \Delta\beta L_1$ ， $\Theta = \beta L_2 - \bar{\beta} L_1 + \pi$ 并

代入上式，得到

$$P_{out} = 0.5 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) P_0 [1 + \cos(\Theta + \frac{\Phi_{2-1}}{2})] + 0.5 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) P_0 [1 + \cos(\Theta - \frac{\Phi_{2-1}}{2})] \quad (2.29)$$

由(2.29)式可得干涉仪可见度和偏振相位噪声表达式，分别见(2.30)(2.31)式：

$$P = [\cos^2\left(\frac{\Phi_{2-1}}{2}\right) + \cos^2 \alpha \sin^2\left(\frac{\Phi_{2-1}}{2}\right)]^{1/2} = [1 - \sin^2 \alpha \sin^2\left(\frac{\Phi_{2-1}}{2}\right)]^{1/2} \quad (2.30)$$

$$\gamma = \tan^{-1}[\tan\left(\frac{\Phi_{2-1}}{2}\right) \cos \alpha] \quad (2.31)$$

可以看出，可见度 P 和相移 γ 随输入光偏振态与干涉仪本征矢量相对位置发生变化，即随 α 的变化而变化，对光纤干涉仪可见度越高，干涉条纹越清晰，同时相移 γ 越小，引入的相位噪声越低。由此我们对上述两式分别求导（认为 Φ_{2-1} 为常量）得

$$\frac{dP}{d\alpha} = -\frac{\sin^2(\Phi_{2-1}/2) \sin(2\alpha)}{2[1 - \sin^2 \alpha \sin^2(\Phi_{2-1}/2)]^{1/2}} \quad (2.32)$$

$$\frac{d\gamma}{d\alpha} = -\frac{\tan(\Phi_{2-1}/2) \sin \alpha}{1 + \tan^2(\Phi_{2-1}/2) \cos^2 \alpha} \quad (2.33)$$

在 $\Phi_{2-1} \neq \pi$ 的前提下令上两式分别等于零，可得 $\alpha = 0$ 时二式同时达到极值。利用机械式偏振控制器(见图 2.12)实现这一过程的原理如下。

$$(2.34)$$

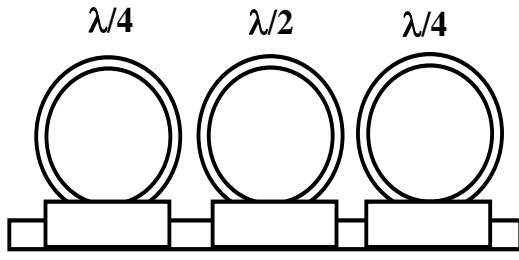


图 2.12 机械式偏振控制器

Fig.2.12 Mechanical polarization control.

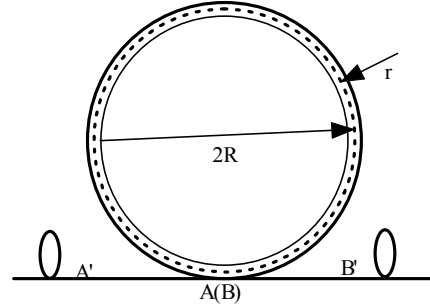


图 2.13 可旋转的波晶片光纤环

Fig.2.13 Rotatable fractional-wave-plate fiber loop.

§2.3.2.2 偏振控制器偏振控制的实现

机械式偏振控制器是在三个独立的同轴铝环上绕制不同匝数的光纤，形成 λ/m (m 为 2 或 4) 波片，其中三个环可独立旋转 $\pm\pi/2$ 的角度，可以把任意偏振态的线偏振光转化为特定偏振态的输出光。光纤环控制光束偏振态的原理图如图 2.13 所示。半径为 r 的单模光纤在铝环上均匀绕置 N 匝，其半径为 R ， A' 、 $A(B)$ 、 B' 为固定点，光纤环中寻常光与非寻常光折射率差为

$$\Delta n = \frac{n^3}{4}(1+\nu)(\rho_{12} - \rho_{11})\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \zeta\left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (2.35)$$

这里 ρ_{11} 、 ρ_{12} 为光弹系数， ν 为泊松比，对石英光纤 $n=1.46$ ， $\rho_{12}=0.27$ ， $\rho_{11}=0.12$ ， $\nu=0.16$ ，代入(2.35)式得系数 $\zeta=0.133$ 。波片满足： $\Delta n N 2\pi R = \lambda/m$ ，则 $N = \lambda R / (2\pi R m \zeta r^2)$ 。对于波长为 1310nm 的标准单模光纤，若 R 为 11.5mm，对应的 1/2 波片应绕 12 圈，对应 1/4 波片应绕 24 圈。当光纤环转过角度 θ ，环中光束偏振态由于圆双折射旋转 $\eta\theta$ ，则 A' 输入的线偏振光到达 B' 时，偏振态转过角度为 $2(1-\eta)\theta$ 。易知，只要 λ/m 波片转过 $\pm 48.9^\circ$ ，可改变光的偏振态 $\pm 90^\circ$ 。为了更好的控制光纤干涉仪中光束偏振态，应在入射端和两干涉臂上分别熔接上偏振控制器，前者控制入射端输入光偏振态与干涉仪本征向量之间得夹角 α 在 0° 附近，后两者调节因干涉臂弯曲、受压等随机扰动对偏振态的影响。

§2.4 小结

本章我们首先简要回顾了湍流测量的意义和主要内容,然后介绍了几种目前常用的光学湍流测量的方法和技术,并对各种测量方法的优缺点进行了描述。

闪烁法是利用光波大气传输的闪烁效应进行湍流参数的测量,波前探测和光纤传感技术则是基于相位起伏效应来探测光学湍流的信息。而光强和相位起伏是大气湍流对光波影响的两种形式,如果能够寻找一种方法或仪器,能够对受湍流影响的光波光强和相位起伏进行同时测量,这样既节省了资源开支,又能将两种效应测量的结果进行对比验证,相得益彰、相互补充,从而使得测量结果更加精确可靠。

第三章 Shack-Hartmann 传感器用于大气闪烁和相位起伏的同时探测

S-H 传感器具有较高的光能利用率、高采样频率、高量子效率以及低噪声等优点, 也具有较高的时间与空间分辨率, 能够动态地、实时地探测出畸变波前的信息, 是目前自适应光学系统中的首选传感器。微透镜阵列和面阵 CCD 是 S-H 传感器的重要组成部分, 前者将入射的波阵面分割成若干子波面, 分别聚焦后, 在位于其焦平面的面阵 CCD 上感光并成像。我们知道在动态测量范围内, CCD 的输出信号与入射光通量成线性关系^[72,73], 这就为 S-H 传感器用于湍流闪烁效应的测量提供了可能。结合常规用于波前探的功能, 就可以实现 S-H 传感器的闪烁和相位起伏的同时探测^[74,75]。

本章包括两大部分内容, 第一部分是对于 S-H 传感器用于湍流大气闪烁效应测量的可行性的分析; 第二部分内容是利用 S-H 传感器同时测量闪烁和相位起伏效应的对比研究。

§3.1 S-H 传感器用于闪烁效应的测量

§3.1.1 测量原理

S-H 传感器分割波前并成像的光路示意图如图 3.1 所示, 包含湍流信息的光波入射到 S-H 传感器的圆形入射瞳上, 经过一个缩变焦系统后光路被重新准直, 入射到微透镜阵列上, 经微透镜阵列采样分割为 $N \times N$ (子孔径数目) 份, 使得有像差的波面的每一子波面均可近似为平面波, 分别聚焦后在其焦平面的面阵 CCD 探测器上就形成一个光斑阵列。这里假定相邻的子透镜之间是相互独立的, 也就是要求为透镜的 f 数比较小^[76]。将面阵 CCD 对应微透镜阵列划分为 $N \times N$ 个区域, 每个小区域的面积为 $(d_{pix} \times n_{pix})$, 其中 d_{pix} 、 n_{pix} 分别为该区域内像素的数目和大小。在动态测量范围内, CCD 的输出信号与曝光量成线性, 即第 (m,n) 个子孔径内探测的光强值正比于该区域内包含的所有像素的灰度值之和, 即

$$I_{m,n} \sim \sum_{i,j} (I_{i,j} - a) \quad (3.1)$$

其中 a 为设置的域值大小。实际测量中可以根据不同的天气状况在不同的时间段

内设置面阵 CCD 的阈值，这一方面可以在一定程度上有效去除背景噪声对信号的干扰；另一方面可以检验入射光强是否超出了 CCD 的动态测量范围，假设 CCD 的分辨率为 $M \times T$ ，只有满足：

$$I_{i,j} < 255 \quad i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, M \quad (3.2)$$

才能保证 CCD 工作在线性响应区间。

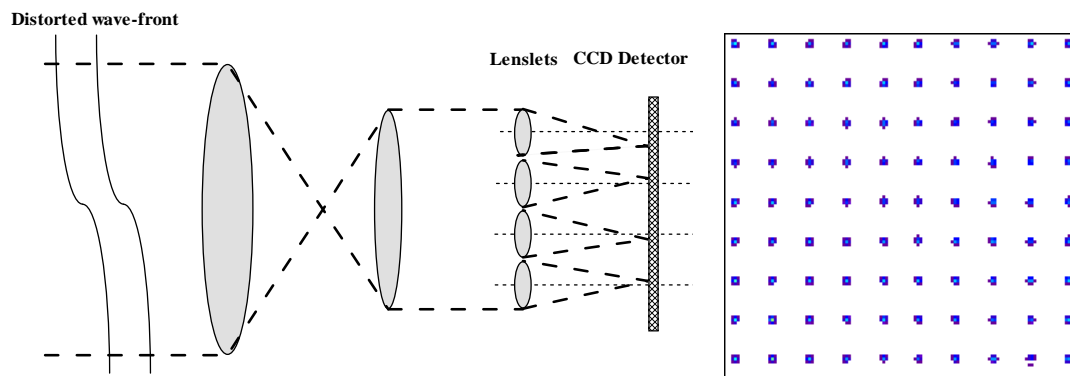


图 3.1 S-H 传感器用于闪烁效应测量的原理图

Fig 3.1 Schematic diagram of S-H sensor using scintillation measurement.

入射波前的随机起伏使得每个子孔径内接收的光强发生随机变化，这样每个入射子波、微透镜子孔径以及相应的 CCD 的子区域就构成了一个有限接收孔径的光强探测系统，测量得到的光强归一化起伏方差为

$$\beta_{I_{m,n}}^2 = \frac{\langle I_{m,n}^2 \rangle - \langle I_{m,n} \rangle^2}{\langle I_{m,n} \rangle^2} \quad (3.3)$$

这就是 S-H 传感器用于闪烁测量的原理。在此基础上，统计若干个子孔径内的灰度值之和，便可得到任意形状和尺寸口径内的光强起伏方差，这也为研究孔径平滑效应、MASS 湍流强度廓线反演等提供了可能。

§3.1.2 测量系统

我们在近地层水平 1000m 的湍流大气中进行了初步的实验验证，实验装置由三部分构成：光源、Shack-Hartmann 传感器和用于数据采集存储的计算机(如图 3.2 所示)。光源选用的是功率为 50mw 的半导体激光器，发出的中心波长为 660nm、发散角约为 2mrad 的基模激光束，经过水平 1000m 的大气路径，最后

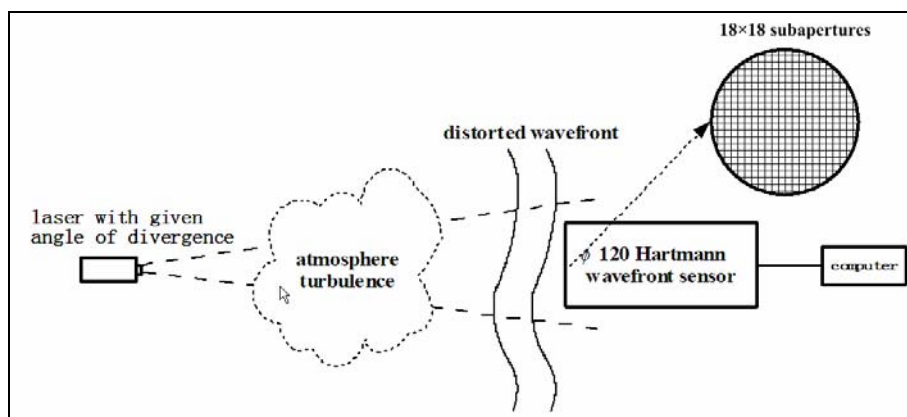


图 3.2 实验装置示意图

Fig 3.2 Schematic diagram of experimental provision.

传输到接收端。接收装置为入射瞳直径为 $D = 120\text{mm}$ 的 S-H 传感器，微透镜阵列的数目为 18×18 ，那么每个子孔径的等效直径为 $d = 6.667\text{mm}$ 。最后经高速图像采集卡将得到的时间与空间序列的数据信号存储于计算机的硬盘中。实验中光束离下垫面的高度约 10 米，整个光路的下垫面较为复杂(如图 3.3 所示)：在光源的近场部分为湖面，远场部分为草丛、陆地，中间部分为埂坝。



图 3.3 实验光路下垫面图

Fig. 3.3 The picture for underlying topography of light path.

传感器中面阵 CCD 探测器采用的是加拿大 DALSA 公司生产的 CA-D6 型^[77]，其基本的性能指标和光谱响应曲线分别见表 3.1 和图 3.4，可以看出其基本性能指标为：分辨率为 256×256 像素，每个像素的感光面积为 $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ ，拍摄速度为 955 帧/秒，这个采样频率对于闪烁的测量是合适的，原因分析如下：

根据湍流统计特性，为符合 Taylor 冻结假设，要求曝光时间小于每个子波在子孔径内的渡越时间，即：

$$\Delta t < d / v \tag{3.4}$$

这里 v 为横向风速的大小，实验场地近地面横向风速通常小于 $3m/s$ ^[78]，要求曝光时间小于 $2.2ms$ 。CCD 光谱响应的峰值介于 $620 \sim 670nm$ 之间，这正是我们选用光源波长为 $660nm$ 的原因。实验测量时将连续采集的 3000 帧(约 3.1s)数据作为一个统计样本，间隔 5min 进行下一次的实验采集，这是因为要保持样本的平稳性，统计一次闪烁指数的时间不能太长，即连续采集数据的时间必须小于大气湍流的特征相关时间。

Calibration Conditions	Units	Min.	Typ.	Max.	Notes
Frame Rate (FVAL)	Hz				
256x256	Hz			955	
512x512	Hz			262	
Data Rate (STROBE)	MHz		25		
Halogen light source					1
Specification	Units	Min.	Typ.	Max.	Notes
Saturation Output Amplitude	DN	243	248	254	
Photoresponse Non-Uniformity (PRNU)	DN (rms)		1.2	1.8	2
PRNU with exposure control	DN (rms)		1.6	2.4	2
Fixed Pattern Noise (FPN)	DN (rms)		0.5	0.75	3
Output Gain Mismatch	DN		1.5	3.0	
Mean Output Offset	DN	4	5	8	
Random Noise	DN (rms)		0.45	0.75	
Noise Equivalent Exposure	pJ/cm ²		336		
Saturation Equivalent Exposure	nJ/cm ²		181.4		
Responsivity	DN/(nJ/cm ²)		1.34		1
Dynamic Range	ratio	325:1	540:1		
Supply Current (256/512)					
+15.0 V	mA		300/350	350/400	
+5.0 V	mA		900/1200	950/1300	4
+5.0 V	mA		1000/1300	1050/1400	5
-5.0 V	mA		200/230	250/280	
Operating Temperature	°C	0		50	

表 3.1 S-H 传感器中面阵 CCD 探测器的性能指标

Table 3.1 The performance index for CCD array in S-H sensor.

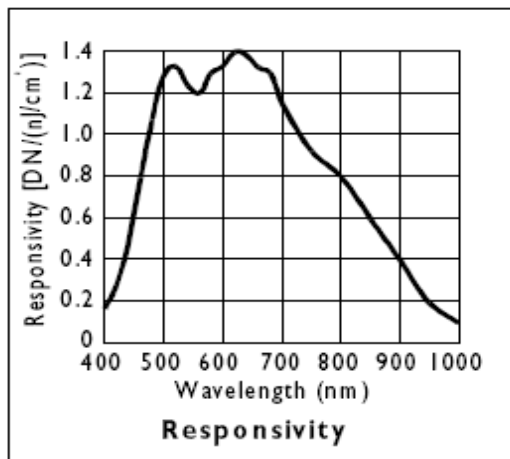


图 3.4 S-H 传感器中面阵 CCD 探测器的光谱响应曲线

Fig. 3.4 The spectral response curve for CCD array in S-H sensor

§3.1.2.1 半导体激光器光源的稳定性

为了验证光源的稳定性能,检验光源本身的噪声起伏对湍流效应测量结果的影响程度,首先在实验室内进行了如下测试,实验装置如图 3.5 所示,将光源放置一扩束镜前,发出的光束扩束后直径约 6cm,入射至 S-H 传感器入射瞳内,光源离传感器入射瞳的横向距离约 30cm。实验时尽量调整使得光源、扩束镜以及传感器同光轴,这样保证入射的光斑位于传感器的中部位置。测试实验选择在寂静的夜间,可以忽略光源至传感器之间的空气的扰动带来的误差。



图 3.5 光源稳定性验证

Fig. 3.5 Stability measurement for semiconductor laser.

统计一整夜的实验结果,利用公式(3.3)统计测量得到的灰度值归一化起伏方差,得到不同口径内归一化光强起伏方差随时间的变化,结果见图 3.6,图中统计的是以传感器入射瞳为中心,分别包含 2×2 ; 4×4 ; 8×8 ; 10×10 个子孔径,即直径分别 $D1 = 13.33\text{mm}$, $D2 = 26.67\text{mm}$, $D3 = 53.33\text{mm}$, $D4 = 66.67\text{mm}$ 的四个口径内结果。从图中可以看出,光源输出功率起伏方差随时间的变化比较稳定,而且量级都远远小于大气湍流引起的闪烁指数的量级^[1,79]。

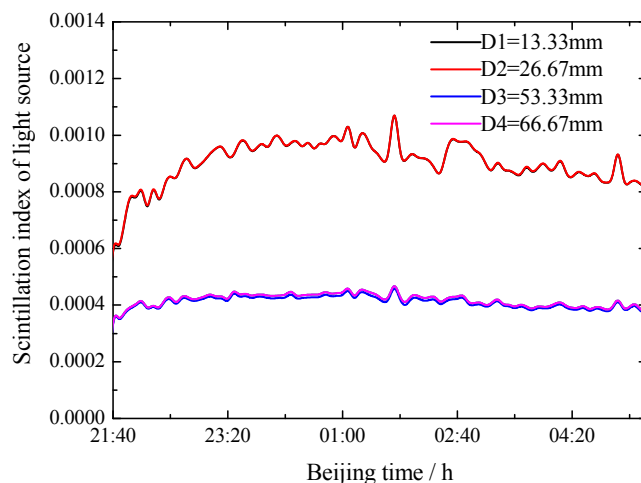


图 3.6 半导体激光器输出光功率起伏方差随时间的变化

Fig. 3.6 Time variation of the luminous power in semiconductor laser.

同时,对上述四个口径内探测的光强起伏的时间功率谱进行了统计分析,结果如图 3.7 所示,图中 f 表示频率, $W(f)$ 表示功率谱密度,采用双对数坐标。可以看出,光源输出功率起伏频谱几乎为白噪声频谱,而与湍流闪烁频谱的差异很大^[80,81]。

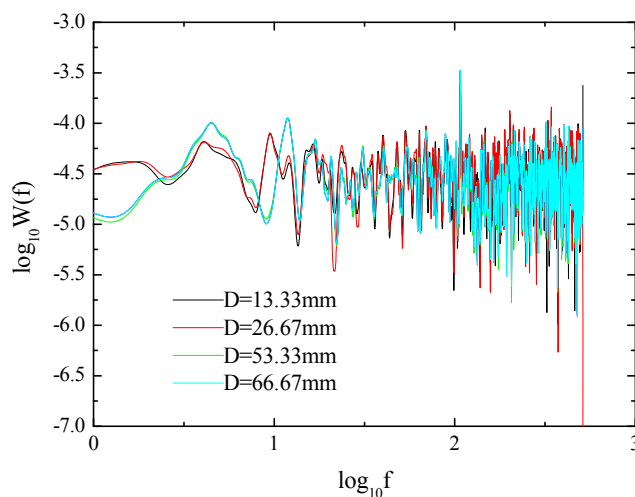


图 3.7 半导体激光器输出光功率起伏的时间功率谱

Fig. 3.7 The temporal spectra density for semiconductor laser.

综上所述可以得出结论,实验所选光源的输出光功率相对比较稳定,不会对湍流测量的结果带来较大的影响。

§3.1.2.2 阈值选取

前面§3.1.1 节中曾指出利用 S-H 传感器进行闪烁测量时,为排除背景噪声的干扰,需要将每个象素的实测灰度值减去合理的阈值。不同的阈值会对方差计算的结果产生不同的影响,从而给测量结果带来不同的误差。此外,质心位置的正确计算决定了 S-H 传感器畸变波前探测的精确度,而质心位置的正确计算首要的就是合理的消除背景噪声的影响,近年来,一些图像滤波技术被相继提出,例如高频截至滤波,小波变换滤波等^[82,83],这些滤波技术在处理畸变的光斑图像时去噪效果并不理想,同时滤波程序耗时长从而降低计算速度。这里我们从实测的噪声信号和有效光斑信号入手,确定如何选取合理的阈值。

使传感器处于正常工作状态,没有激光信号,同时盖上传感器的镜盖,此时既无激光信号也无自然光等背景噪声,仅有 CCD 暗电流等仪器自身固有噪声,开始采集并记录数据;打开望远镜的镜盖,此时依然没有激光信号,但有自然光等背景噪声和仪器固有噪声,开始采集并记录数据。将上述两种情况下记录的数据各取一帧,进行概率统计,结果发现两种情况的概率分布几乎完全相同(如图 3.8 所示),当灰度值为 5 时概率最大,而且灰度值大于 8 时出现的概率几乎为零。

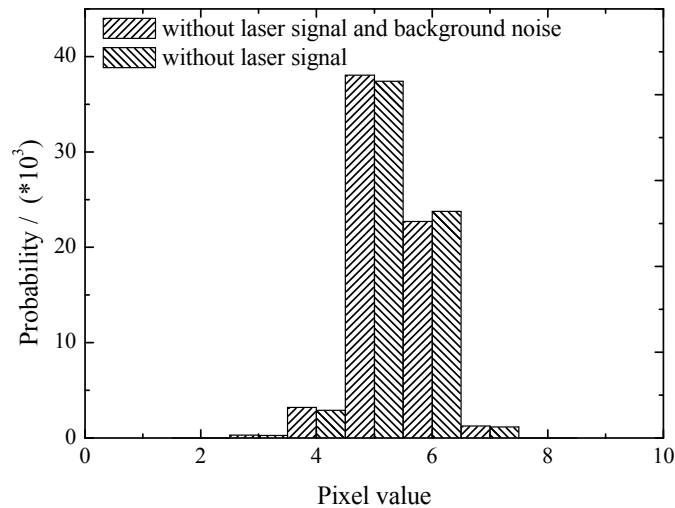


图 3.8 传感器测量的噪声信号灰度值概率分布

Fig. 3.8 Probability analysis for the grey of background noise from S-H sensor.

加入受湍流扰动的光源信号,开始采集并记录数据,对其中一帧数据进行概率分

析。从图 3.9 的概率直方图上，可以看出噪声灰度值的概率远远大于有效信号灰度值的概率，而且激光信号的入射使得噪声的最可几灰度值由 5 增大为 8，这说明噪声类型并不完全是加性噪声，考虑到有效信号灰度值明显大于噪声灰度值，可以近似为加性噪声，即认为噪声与光源信号是相互统计独立的，为了较客观的去噪声影响，实际实验中我们选取灰度值阈值为 10。

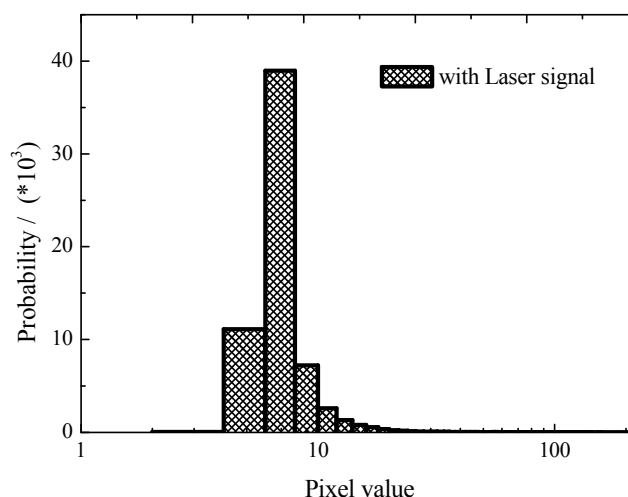


图 3.9 传感器测量的激光信号的灰度值分布

Fig. 3.9 Probability analysis for the grey distribution of laser signal from S-H sensor.

§3.1.3 时空间光强起伏数据的融合处理

对湍流效应的分析，通常需要大量的统计样本，即需要进行大量的长时间的实验，致使以二进制形式存储的实验结果占用大量的计算机硬盘空间，并且影响后续数据处理的速度。假如可以将时间和空间采集的数据进行合并，便能大大增加统计样本数，既可以提高数据处理速度，又使得实验结果更加精确可靠。

对光强归一化起伏方差按以下三种方法进行统计处理：

方法一、空间方差统计，时间取平均。首先计算每一帧图像得到的 18×18 有效网格数 N_{eff} 的光强归一化起伏方差 β_{ij}^2 ：

$$\beta_{ij}^2 = \frac{1}{N_{eff} \langle I_j \rangle^2} \sum_{t=1}^{N_{eff}} (I_{ij} - \langle I_j \rangle)^2, \quad j = 1, 2, \dots, N_{frame} \quad (3.5)$$

式中 I_{ij} 为第 j 帧图像的第 t 个子孔径内的实际灰度值(实测灰度值与阈值之差)，

$\langle I_j \rangle$ 为第 j 帧图像的有效网格内的平均灰度值。然后对连续采集的 N_{frame} 幅图像求平均值，得到光强归一化起伏方差

$$\beta_I^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_{frame}} \beta_{I_j}^2}{N_{frame}} \quad (3.6)$$

方法二、时间方差统计，空间取平均。首先对每一个子孔径内的数据进行 N_{frame} 帧图像的归一化起伏方差统计 β_{It}^2 ：

$$\beta_{It}^2 = \frac{1}{N_{frame} \langle I_t \rangle^2} \sum_{j=1}^{N_{frame}} (I_{tj} - \langle I_t \rangle)^2, \quad t = 1, 2, \dots, N_{eff} \quad (3.7)$$

然后对 18×18 有效网格数 N_{eff} 数据求平均值，得到光强归一化起伏方差

$$\beta_I^2 = \frac{\sum_{t=1}^{N_{eff}} \beta_{It}^2}{N_{eff}} \quad (3.8)$$

方法三、时间与空间数据融合处理。即将一个统计样本的所有有效孔径的所有帧数据进行归一化方差统计，得到光强归一化起伏方差

$$\beta_I^2 = \frac{\sum_{t=1}^{N_{eff}} \sum_{j=1}^{N_{frame}} (I_{tj} - \langle I \rangle)^2}{N_{eff} N_{frame} \langle I \rangle^2} \quad (3.9)$$

式中 $\langle I \rangle = \sum_{t=1}^{N_{eff}} \sum_{j=1}^{N_{frame}} I_{tj} / (N_{eff} N_{frame})$ 。

分别采用上述三种处理方法，对实测数据进行了对比分析，图 3.10(a) 是 7 月 11 日夜间至 7 月 12 日上午的测量结果，图 3.10(b) 为 7 月 30 日夜间的测量结果，图 3.10(c) 为 10 月 7 日昼日的测量结果，图 3.10(d) 为 11 月 22 日上午至 11 月 23 日凌晨的测量结果。从上述几次实验可以看出三种方法计算的闪烁指数在变化趋势上基本一致，两两之间的相关系数达 0.9 以上，这说明这三种方差统计方法具有很好的自洽性。由此可以将 S-H 传感器得到的时空间序列的数据进行合并，以大大增加统计样本数。

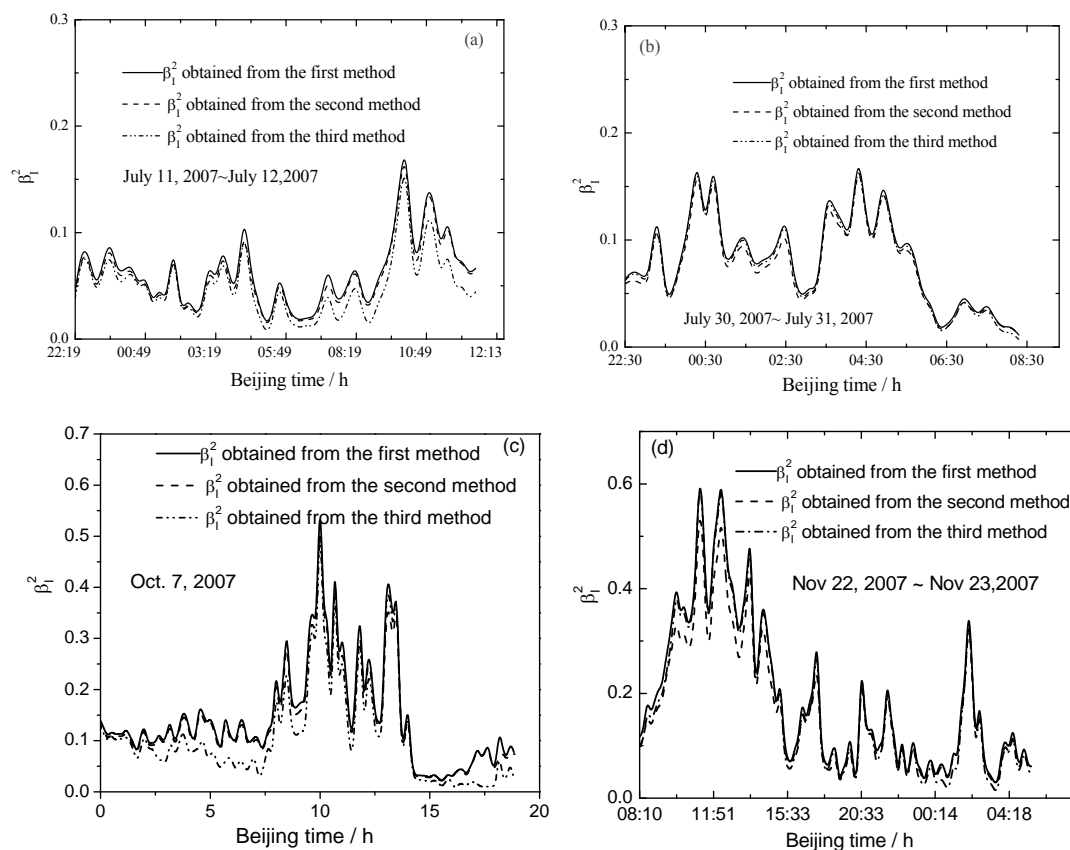


图 3.10 闪烁指数三种计算方法的对比

Fig. 3.10 Comparison of scintillation index among the three methods.

§3.1.4 与大口径闪烁仪测量结果的对比

结合前面的分析，对激光的 1km 水平大气传输进行了初步的闪烁测量，实验过程中，将口径为 127mm 的闪烁仪^[84]在同样的传输高度和传输距离条件下进行了同时测量，两系统选取的光源也为同一型号规格。

为了验证传感器测量结果的准确性，我们将两系统测量的 C_n^2 随时间的变化进行了对比，这里需要说明一点，在利用闪烁指数推导 C_n^2 的时，我们采用式(2.9)介绍的球面波的公式，原因解释如下：实验中我们所选点光源的发散角约为 $2mrad$ ，水平传输 1000m 的距离，整个光斑直径约为 2m，所以光波可以近似为球面波，但这与 §3.1.1 节提到的被微透镜阵列分割的每份子波面近似为平面波并不相矛盾。将传感器与大口径闪烁仪同时测量的 C_n^2 进行了对比，结果如图 3.11(a~d)所示，其中直线描述的是传感器测量的 C_n^2 ，虚线是大口径闪烁仪测量

的 C_n^2 ，从这四段时间的测量结果可以看出，二者无论在变化趋势还是量级上都有很好的可比性。这里需要说明一点，由于大口径闪烁仪 1min 得到一个闪烁指数的统计样本，图(a)中我们将闪烁仪每 5min 的数据进行了平均处理，然后与传感器的结果进行比较，而(b~d)图直接将两仪器的测量结果进行对比，只是闪烁仪测量结果的时间坐标位于顶端，而传感器测量结果的时间坐标位于低端。

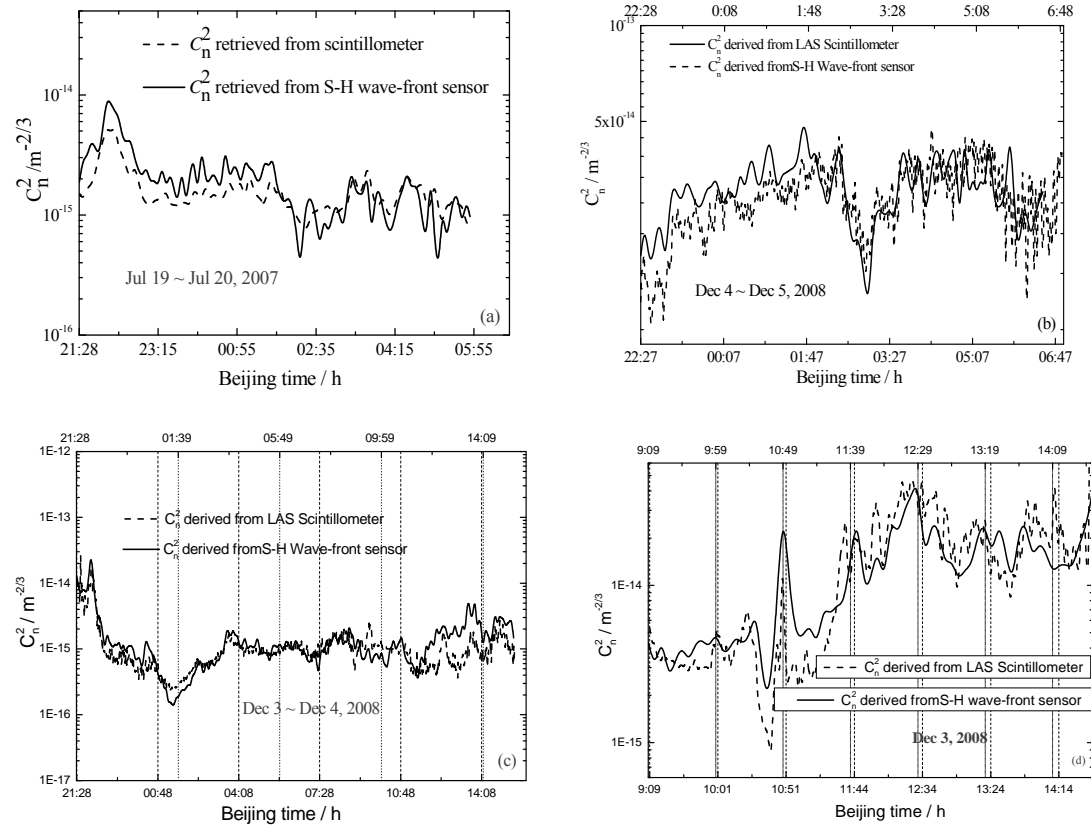


图 3.11 S-H 传感器与大口径闪烁仪推导的 C_n^2 的对比

Figure 3.11 Comparison of C_n^2 retrieved from the S-H wav-front sensor and large aperture scintillometer

综上实验结果表明， Shack-Hartmann 传感器用于闪烁测量的结果是可靠的，可以用于湍流大气光闪烁效应的测量。虽然与具有高速 A/D 转换器装置的闪烁仪相比，以 CCD 为探测器的 S-H 传感器的采样频率通常较低，但由于后者可以将空间阵列和时间序列的数据进行合并，大大增加了统计样本点。例如假设要得到光强起伏方差的一个样本需要的样本点即光强值为 M ，那么闪烁仪和 S-H 传感器需

要的测量时间 Δt_{Scin} 、 Δt_{S-H} 满足： $\Delta t_{Scin} = f_{S-H} \times N^2 / f_{Scin} \times \Delta t_{S-H}$ ，这里 f_{Scin} 、 f_{S-H} 分别为二者的采样频率。如果取 $f_{S-H} = 955$ ； $f_{Scin} = 2000$ ； $N = 18$ ，可得

$\Delta t_{Scin} = 154.71 \Delta t_{S-H}$ ，从这个意义上来说S-H传感器比闪烁仪的时间分辨率要大得多。同时该方法充分利用CCD探测器输出的灰度值信息，无需使用标准平行光束对传感器进行定标，拓展了该传感器的使用功能。

§3.2 闪烁和相位起伏效应的同时测量

§3.2.1 测量原理

前面提到模式法在像差分析和模式控制方面优于区域法，因此我们选用模式法进行波前相位的重构。模式法波前重构的实质就是建立各 Zernike 多项式的斜率矩阵，然后利用测量的波前梯度求解各项 Zernike 多项式的系数。由式(2.14)得波前斜率的表达式为

$$\begin{aligned} G_x(x, y) &= \sum_{j=1}^N a_j \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial x} \\ G_y(x, y) &= \sum_{j=1}^N a_j \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.10)$$

那么，第 i 个子孔径内的平均斜率为

$$\begin{aligned} G_{xi}(x, y) &= \sum_{j=1}^N \frac{a_j}{S_i} \iint \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial x} dx dy = \sum_{j=1}^N a_j Z_{xj(i)} \\ G_{yi}(x, y) &= \sum_{j=1}^N \frac{a_j}{S_i} \iint \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial y} dx dy = \sum_{j=1}^N a_j Z_{yj(i)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

式中 S_i 为第 i 个子孔径的面积。设子孔径数为 m ，则

$$\begin{pmatrix} G_{x1}(x, y) \\ G_{y1}(x, y) \\ G_{x2}(x, y) \\ G_{y2}(x, y) \\ \dots \\ G_{xm}(x, y) \\ G_{ym}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{x1(1)} & Z_{x2(1)} & \dots & Z_{xN(1)} \\ Z_{y1(1)} & Z_{y2(1)} & \dots & Z_{yN(1)} \\ Z_{x1(2)} & Z_{x2(2)} & \dots & Z_{xN(2)} \\ Z_{y1(2)} & Z_{y2(2)} & \dots & Z_{yN(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{x1(m)} & Z_{x2(m)} & \dots & Z_{xN(m)} \\ Z_{y1(m)} & Z_{y2(m)} & \dots & Z_{yN(m)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

记为

$$G = Z \cdot A \quad (3.13)$$

这里 Z 称为重构矩阵，其矩阵元由波前传感器的子孔径布局决定，可以事先脱机生成^[85]。当 $2m > N$ 时，(3.13)式是求解超越方程问题，在最小二乘和最小范数意义下的解为

$$A = (Z^+ Z)^{-1} Z^+ G \quad (3.14)$$

其中 Z^+ 为 Z 的广义逆。

计算 Z 的广义逆 Z^+ 的方法常用的有三种：最小二乘法，Gram-Schmidt 正交化法和奇异值分解法(SVD)，比较而言，SVD 是一种数值稳定性相当好的算法，用该方法得到的广义逆在求解方程都能稳态解。将重构矩阵 Z 进行 SVD 分解：

$$Z = USV^T \quad (3.15)$$

这里 S 为 Z 的奇异值构成的对角矩阵， U 和 V 分别为 $2m \times 2m$ 和 $N \times N$ 阶正交矩阵。于是 Z 的广义逆为 $Z^+ = VS^+U^T$ ，代人(3.14)即可求出系数矩阵 (a_1, a_2, \dots, a_N) 。

得到每帧图像的各阶 Zernike 系数后，可以在圆域内求得相位的起伏方差

$$\sigma_s^2 = \langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2 = 4\pi^2 \sum_{i=1}^N \langle a_i^2 \rangle \quad (3.16)$$

式中系数 a_i 以波长为单位，对连续采集的 N_{frame} 帧图像取平均，即可求得相位起伏方差的一个统计样本。

根据光传播理论，在 Roytov 近似和 Kolmogorov 湍流谱条件下，球面波的相位起伏方差 σ_s^2 (去除波前倾斜项)与湍流折射率结构常数的关系满足^[86]：

$$\sigma_s^2 = 0.0567k^2 D^{5/3} \int_0^L C_n^2(z) (z/L)^{5/3} dz \quad (3.17)$$

其中 k 为光波波数， L 为光在湍流大气中的传播距离， D 为接收装置的口径。在水平传输条件下，通常认为湍流强度沿路径均匀分布，即 C_n^2 等效为常数。则 (3.17) 式可简化为

$$\sigma_s^2 = 0.0213k^2 D^{5/3} C_n^2 L \quad (3.18)$$

显然，统计 S-H 传感器测量的闪烁指数和相位起伏方差，就可以求得闪烁和相位起伏效应分别对应的湍流强度的路径平均值，通过对实验结果进行评估，进一步验证 S-H 传感器用于闪烁和相位起伏效应的同时测量可靠性。

§3.2.1 数据批处理软件

实验时仍然连续采集 3000 帧数据作为一个统计样本，间隔 5min 进行下一次的采集，采集的数据存放在计算机的硬盘中，通过数据处理软件进行读取、计算和分析。数据批处理程序是用 Matlab 语言编写的，其界面如图 3.12 所示，通过路径搜索选择存放实验原始数据的目录，并选择所要处理的数据文件的范围，然后设置每个文件要处理的图像帧数和要计算的 Zernike 多项式系数的阶数，这里这两个参数默认值为 3000 帧和 65 阶，设置完毕点击‘Start’按钮，开始数据批处理运算，同时将计算的闪烁指数、相位起伏方差、二者对应的湍流强度以及各阶 Zernike 多项式的系数等信息存储到计算机的硬盘等待分析。

在数据处理过程中，选择‘INTENSITY and PHASE display’按钮，将以图 3.13 的形式实时显示当帧波前的光强和重构的相位信息，上面两图为光强的三维与二维分布，不同颜色代表相对光强即灰度值的大小；下面两图对应相位的三维与二维分布信息，不同颜色代表相位值的大小。或者选择‘Time Spectrum Display’按钮，将实时显示计算得到的相位起伏与闪烁的功率频谱。

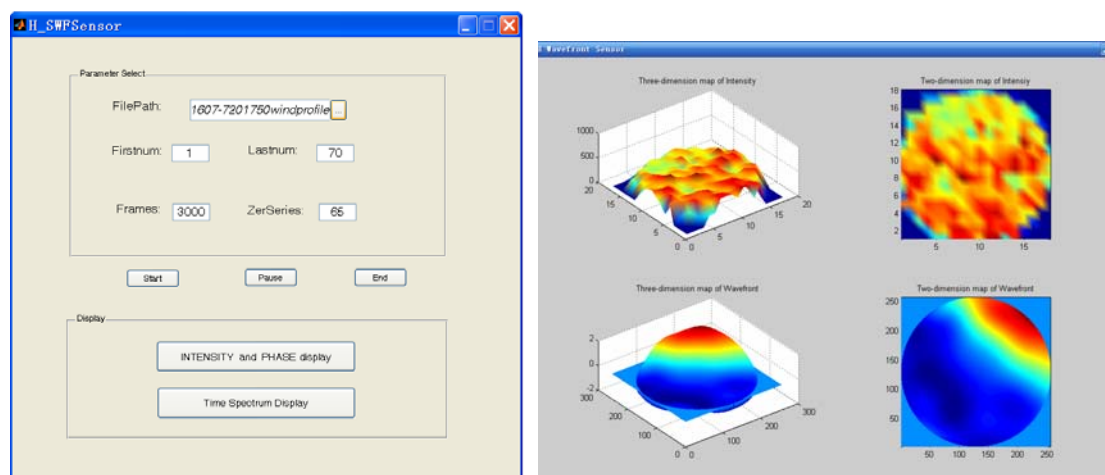


图 3.12 数据批处理程序界面

Fig. 3.12 Program interface for data batch processing.

图 3.13 光强与相位实时显示界面

Fig. 3.13 Real-time display interface of intensity and phase.

§3.2.2 两种效应分别对应的湍流折射率结构常数的日变化

对 S-H 传感器同时测量的闪烁和相位起伏效应对应的 C_n^2 的日变化进行了对比分析, 为不失一般性, 我们选择夏季和冬季各一天的结果进行考察, 图 3.14 左图为 2007 年 7 月 19 日 0:00 到 24:00 的实验结果, 天气状况晴朗, 夜间有微风; 图 3.14 右图为 2007 年 11 月 22 日白天的实验结果, 13 点之前天气晴朗, 13 点之后转为阴天, 能见度明显降低。

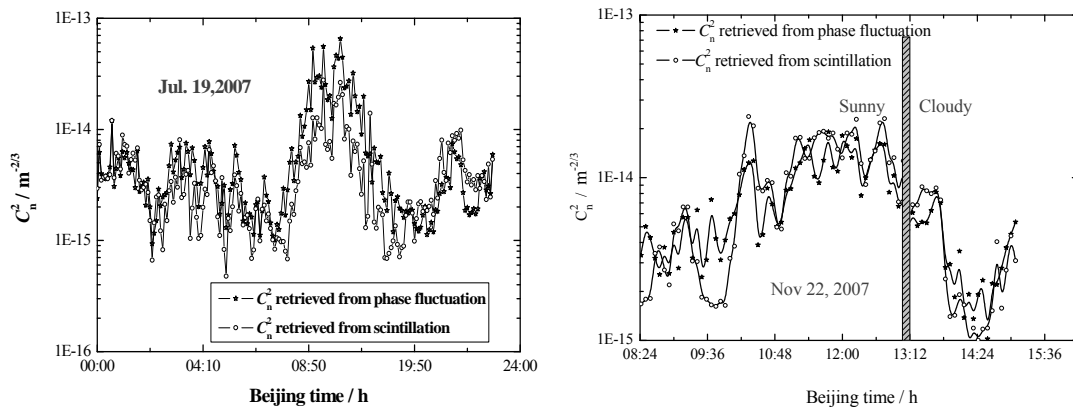
图 3.14 闪烁和相位起伏效应对应的 C_n^2 的周日变化

Fig.3.14. The daily change of C_n^2 retrieved from scintillation and phase fluctuation respectively

首先, 整体来看, 夏季两效应对应湍流强度的起伏在全天跨越了近两个量级, 最大值小于 $10^{-13} m^{-2/3}$, 夜间起伏较弱, 白天起伏较强, 正午前后湍流最强, 日出日落前后起伏最弱, 这基本符合近地面弱湍流起伏的统计特征^[6]; 从右图可以看出, 冬季湍流效应明显减弱, 湍流强度最大值仅为 $2 \times 10^{-14} m^{-2/3}$, 但也是符合正午前后起伏最大, 天气转阴同时能见度降低是导致 13 点后 C_n^2 下降的原因。

其次，两种效应对应的湍流强度除了数值上有微小差异，在全天的变化趋势上基本保持一致。为了进一步考察二者之间的相关性，结合其它时间内的部分实验结果进行了分析，以相位起伏推导的 C_n^2 为横坐标，以光强归一化起伏方差推导的 C_n^2 为纵坐标，结果如图 3.15 所示，图中采用的是双对数坐标，其中 SD 为拟合的标准偏差，R 为相关系数，可以看出两者的复相关系数达 0.798。由此表明利用 S-H 传感器进行闪烁和相位起伏效应的同时测量时可行的。

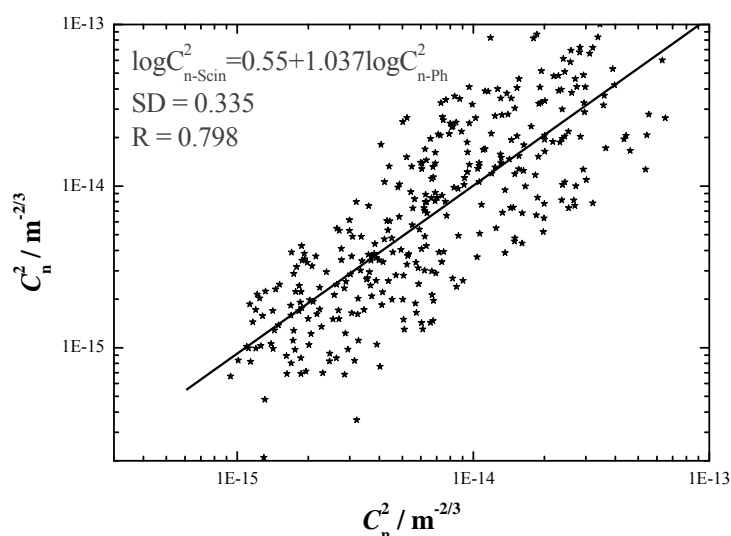


图 3.15 闪烁和相位起伏效应推导的 C_n^2 的相关性分析

Fig 3.15 Correlation analysis of C_n^2 retrieved from scintillation and phase fluctuation effects.

另外，从上图拟合结果还可以看出两种效应对应的 C_n^2 满足指数为 1.037 的指数关系。由指数函数的性质可知，随湍流强度的增加，两效应对应的 C_n^2 偏离程度也越大。原因分析如下：根据湍流理论的知识，相位起伏主要对传输路径中的大尺度湍涡敏感，而闪烁则主要受小尺度湍涡的支配^[87]，尽管在数据处理中我们采用了假定湍流内外尺度分别为零和无穷大的 Kolmogorov 湍流谱，实际湍流大气中的内外尺度是随时间时刻变化的^[88]，只有在湍流惯性区内才满足理想的 Kolmogorov 湍流谱，这样就造成了两种方法推导的 C_n^2 不可能完全一致，而且无论是相位起伏求得的 C_n^2 大于光强闪烁求得的 C_n^2 ，还是光强闪烁求得的 C_n^2 大于相

位起伏求得的 C_n^2 都是有可能出现的。但整体上来说，两者对应的 C_n^2 随时间的变化趋势基本是一致的。

§3.2.3 闪烁及相位起伏功率谱密度的实验结果

前面第一章曾分析了在弱起伏条件下，闪烁的功率谱密度 $W_I(f)$ 以特征频率 $f_0 = v/\sqrt{\lambda L}$ (v 是光传播路径上的横向风速的大小， $\sqrt{\lambda L}$ 是 Fresnel 衍射尺度) 为界分为低频段和高频段两个区间。且低频段为常数，高频段呈幂指数变化，在 f_0 处的转折明显；而相位起伏频谱与闪烁频谱的明显区别在于，在低频段和高频段都具有相同的幂率关系，只不过系数有 2 倍的差别。当湍流折射率起伏频谱符合 Kolmogorov 谱型时，闪烁谱的高频段以及相位频谱在整个频率段上都符合 $-8/3$ 指数率，即满足

$$\begin{aligned} W_I(f \ll f_0) &= C_1 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} / f_0; \\ W_I(f \gg f_0) &= C_2 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} / f_0 (f / f_0)^{-8/3}; \\ W_S(f \ll f_0) &= 2W_I(f \gg f_0); \\ W_S(f \gg f_0) &= W_I(f \gg f_0); \end{aligned} \tag{3.19}$$

式中 C_1 、 C_2 为常数参数。

上述理论适合探测器口径 $D \approx 0$ 时得到的，对于探测器口径大于零时的闪烁频谱需要考虑孔径滤波的影响，饶瑞中等借助于高斯数值积分的方法研究了口径尺寸对闪烁谱密度的影响^[89]，结果如图 3.16 所示。图中绘出了接收口径分别为：

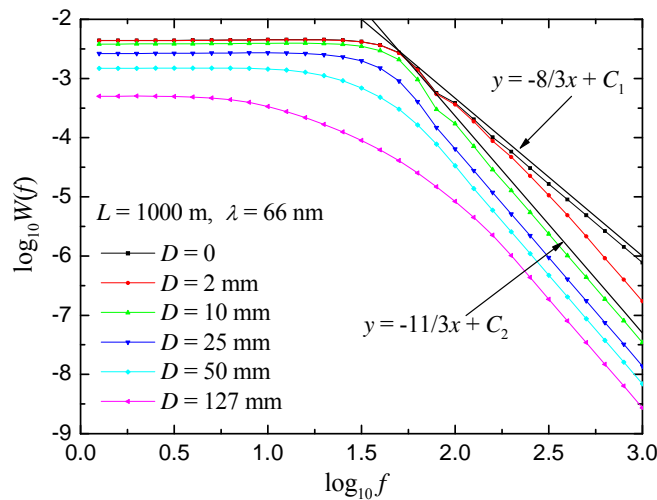


图 3.16 不同接收口径时的闪烁功率谱

Figure 3.16 The temporal spectra for scintillation in apertures with different diameters

0、2 mm、10 mm、25 mm、50 mm 和 127 mm 时的闪烁频谱，折射率频谱采用 Kolmogorov 谱，并设定 $C_n^2 = 5 \times 10^{15} m^{-2/3}$ ，属于弱起伏条件。由图可知：对于点闪烁，频率高于 f_0 的频谱呈幂指数变化关系，幂指数为 -8/3；当接收口径逐渐增大但小于 $\sqrt{\lambda L}$ 时，在很高的频率上功率谱偏离 -8/3 斜率，以更快的幂律下降；当接收口径接近 $\sqrt{\lambda L}$ 时，高频功率谱完全呈现 -11/3 的幂律；当接收口径接近 $\sqrt{\lambda L}$ 并进一步增大时，特征频率 f_0 作为功率谱高频与低频的分界点越来越模糊，功率谱低频部分向高频部分的转折越来越平缓。

根据上面的分析，对传感器测量的光强起伏和相位起伏的时间功率谱分别进行了分析。首先对于点接收的情况，我们考察一个像素点上的光强和相位连续 3000 帧起伏的频谱。图 3.17(a),(b)为相位起伏时间功率谱的实验结果，选取的实验时间分别为同一天的 13:00 和 23:30，图中横坐标为频率的对数值，纵坐标为相位频谱的对数值，各图中同时画出了一条斜率为 -8/3 的直线作为参考。根据奈维斯特采样定理，采集卡的采样频率为 955Hz，实际反应的湍流信号频率为采样频率的一半，可以看出两图的相位频谱在整个频率段上都较好的符合 -8/3 指数率，这与理论预言的结果相一致。图(b)频率大于 100Hz 显示的是噪声频谱，这是由于夜间湍流强度起伏变弱，相位谱密度的截止频率约为 100Hz。

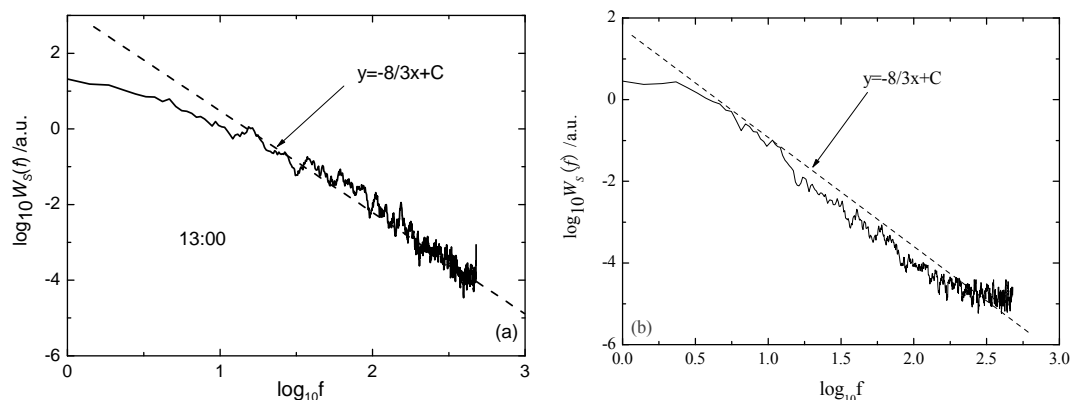


图 3.17 传感器测量的相位起伏时间功率谱

Fig 3.17 Power spectra density of phase fluctuation from S-H sensor.

图 3.18(a~d)是单个像素点上光强起伏时间功率谱密度的实验结果，与分析

相位频谱一样，图中横坐标仍然为频率的对数，纵坐标为闪烁频谱的对数值，各图中同时画出了一条斜率为 $-8/3$ 的直线作为参考。同时为了对比，在图 3.18(b~d)画出了图一次实验不同像素点的闪烁频谱。从图中可以看出，探测器不同位置处的测量的结果基本一致，闪烁频谱在整个频率段上分为两段，在低频段呈常数分布，而高频段与频率近似满足 $-8/3$ 指数幂率，夜晚湍流起伏变弱，达到一定截止频率后，呈现的是噪声信号的频谱如(如图(c)和图(d))，这与理论预言的点闪烁测量的闪烁频谱的结果相一致。

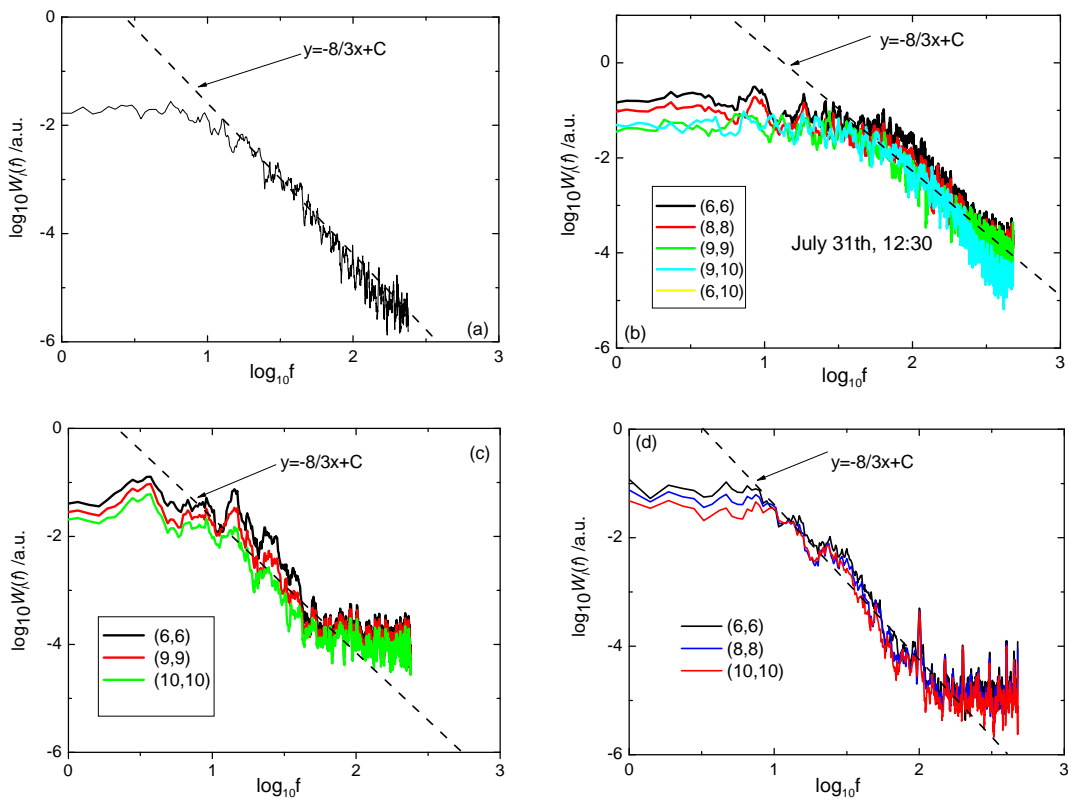


图 3.18 传感器测量的光强起伏时间功率谱(a),(b)白天; (c),(d)夜晚.

Fig 3.18 Power spectra density of intensity fluctuation from S-H sensor.

(a),(b): for daytime; (c),(d): for night.

采用§3.1.2.1 节介绍的方法，将子孔径按同心圆进行合并，考察不同圆形口径 $d1 = 0.0mm; d2 = 26.67mm; d3 = 33.33mm; d4 = 53.33mm; d5 = 80.0mm; d6 = 120.0mm$ 上闪烁频谱随频率的分布，典型的实验结果如图 3.19 所示。从图中可以看出，正与数值积分计算的结果(见图 3.16)一样，随着探测器口径的增大，各闪烁频谱低频段的幅度越来越小，低频段向高频段的转折频率即特征频率越来越模糊。

另外，从图上还可以看出，在高频指数区间，随口径的增大，频谱并没有按更快的幂率下降，而且还有其它一些实验结果也出现了类似的与前面理论相违背的情况，有关这部分现象的原因将在本论文的第五章给出详细的理论解释。

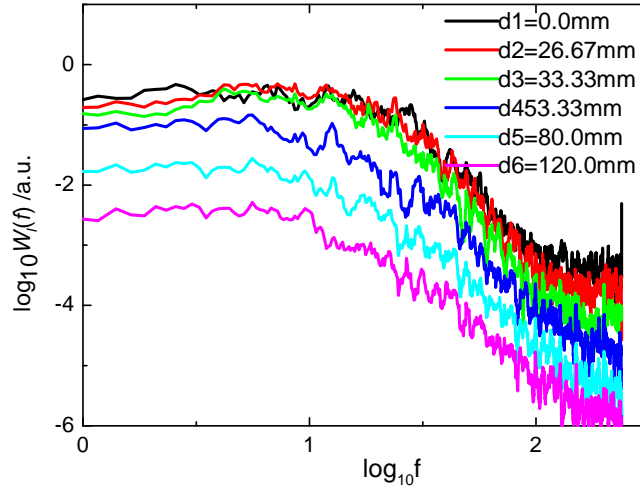


图 3.19 传感器测量的不同口径闪烁频谱密度

Fig 3.19 Power spectra density of intensity fluctuation on different apertures from S-H sensor.

§3.3 小结

本章阐述了利用 S-H 传感器进行闪烁和相位起伏效应同时测量的方法，以及通过一系列实验验证这一测量技术的可行性。

首先对所选光源的稳定性进行了实验验证，结果表明光源的发光功率相对比较稳定；接着给出了数据处理中设置的传感器灰度值阈值大小以及这样选取的依据，通过将三种闪烁方差统计方法的比较，证明了可以将一个统计样本中时间与空间光强数据融合处理，从而大大增加了统计样本点，使得测量结果更加准确可靠；此后将闪烁测量得到的湍流强度的路径平均值与大口径闪烁的测量结果进行了对比，发现二者在随时间变化趋势上具有较好的一致性，由此表明将 S-H 传感器用于湍流闪烁效应的测量是可行的。

进行了水平 1000m 的近地面湍流大气闪烁和相位起伏效应的同时测量，对两效应推导的湍流折射率结构常数的日变化进行了对比分析，结果表明无论是冬季还是夏季的实验结果，两效应得到的 C_n^2 都很好符合近地面弱湍流起伏的统计特性，而且二者的日变化趋势基本保持一致，对存在细微差别的原因进行了说明。同时对测量的闪烁和相位起伏的功率谱密度进行了分析，发现无论是点接收的相

位和光强起伏功率谱密度，还是不同孔径上测量的闪烁频谱，都与理论预计结果基本一致，进一步说明可以利用 S-H 传感器进行闪烁和相位起伏效应的同时测量。

该方法不仅拓展了传感器的使用功能，而且避免了不同仪器同时测量大气湍流参数带来的系统偏差，具有重要的工程意义。

第四章 Shack-Hartmann 传感器用于测量路径横向风速

观察光强起伏的时空间连续变化图像时,可以明显看到所有子孔径上的光强沿同一方向‘飘流’,这是由于光传播路径上存在横向风速引起的。本章主要阐述时空间闪烁相关法测量路径横向风速的原理,利用 S-H 传感器实现了水平路径平均横向风速的测量,并将结果与风速计的测量结果进行了比对,最后对光传播路径上横向风速廓线的反演进行了探讨,并给出了初步的实验结果。

§4.1 引言

湍流大气中横向风速是影响光波大气传输的重要因素之一。对一般的激光传输,横向风速是确定大气相干时间、决定光波起伏频谱的重要参量;对高能激光大气传输,传输光路上的横向风速是决定热晕效应强弱的关键因素^[1,2,90]。横向风速与湍流强度决定着光波的相干特性,自适应光学系统的 Greenwood 频率和 Tyler 频率又与大气相干时间相关,这两者又分别决定自适应光学系统的变形镜和倾斜镜的控制带宽^[91]。另外,在天文高分辨光学成像技术中,如斑点成像技术中的斑点寿命和光干涉中的条纹最大积分时间的物理本质均为大气相干时间,合理的选择曝光时间必须了解光传输路径上的横向平均风速。有时为了需要,研究者更希望能准确得到光传播路径上横向风速的路径分布,因此,实时、准确的测量横向风速,无论是在理论研究还是工程应用上都有重要的意义。

目前,对横向平均风速的测量有多种方法,直接的测量方法是将多个超声风速计布置在传输路径的不同位置,将各个风速计的测量结果求取平均从而得到横向平均风速,该方法无法实现特殊路径(例如海、湖面上空或者飞机场跑道上空等)的测量。利用微波雷达、多普勒雷达可以测量空间三维风速,分解到光路的横向方向从而得到横向风^[92],然而这些技术的设备造价及维护成本都比较高。此外,还有利用差分图像起伏速度测量横向平均风速^[93,94],测量过程中取光波到达角沿某一个固定的方向,假定大气三维风在接收面内的投影的风向之后计算风速,该方法中接收面内的风速与风向密切相关,且测量过程中风向不断发生变化,故在应用时存在一些难度。总体而言,上述这些方法在测量上要么设备造价高、维护成本高,要么测量不够准确或者难以实现。

为了克服这些不足,国外已有学者提出利用时空间闪烁相关法来反演光波路径上横向风速的信息的方法^[95-99]。闪烁相关法测量横向风速的基本原理为:利用垂直于光路平面上,间距为 ρ 的两个相互独立的探测器接收到的光强信号,分析二者的时间延迟交叉相关函数,即可得到湍流路径上横向风速的大小,横向风速的方向平行于两探测器之间的连线。对该方法报道的最多的是如何在理论上由时间延迟相关系数得到横向风速,而对于实际大气的实验测量却少见报道。前面我们通过大量的实验,证明了利用 S-H 传感器进行闪烁效应测量的可行性,结合该仪器独有的构造特点,每一个子孔径均可看作有一定接收面积的光强探测器,利用任意两个子孔径即可实现闪烁相关法横向风速的测量^[100],换言之,通过将相同方向的间距相等的多对子孔径测量结果取平均,使得横向风速的测量结果更加准确可靠。同时,通过选取合理的权重函数,能进一步实现横向风速廓线的反演。这进一步拓展了 S-H 传感器的使用功能。

§4.2 闪烁相关法测量横向风速的原理

根据第一章的理论分析,垂直于光传播路径平面上空间间距为 ρ 的两点,对数振幅的协方差函数为 $C_\chi(\rho) = \langle \chi(\rho_1 + \rho)\chi(\rho_1) \rangle$, 由随机介质中光传播理论和 Rytov 近似条件,可以得到

$$C_\chi(\rho) = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty J_0(\kappa\rho\gamma) \sin^2\left(\frac{\kappa^2\gamma(L-z)}{2k}\right) \Phi_n(\kappa, z) \kappa F(\kappa, D_t, D_r) d\kappa \quad (4.1)$$

Taylor 湍流冻结假说理论告诉我们:空间某点某个物理量的瞬时变化是由通过该点的大气运动(由横向风速 $v(z)$ 表征)引起的,而大气内部的运动可以忽略不计。

根据此假说,可以将(4.1)式重写为

$$C_\chi(\rho, \tau) = (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty J_0(\kappa|\rho\gamma - v(z)\tau|) \sin^2\left(\frac{\kappa^2\gamma(L-z)}{2k}\right) \Phi_n(\kappa, z) \kappa F(\kappa, D_t, D_r) d\kappa \quad (4.2)$$

式中 τ 为两探测器信号的时间延迟, $\gamma = z/L$ 是球面波的传播因子,其它符号的意义同前。 $\Phi_n(\kappa, z)$ 表示折射率起伏的三维功率谱密度,这里我们采用

Kolmogorov 谱的形式, 即 $\Phi_n(\kappa, z) = 0.033C_n^2(z)\kappa^{-11/3}$, 式中 $C_n^2(z)$ 表示湍流强度, 通常对于水平大气传输可以认为该参量在整个路径上为常数。结合我们实际的实验装置, 对孔径滤波函数 $F(\kappa, D)$, 我们选择考察发射孔径 $D_t = 0$, 接收孔径 $D_r = D$, 即

$$F(\kappa, D_t, D_r) = \left[\frac{2J_1(\kappa D z / 2L)}{\kappa D z / 2L} \right]^2 \quad (4.3)$$

得到协方差函数的一般形式如图 4.1 所示, 图中以自相关协方差($\rho = 0$)达到峰值的时间延迟为横坐标的原点。由自相关协方差和互相关协方差可以得到几个反应路径横向风速的参数: ①峰值时间延迟 τ_p , ②自、互相关协方差曲线交叠时间延迟 τ_c , ③自相关协方差半峰时间延迟 τ_f , ④互相关协方差在时间延迟为零时的斜率 f_s 。由此可以派生出所谓峰值法 ($v_p \sim \rho / \tau_p$), 交迭法 ($v_c \sim \rho / \tau_c$), 频率法 ($v_f \sim 1 / \tau_f$) 以及斜率法 ($v_s \sim f_s$) 以求风速。从各种影响测量精度的因素、技术上和使用上一些综合分析来看, 斜率法较为可取, 我们也选用这种方法。

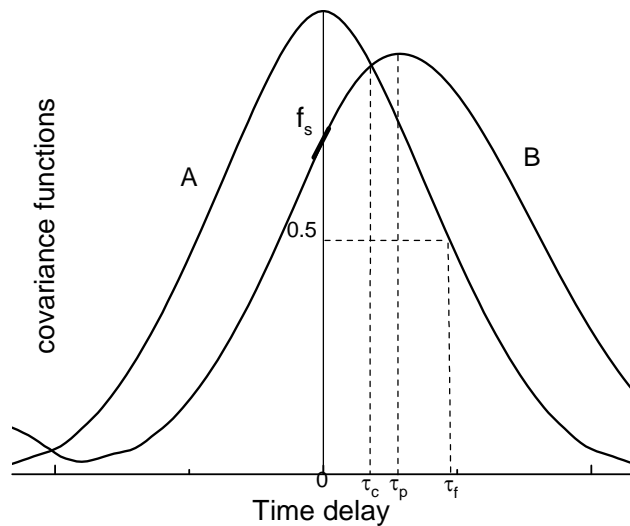


图 4.1 典型的时间延迟协方差函数(A: 自相关协方差; B: 互相关协方差)

Fig. 4.1 Typical time delay covariance functions (A for auto-covariance; B for cross-covariance)

引入归一化时间延迟交叉相关函数, 将其定义为光强起伏的时空间交叉相关

函数与闪烁指数的比值，即：

$$b_l(\rho, \tau) = \frac{B_l(\rho, \tau)}{B_l(0, 0)} = \frac{4C_\chi(\rho, \tau)}{4\sigma_\chi^2(D)} = \frac{B_l(\rho, \tau)}{\beta_l^2(D)} \quad (4.4)$$

将(4.2)式和球面波的闪烁指数代入(4.4)式，得到

$$b_l(\rho, \tau) = \frac{\int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} J_0(\kappa|\rho z/L - v(z)\tau|) \sin^2\left(\frac{\kappa^2 z(L-z)}{2kL}\right) \left[\frac{2J_1(z\kappa D/2L)}{z\kappa D/2L}\right]^2}{\int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2\left(\frac{\kappa^2 z(L-z)}{2kL}\right) \left[\frac{2J_1(z\kappa D/2L)}{z\kappa D/2L}\right]^2} \quad (4.5)$$

这样就消除了湍流折射率结构常数的不确定性。图 4.2 描绘了典型的归一化时空交叉相关函数 $b_l(\rho, \tau)$ 随时间延迟 τ 和空间距离 ρ 的变化情况。

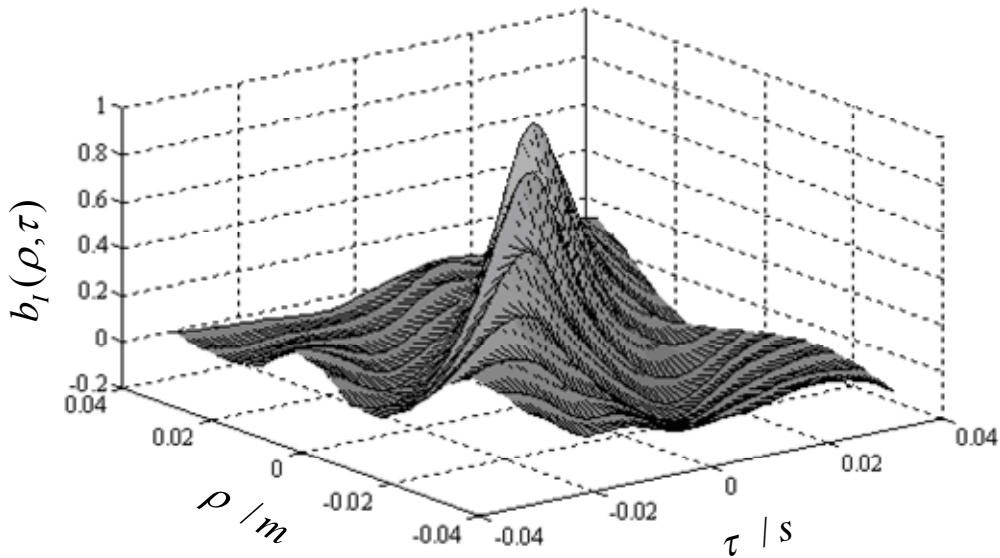


图 4.2 典型的归一化时空延迟交叉相关函数

Fig. 4.2 Typical normalized temporal and spatial delay cross covariance function

固定孔径之间的间距 ρ ，将(4.5)式对时间延迟求偏导并令 $\tau = 0$ ，可得归一化时间延迟互相关函数(简称互相关零延迟斜率)在 $\tau = 0$ 处的导数的表达式为：

$$f(L) = \frac{\int_0^L dz W(z) v(z)}{\int_0^L dz \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2\left(\frac{\kappa^2 z(L-z)}{2kL}\right) \left[\frac{2J_1(z\kappa D/2L)}{z\kappa D/2L}\right]^2} \quad (4.6)$$

其中

$$W(z) = \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-5/3} J_1(\kappa\rho z/L) \sin^2\left(\frac{\kappa^2 z(L-z)}{2kL}\right) \left[\frac{2J_1(z\kappa D/2L)}{z\kappa D/2L}\right]^2 \quad (4.7)$$

称为横向风速的路径权重函数。当测量系统参数固定后，横向风速加权函数的路径积分与互相关零延迟斜率一一对应。前面分析了 S-H 传感器的每一个入射子波、子孔径透镜以及相应的 CCD 面元构成一个光强探测系统，可以测量入射到传感器上的子波面的光强起伏，统计空间特定间隔的两个子孔径的光强信号随时间的起伏，即可得到归一化时间延迟交叉相关系数，得到闪烁互相关零延迟斜率，进一步得到横向风速的结果，这就是利用 S-H 传感器测量横向风速的基本原理。

§4.3 横向风速路径权重函数的选取

上一节提到交叉相关斜率是横向风速加权函数的路径积分值，因此权重函数的不同选取将会影响横向风速的反演结果。另外，利用闪烁相关法测量风速，必须保证所选两个子孔径之间光强是相关的，在弱起伏条件下，对数振幅(光强)的空间相关距离约为 Fresnel 尺度 $\sqrt{\lambda L}$ ，平均而言，若一点的光强很强，则距该点 $\sqrt{\lambda L}$ 处的另一点的光强就较弱^[1]。前面介绍了传感器子孔径等效口径 $d = 6.667\text{mm}$ ，波长为 660nm 的光传输 1000m 的距离后，波阵面上 Fresnel 尺度约为 $4d$ ，即当两个子孔径间距大于 $4d$ 时，探测到的光强信号是不相关的。实验结果也证明了这一结论，如图 4.3 所示，两图的纵坐标表示光强相关系数，横坐标分别为 x, y 方向上两子孔径之间的网格数，其中 x, y 正方向的规定见图 4.4，即在垂直于光路平面上且顺着光传播方向看，自左往右为 x 轴正方向，自上往下为 y 轴正方向，并规定所讨论的光路的横向风的方向平行于 x 轴。因此对于水平 1000m 路径上横向风速的测量，可供选择的子孔径对之间的间距 $\rho = d, 2d, 3d, 4d$ 。

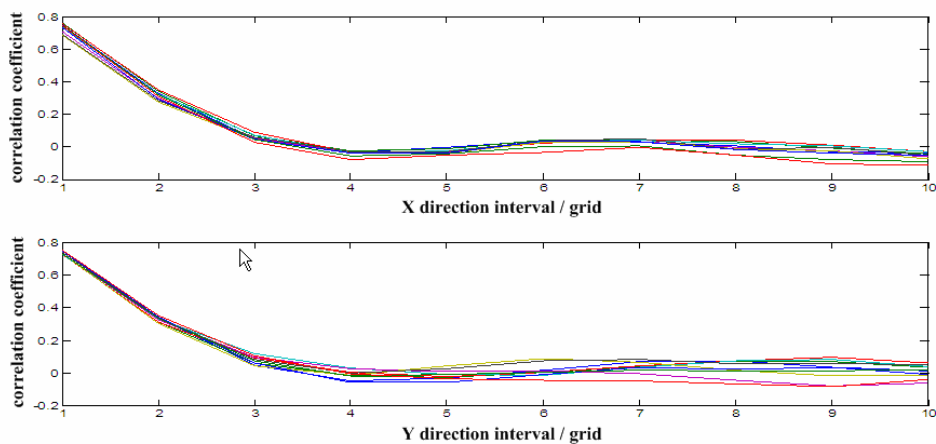


图 4.3 子孔径对之间光强起伏的相关性随二者之间的网格间距的变化

Fig 4.3 Variety of scintillation correlation of subaperture pairs with grid separations.

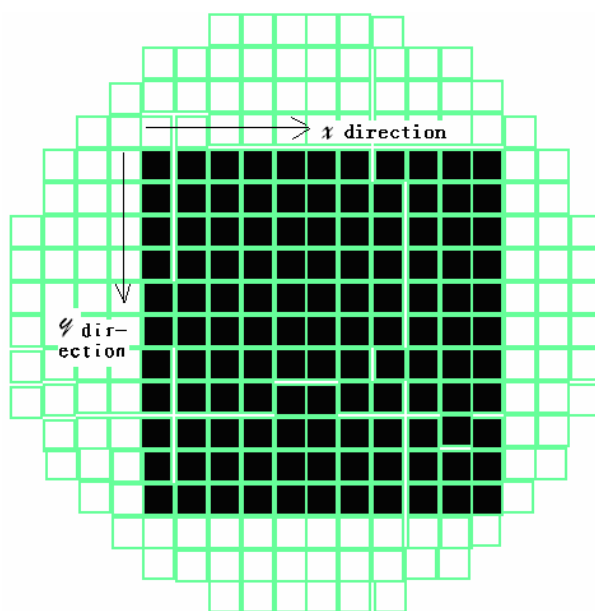


图 4.4 S-H 传感器孔径网格平面上坐标轴规定

Fig 4.4 Coordinate axis on the grid plane of S-H wavefront sensor.

图 4.5 画出了权重函数 $W(z)$ 的不同形式，横坐标表示归一化路径 $u = z/L$ 位置，纵坐标为不同间距子孔径对对应的权重函数，图中 $\xi = \rho/\sqrt{\lambda L}$ ，定义为归一化间距。为了对比，图中同时给出了满足路径上对称分布的权重函数形式(图中实线所示)，此时对应的 $\xi = 0.33$ 。从图上可以看出，随着两探测器之间的间距不同，该权重函数对传输路径不同部分的敏感程度也有所差异，而且与点接收情况

相比，探测器口径 $d > 0$ 时远场的权重负值分量远远减小^[96]。

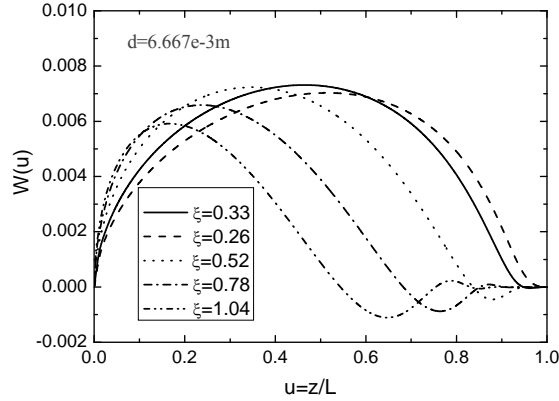


图 4.5 横向风速的归一化路径权重函数

Fig. 4.5 Weighting functions of transverse wind speed as a function of normalized path

§4.3.1 路径平均横向风速权重函数

利用闪烁相关法测量路径横向平均风速是基于横向风速沿路径均匀分布这一前提，因此传感器根据交叉相关斜率 $f(L)$ 计算出的 \bar{v} 是路径等效平均值。而前面提到实验中光路下垫面分布较为复杂，实际上横向风速沿路径分布总是不完全均匀的，将横向平均风速的测量原理公式重写如下：

$$f(L) = \frac{\int_0^1 dz W(u) v(u)}{\int_0^1 du \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2 \left(\frac{\kappa^2 Lu(L-u)}{2k} \right) \left[\frac{2J_1(u\kappa D/2)}{u\kappa D/2} \right]^2} \quad (4.8)$$

其中核函数 $W(u) = \int_0^1 du \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} J_1(\kappa \rho u) \sin^2 \left(\frac{\kappa^2 Lu(L-u)}{2k} \right) \left[\frac{2J_1(u\kappa D/2)}{u\kappa D/2} \right]^2$ 。从该式可以明显看出：对于路径上某一位置 u_0 ，横向风速是固定的，对于从路径 a 端到 b 端的传输而言，核函数为 $W_{a \rightarrow b}(u_0)$ ，对于从路径 b 端到 a 端的传输，核函数为 $W_{b \rightarrow a}(1-u_0)$ ，因此对于同样的风速分布，不同的核函数就造成积分值的不同，也即 $f(L)$ 的不同。唯一可以消除这种同一传播路径、不同传播方向造成 $f(L)$ 不同的情况是：核函数以路径中部为中心对称分布，即只有选择对称分布的风速权重函数，才能保证测量结果不会因为光源与探测器的放置顺序不同而不同。结合

实际的实验装置, 我们采用相邻子孔径对进行实验测量, 能保证横向风速的权重近似以路径中部为中心对称分布, 即图 4.5 中 $\xi = 0.26$ 对应的情况。

于是可以得到光传输路径上横向平均风速为

$$\bar{v} = \frac{f(L)}{cons.} \quad (4.9)$$

该式中 $cons. = \frac{\int_0^L dz W(u)}{\int_0^1 du \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2 \left(\frac{\kappa^2 Lu(1-u)}{2k} \right) \left[\frac{2J_1(u\kappa D/2)}{u\kappa D/2} \right]^2}$, 可以利用高斯数值积分^[101]得出。为了避免光束边缘效应带来的测量误差, 我们选取图 4.4 黑色区域内且沿 x 方向上相邻的子孔径对进行分析, 测量求得二者之间的闪烁互相关零延迟斜率系数, 即可得到横向平均风速的大小, 正值表示沿着 x 轴正方向, 反之负值表示沿着 x 轴负方向。实验中我们将平行于 x 方向的多对子孔径对的测量结果取平均, 然后计算横向平均风速。

§4.3.2 路径横向风速廓线权重函数

§4.3.2 路径横向风速廓线权重函数

前面分析了路径平均横向风速的权重函数, 为保证测量结果不会因光源与探测器的放置顺序不同而不同, 选取了近似满足以路径中部为中心对称分布的权重。从图 4.5 可以看出相邻子孔径对即 $\xi = 0.26$, 对应的路径权重函数在中部偏远场取得最大值, 而归一化间距为 $\xi = 0.52, \xi = 0.78$ 的子孔径对对离光源较近的路径湍流比较敏感, 这就为我们利用不同间距的子孔径对之间的光强起伏相关性, 尝试横向风速的廓线反演提供了可能。我们将路径均分为 2 段, 靠近光源的前 500 米作为第一段, 靠近探测器的后 500 米作为第二段, 分别计算求出每一段的横向风速。将(4.8)式分段写为

$$f_i(L) = \frac{\int_0^{0.5} du W_{i1}(u) \bar{v}_1 + \int_{0.5}^1 du W_{i2}(u) \bar{v}_2}{\int_0^1 du \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2 \left(\frac{\kappa^2 Lu(L-u)}{2k} \right) \left[\frac{2J_1(u\kappa D/2)}{u\kappa D/2} \right]^2} \quad (4.10)$$

其中 $i = 1, 2, 3$, 分别对应子孔径对归一化间距为 $\xi = 0.26; 0.52; 0.78$ 时得到的, 用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} = \frac{\Delta z}{C_0} \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \\ W_{31} & W_{32} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

这里 $\Delta z = 500$ ， $C_0 = \int_0^1 du \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-8/3} \sin^2 \left(\frac{\kappa^2 Lu(L-u)}{2k} \right) \left[\frac{2J_1(u\kappa D/2)}{u\kappa D/2} \right]^2$ ， (f_1, f_2, f_3)

可以由实验结果得到。而重构矩阵矩阵元的取值为：

W_{11} 、 W_{12} 分别取 $\xi = 0.26$ 的第一段中点处(即离光源 250 米)权重值和第二段中点处(即离光源 750 米)权重值；

W_{21} 、 W_{22} 分别取 $\xi = 0.52$ 的第一段中点处(即离光源 250 米)权重值和第二段中点处(即离光源 750 米)权重值；

W_{31} 、 W_{32} 分别取 $\xi = 0.78$ 的第一段中点处(即离光源 250 米)权重值和第二段中点处(即离光源 750 米)权重值。

针对我们的水平 1000m 光传输实验探测参数，该重构矩阵具体形式为

$$\begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \\ W_{31} & W_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00582 & 0.00571 \\ 0.00694 & 0.00214 \\ 0.00658 & -0.00084777 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

然后，利用前章内容介绍的奇异值分解法，即可得到横向风速两段反演的结果。

§4.4 路径横向风速的实验测量

利用现有的口径为 120mm 的 S-H 传感器进行了水平 1000m 的横向风速测量实验，实验装置示意图如图 4.6 所示。实验仪器的基本参数与第三章介绍的基本一致，这里需要补充说明的是，实验中整个光路的方向为北偏西 12° ，即图中 $\alpha = 0.209\text{rad}$ 。

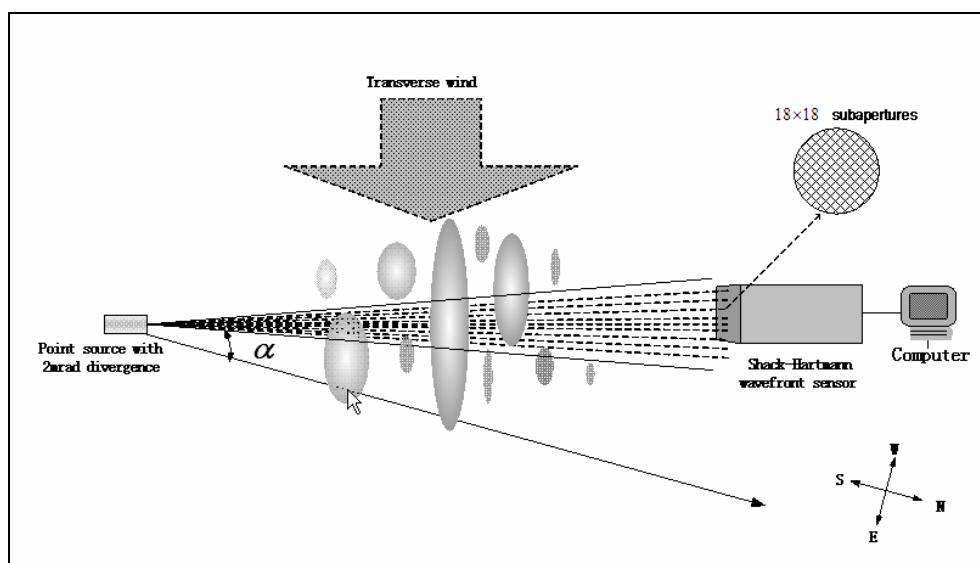


图 4.6. 横向风速测量装置示意图

Fig.4.6 Schematic diagram for transverse wind speed.

§4.4.1 路径平均横向风速测量结果

§4.4.1.1 传感器不同位置子孔径对测量结果的对比

前面提到为了避免光束边缘效应带来的测量误差,我们选取的相邻子孔径对基本处于传感器的中间部位,即图 4.4 黑色区域。首先为了验证测量结果的自洽性,随机选取了该区域内平行于 x 方向的四对子孔径对,将它们得到的路径平均横向风速的结果进行了分析,比对的结果如图 4.7 所示,从左图中可以看出利用四对子孔径信号测量的结果在变化趋势和风速数值上几乎完全一致,右图的相关性分析表明两两之间的相关系数达 0.988,由此验证了 S-H 传感器用于横向平均风速测量的自洽性。在下面的测量中,我们将取这四对子孔径对测量结果的平均值,以保证测量结果更加准确可靠。

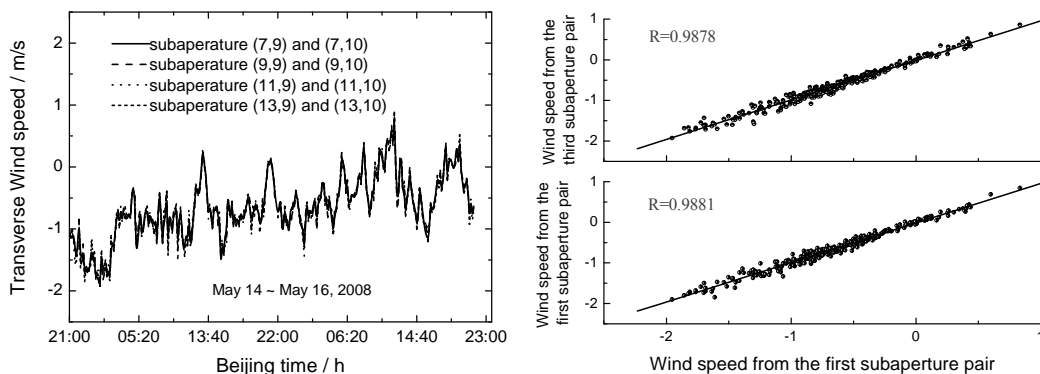


图 4.7. S-H 传感器四对子孔径对测量结果的对比

Fig. 4.7 Comparison of wind speed for four pairs of sub-apertures of S-H sensor.

§4.4.1.2 x,y 正交方向上横向风速结果的对比

图 4.8 是传感器上沿平行于 x,y 方向上相邻子孔径对测量的横向风速随时间变化的结果，其中实线为平行于 x 方向上相邻孔径对测量的结果，虚线为平行于 y 轴方向相邻孔径对测量的结果。从图中可以看出，首先平行于 x 方向的横向风速明显大于平行于 y 方向的横向风速，后者一直处于零值附近，这是因为 y 方向垂直于地面，风速分量几乎为零；其次平行于 x 方向的横向风速随时间的变化起伏较大，(a)图风速为正，表明路径上横向风沿 x 轴正方向，而(b)图风速为负，表明横向风的方向沿 x 轴负方向，风速大小夜间明显大于白天。

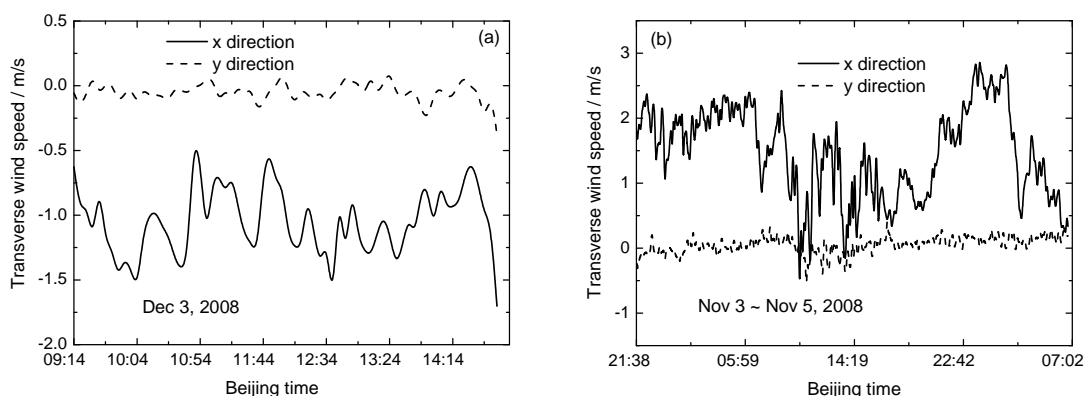


图 4.8 x,y 正交方向上横向平均风速测量结果的对比

Fig.4.8 The comparison of path-average transverse winds derived from x and y direction.

§4.4.1.3 与风速计测量结果的对比

为了验证 S-H 传感器用于路径横向风速测量结果的准确性,我们将其与布置在接收端附近的 15 米铁塔上的风速计同时测量的结果进行了对比,风速计的型号为 05103 风速风向传感器,每 20s 得到一组三维风速数据。根据风速计测得的水平风速,将其向传感器光路的横向方向(即 x 方向)进行投影,如图 4.9 所示,图中 α 为光路方向与正北方向的夹角, β 为风速计水平风 v_{hor} 与正北方向的夹角,

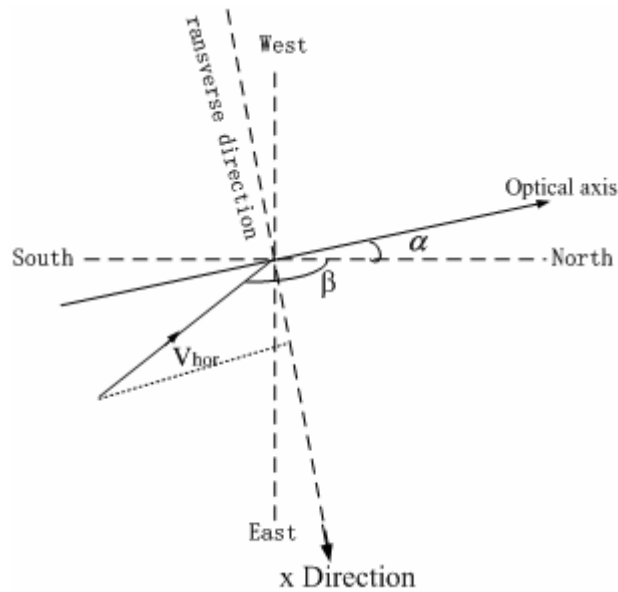


图 4.9 风速计水平风速向传感器光路横向方向的投影示意图

Fig. 4.9 The level wind speed of the anemometer projecting to transverse direction of S-H sensor.

由图中几何关系可得风速计对应的横向风速大小为

$$v_{\text{anemometer}} = v_{\text{hor}} \cos(\alpha + \beta - \pi/2) \quad (4.13)$$

正值表示横向风的方向沿 x 轴正方向, 负值表示横向风的方向沿 x 轴负方向。

典型的两次实验选择的时间一次为以东北、西北风为主的 2007 年 11 月 22 日至 11 月 23 日, 另一次为西南、东南风为主的 2008 年 5 月 14 至 5 月 16 日, 两次实验都是在晴朗的天气状况下进行的。图 4.10 为传感器的测量结果与 15 米塔风速计测量结果的对比(对传感器的数据我们取前面提到的 x 方向上四对子孔径对的平均值), 对风速计按每 5min 的数据进行了平均处理。图中实线为 S-H 传

传感器测量的 1 千米湍流路径上横向风速，虚线为 15 米塔上风速计测量的水平风在传感器光路横向方向的分量。从图 4.10 (a)和(c)可以看出，两仪器测量的横向风速在数值上有微小差异，但在变化趋势上基本一致，而且二者测量的风向也基本一致。以传感器测量的横向风速为横坐标，以风速计测量的横向风速分量为纵坐标进行了线性拟合分析，从图 4.10 (b)和(d)看出，两次实验的线性相关系数分别为 0.84795 和 0.820，线性拟合的斜率分别为 0.921 和 1.076，由此表明传感器测量的路径横向平均风速结果是可靠的。

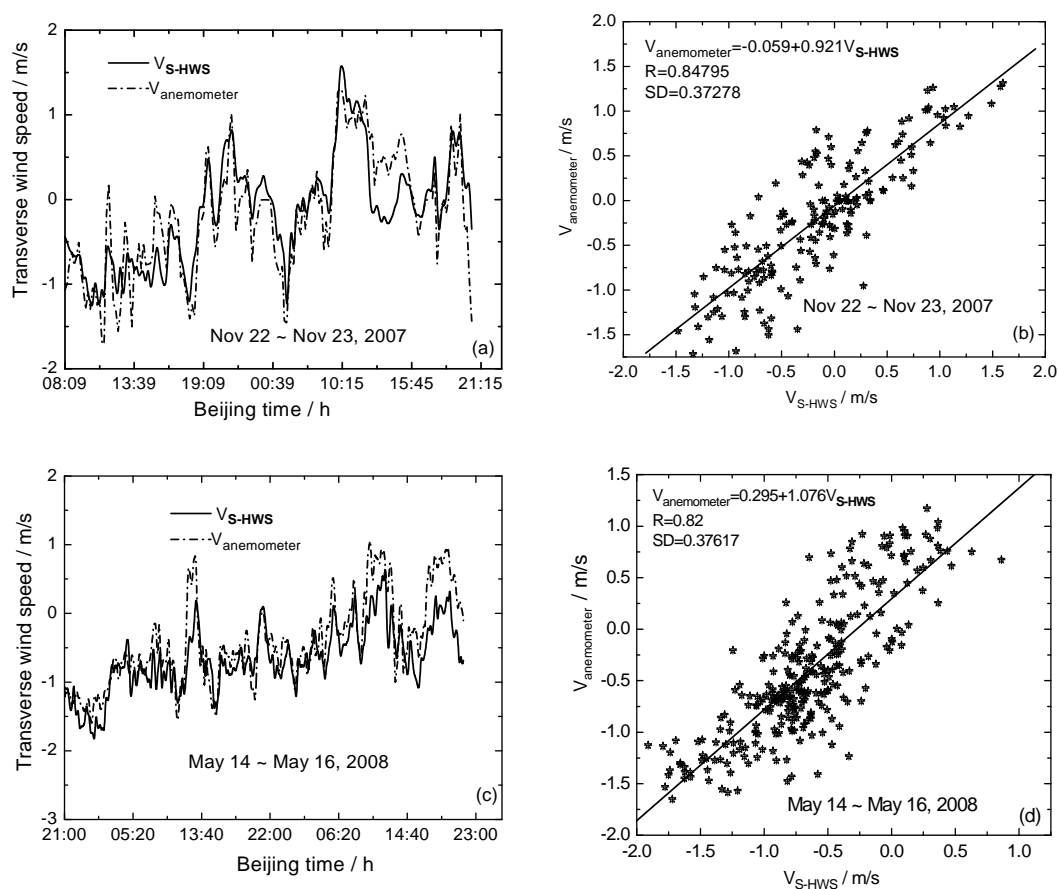


图 4.10 传感器测量的横向平均风速与 15m 塔处的风速计测量结果对比

Fig. 4.10 Comparison of wind speed from S-H sensor
and that of the anemometer in 15 meter tower

2008 年 1 月底合肥地区普降大雪，实验光路的整个下垫面覆盖着一层厚厚的白雪，对路径平均横向风速进行了测量。图 4.11 是 1 月 29 至 1 月 30 日两天的实验结果，图中实线是传感器的测量结果，虚线为风速计的测量结果，其中风速计间隔 20s 得到一个数据，而传感器两次数据的时间间隔为 5min。从图上容

易看出, 两仪器测量的横向风速在实验时间内具有一直的变化趋势, 风向沿 x 轴正方向, 而且白天风速较大, 最大风速达到 2.5m/s , 夜间风速减弱, 30 日凌晨 2 点至 5 点横向风速基本为 0m/s 。

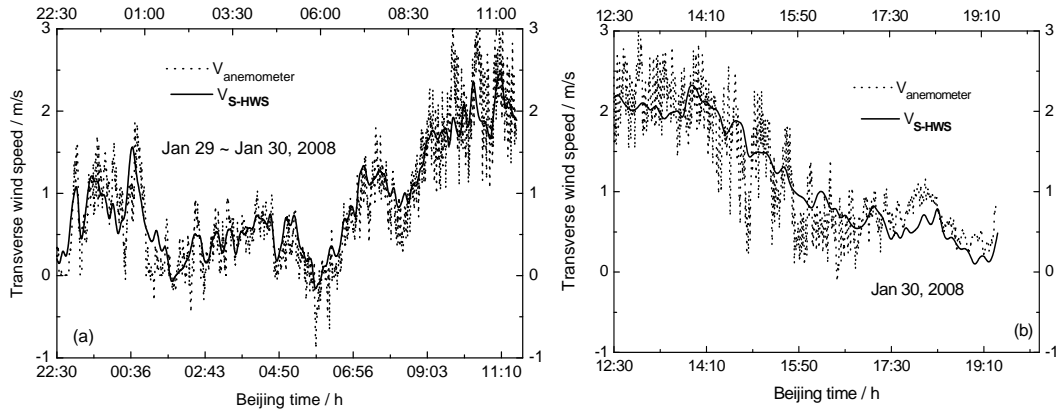


图 4.11 雪后传感器与风速计测量结果的对比

Fig. 4.11 Comparison of wind speed between S-H sensor and the anemometer after snow.

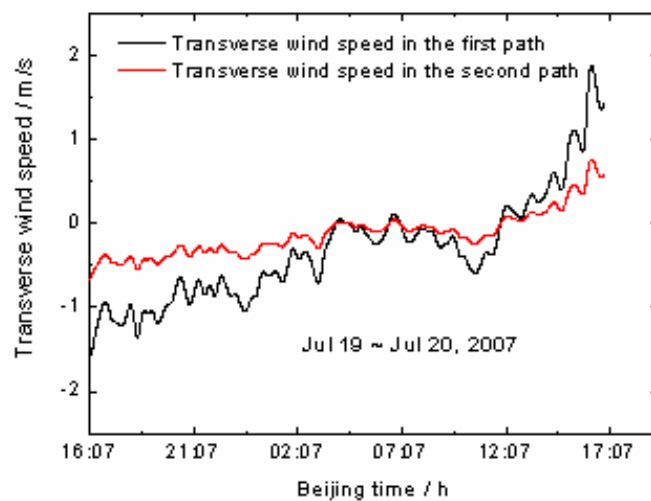
下面对 S-H 传感器和风速计的测量结果在数值上存在差异原因进行解释: 首先, 实验中 S-H 传感器测量的是 1 千米水平路径上横向风速的路径平均值, 整个光路离下垫面的高度约为 10 米, 而且第三章已经提及, 光路下垫面较为复杂: 在光源的近场部分为湖面, 远场部分为陆地, 中间部分为埂坝, 而风速计测量的是传感器接收端附近、离地高度为 15 米处的风速, 属于点测量值; 其次, 实验所用风速计是利用四片螺旋推进器旋转产生电压信号, 利用该电压信号的频率与风速成正比, 从而得到风速大小与方向。根据物理学知识, 当实际风速剪切较大, 特别是由较大风速值变化至趋近于零值风速时, 会导致其测量结果有较大误差。因此, S-H 传感器和风速计的测量结果存在微小差异是可以理解的。

§4.4.2 路径横向风速廓线反演的初步结果

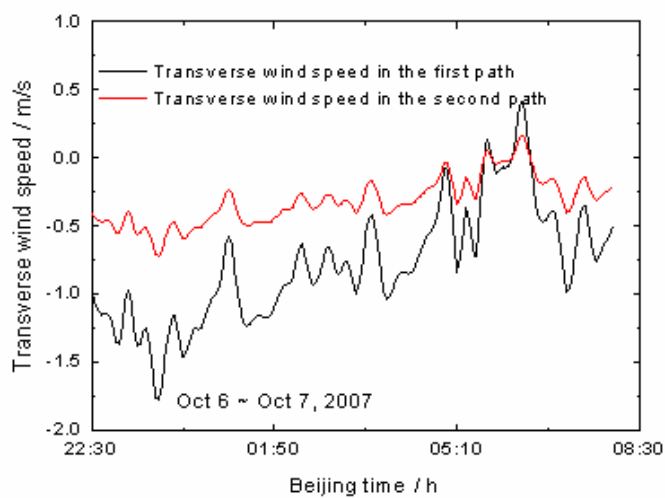
根据 §4.3.2 节介绍的方法, 利用不同间距子孔径对之间的闪烁相关数据, 将水平 1000m 光路均分为两段(从光源位置至路径中点为第一段, 下垫面为湖面和埂坝, 路径中点至接收端为第二段, 下垫面为埂坝和草地, 接收端附近有楼房等建筑物), 初步进行了路径横向风速廓线反演的测量, 下面介绍几次实验的结果

(见图 4.12), 各图中黑颜色的线为第一段横向风速时间序列, 红颜色的线为第二段横向风速时间序列:

2007-7-19 16:07~2007-7-20 17:00 时间段结果



2007-10-6 22:30~2007-10-7 2:30 时间段结果



2007-7-18 22:50~2007-7-19 8:40 时间段结果

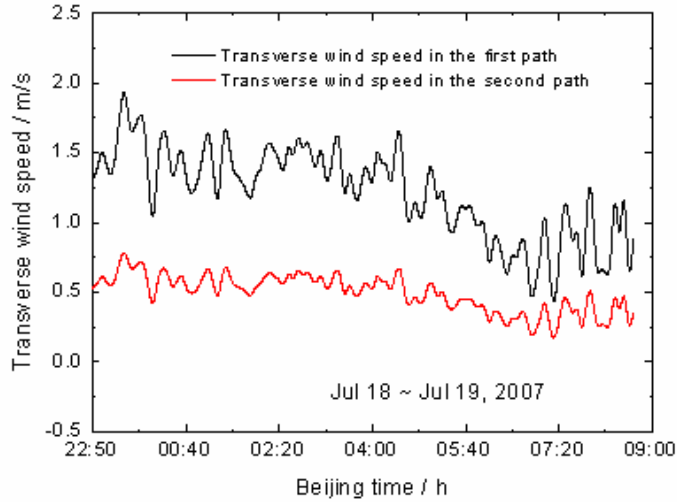


图 4.12 路径横向风速廓线反演的初步实验结果

Fig. 4.12 Preliminary experimental results for inversion of transverse wind speed profile.

从上述初步的实验结果可以看出，第一段与第二段路径上横向风速的时间序列在趋势上基本一致，而且方向也基本相同；第一段横向风速的大小均大于第二段风速大小，这与实际的实验路径密切相关，因为光源位于开阔的湖面上，近场区域几乎全为湖面，远场区域大部分为草丛、陆地，加之接收端附近楼群的阻挡，使得这一段上横向风速明显小于第一段是合理的。初步的实验结果表明，利用 S-H 传感器进行光传播路径上横向风速廓线的反演是可行的。

§4.5 小结

本章从闪烁相关法测量路径横向风速的基本原理出发，首次提出将 S-H 传感器用于路径横向风速反演的观点。分析了横向风速路径权重函数的选取原则，结合现有的实验装置参数指出，利用相邻子孔径对闪烁信号进行平均横向风速的测量，将使得测量结果不会因为探测器与接收装置放置顺序的不同而不同，而进行风速的廓线反演则需选择归一化间距为 0.26、0.52 以及 0.78 的子孔径对信号。根据这些理论分析，利用 S-H 传感器进行了水平 1 千米湍流大气实验测量，将测量的路径平均横向风速与接收端附近布置的风速计测量的横向风进行了对比，发现两系统的测量结果在方向和随时间的变化趋势上基本一致，并对两者在数值上存在微小差别的原因进行了分析。最后，对路径横向风速的

两段廓线反演进行了尝试性实验，结果表明光源近场的第一段风速与远场的第二段风速的时间变化趋势具有很好的一致性，但前者在数值上明显大于后者，对可能的原因进行了解释。

以上结果表明，将 S-H 传感器用于横向风速的测量是可行的，这进一步拓展了该传感器的使用功能。

第五章 不同折射率谱型对闪烁和相位起伏功率谱的影响

光波起伏频谱通常指归一化光强和相位起伏的时间功率谱,反映了光波起伏的频率范围及能量随频率的分布特性^[2]。根据光传播理论,光强起伏的频谱明显的分为低频段和高频段两个区间,在低频段的主要部分频谱呈常数,在高频段的大部分范围,频谱与频率呈负指数变化关系,满足标度不变律^[1],而相位起伏的功率谱明显区别于光强起伏功率谱主要在于,在低频段和高频段都具有相同的幂率关系,只是系数有2倍的差别。Clifford 和Lawrence等给出了Kolmogorov湍流谱条件下对数振幅和相位起伏频谱的理论表达式^[28,102],结果表明对数振幅的高频段以及相位频谱的整个频率段随频率的下降满足-8/3幂率,饶瑞中等利用数值计算的方法,计算了考虑探测器接收口径以及湍流内尺度时闪烁频谱高频段的复杂形状,讨论了实验结果与理论结果存在差异的可能原因,并指出湍流折射率谱型是造成这一差异的主要原因之一^[103,104],然而对于非Kolmogorov谱型,尤其是考虑湍流内外尺度的折射率谱型条件下,闪烁和相位起伏频谱的理论分析却未见详细报道。前文第三章中在对S-H传感器测量的闪烁和相位起伏谱密度进行分析时,曾发现了许多反常的光波频谱实验结果,这与湍流折射率谱型并不完全符合Kolmogorov形式不无关系。

为此,基于孔径接收下平面波的对数振幅和相位起伏的相关函数,推导得出了不同折射率谱型条件下闪烁和相位起伏频谱的解析表达式,进而讨论了折射率标度指数、内尺度与外尺度变化对光波闪烁和相位频谱的影响。

§5.1 实验中出现的反常光波频谱

实验处理过程中,我们发现有些情况下,闪烁频谱的低频段并不仅仅呈一常数,而是随频率的增加呈现一定的指数衰减形式,如图 5.1 所示,图中为将不同子孔径合并后,各同心圆圆形区域内($d = 0.0; 26.67; 33.33; 53.33; 80.0mm$)闪烁频谱密度,横纵坐标仍分别为频率和相应谱密度的对数值。或者在有些情况下,闪烁频谱的高频部分出现明显的泵浦现象,如图 5.2 所示,对比左右两图可以看出,左图五个圆形口径内在高频段都出现了泵浦现象,而右图中仅较小口径的探测器

上呈现高频泵浦现象。

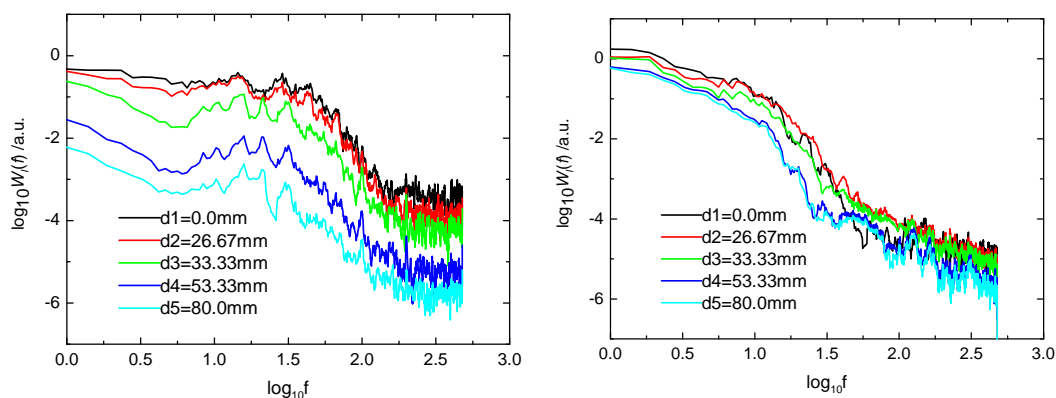


图 5.1 对数闪烁频谱的反常实验结果(一)

Fig 5.1 Abnormal experimental results of log-scintillation spectrum (一).

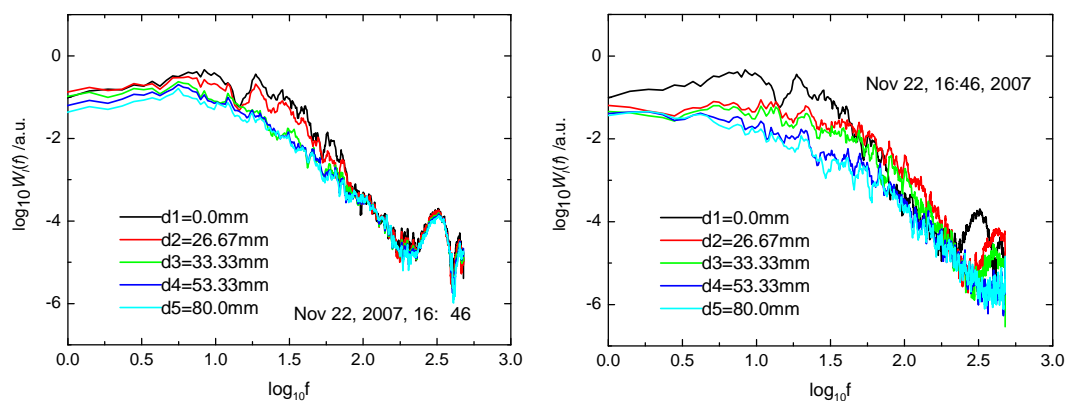


图 5.2 对数闪烁频谱的反常实验结果(二)

Fig 5.2 Abnormal experimental results of log-scintillation spectrum (二).

借助于确定湍流大气中光闪烁起伏频谱无标度区间的五段线性拟合方法^[105], 有时发现单个像素点闪烁频谱高频段的标度指数并不等于 $-8/3$, 如图 5.3 所示。

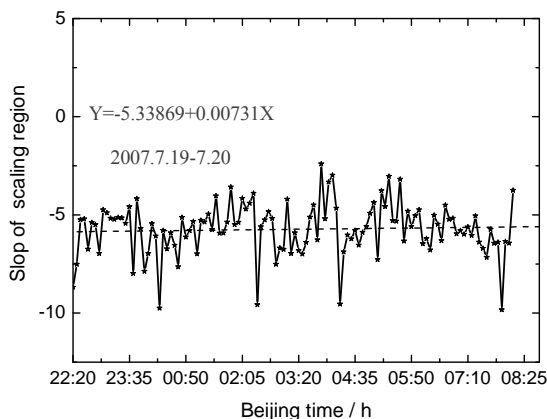


图 5.3 闪烁频谱标度指数的反常

Fig 5.3 Abnormal experimental results of scaling exponent of scintillation spectrum.

图 5.4 给出的是相位时间功率谱实验结果出现的反常结果，图(a)(b)显示高频段以大于-8/3 的幂率下降，而图(c)(d)在低频段也不像 Kolmogorov 理论分析的那样，而是出现了类似闪烁频谱近似呈现一个常数谱的形式。

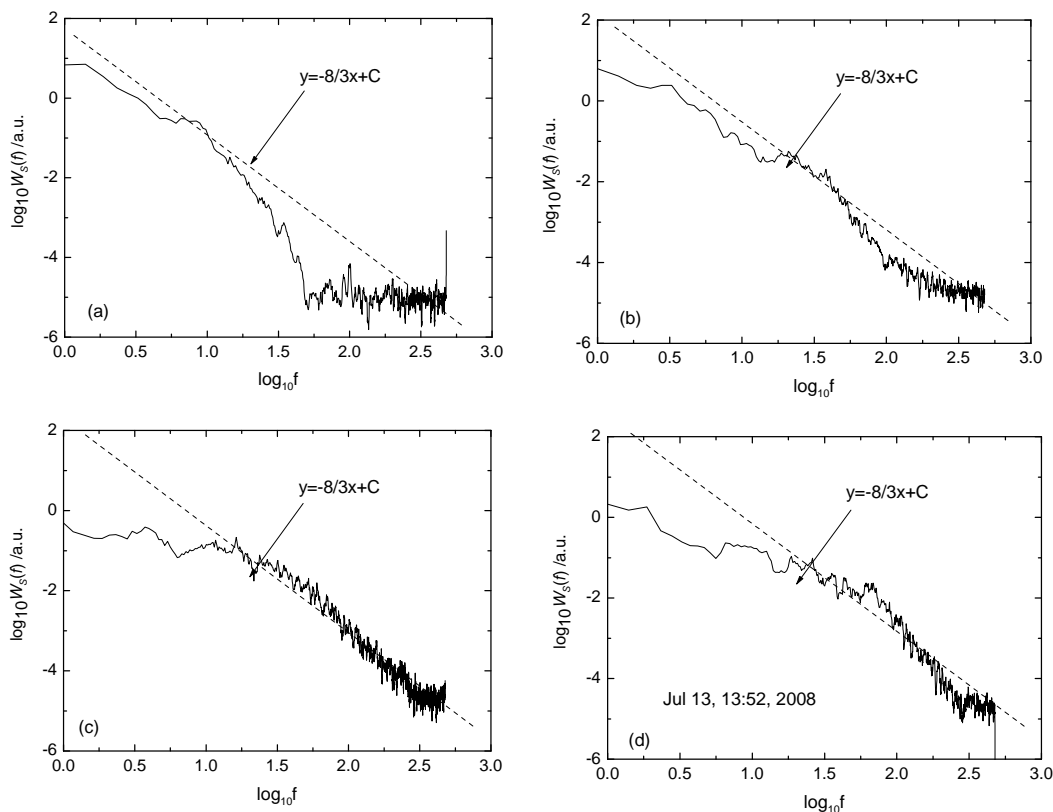


图 5.4 相位频谱密度的反常实验结果

Fig 5.4 Abnormal experimental results of phase fluctuation spectrum.

光波频谱的这些异常现象体现了大气湍流频谱的复杂性，解决这个问题需要

从频谱的整个理论分析着手,下面以平面波为例,分析各种不同形式的湍流折射率谱型对闪烁和相位起伏功率谱产生的影响,从而考察湍流内外尺度等参数的变化可能给光波频谱带来的影响。

§5.2 各种湍流谱下的光波功率谱

根据 Wiener-Khintchine(维纳—欣钦)定理,随机信号的自相关函数与其功率谱是傅氏变换对的关系,则湍流大气中光波对数振幅与相位起伏的时间频谱密度是其时间相关函数的傅里叶变化,其关系式满足^[28]:

$$W_{\chi,s}(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{\chi,s}(\rho, \tau) \exp(-i w \tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} B_{\chi,s}(\rho, \tau) \cos(w\tau) d\tau \quad (5.1)$$

其中 $w = 2\pi f$ 表示圆频率, f 是起伏频率, $J_0(\dots), J_1(\dots)$ 分别为第一类零阶贝塞尔函数和一阶贝塞尔函数, τ 表示相关函数的时间延迟。由此可以得出时间频谱的积分与起伏方差有关:

$$\sigma_{\chi,s}^2 = B_{\chi,s}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_{\chi,s}(w) dw \quad (5.2)$$

根据随机介质中光传播理论和 Rytov 近似下,对于平面波的情况,对数振幅(考虑圆形接收孔径 D)与相位起伏的时间自相关函数的表达式为:

$$\begin{aligned} B_{\chi}(\rho, \tau) &= (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{\infty} J_0(\kappa \rho) \sin^2 \left[\frac{(L-z)\kappa^2}{2k} \right] \Phi_n(\kappa) F(\kappa, D) d\kappa \\ B_s(\rho, \tau) &= (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{\infty} J_0(\kappa \rho) \cos^2 \left[\frac{(L-z)\kappa^2}{2k} \right] \Phi_n(\kappa) d\kappa \end{aligned} \quad (5.3)$$

式中各参数的物理含义见前文。根据 Taylor 湍流冻结假说理论,容易得到

$$\begin{aligned} B_{\chi}(v, \tau) &= (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{\infty} J_0(\kappa v \tau) \sin^2 \left[\frac{(L-z)\kappa^2}{2k} \right] \Phi_n(\kappa) \left[\frac{2J_1(\kappa D/2)}{\kappa D/2} \right]^2 d\kappa \\ B_s(v, \tau) &= (2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{\infty} J_0(\kappa v \tau) \cos^2 \left[\frac{(L-z)\kappa^2}{2k} \right] \Phi_n(\kappa) d\kappa \end{aligned} \quad (5.4)$$

将上式代入(5.1)式,并利用积分表达式

$$\int_0^{\infty} \cos(2\pi f \tau) J_0(\kappa v \tau) d\tau = \begin{cases} [(\kappa v)^2 - (2\pi f)^2]^{-1/2} & (\kappa v > 2\pi f) \\ 0 & (\kappa v < 2\pi f) \end{cases}, \text{ 得到}$$

$$\begin{aligned}
W_{\chi}(w) &= 2\pi k^2 \int_0^L dz \int_{w/v}^{+\infty} d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) [(\kappa v)^2 - w^2]^{-1/2} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\kappa^2(L-z)}{k} \right] \right\} \left[\frac{2J_1(\kappa D/2)}{\kappa D/2} \right]^2 \\
W_S(w) &= 2\pi k^2 \int_0^L dz \int_{w/v}^{+\infty} d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) [(\kappa v)^2 - w^2]^{-1/2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\kappa^2(L-z)}{k} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

首先计算外层积分得到

$$W_{\chi,S}(w) = 2\pi k^2 L \int_{w/v}^{+\infty} d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) [(\kappa v)^2 - w^2]^{-1/2} \begin{cases} \left[1 - \frac{\sin(\kappa^2 L/k)}{\kappa^2 L/k} \right] \left[\frac{2J_1(\kappa D/2)}{\kappa D/2} \right]^2 \\ \left[1 + \frac{\sin(\kappa^2 L/k)}{\kappa^2 L/k} \right] \end{cases} \tag{5.6}$$

为计算对数振幅和相位起伏的功率谱，我们做如下变量代换，令

$t = (\kappa v/w)^2 - 1 \in (0, +\infty)$ ，即 $\kappa = \sqrt{1+t} \frac{w}{v}$ ，已有文献报道^[106-108]，当 $\kappa \in [0, 10^4)$ 时，

孔径滤波函数满足近似式： $\left[\frac{2J_1(\kappa D/2)}{\kappa D/2} \right]^2 \approx \exp[-b^2 \kappa^2 (D/2)^2]$ ，式中 $b = 0.4823$ 。

图 5.5 为孔径滤波函数与其近似式随空间波数变化的对比，可以看出这个近似变

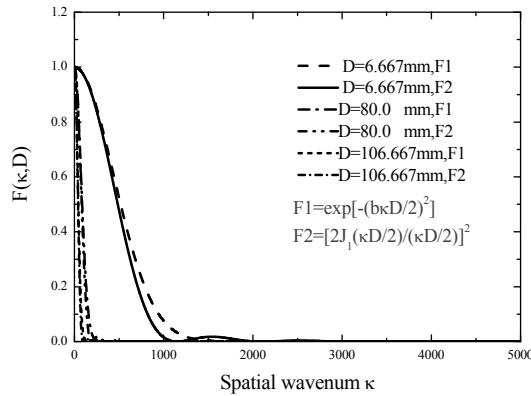


图 5.5. 孔径滤波函数与其近似式随空间波数的变化

Fig 5.5 Variety of aperture filter function and its approximant with spatial wave number.

换是合理的。代入各种湍流折射率谱型，比较不同谱型对闪烁和相位起伏功率谱的影响。

§5.2.1 Kolmogorov 谱型

首先考察使用最为广泛的、认为湍流外尺度为无穷大、内尺度为零的 Kolmogorov 谱型： $\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2\kappa^{-11/3}$ ，将其代入对数振幅起伏的功率谱表达式，整理得：

$$W_x(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \exp\left[-(t+1)\frac{w^2}{v^2}(bD/2)^2\right] \left\{ 1 - \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)} \right\} \quad (5.7)$$

上式积分得

$$W_x(w) = 0.1838k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \exp\left[-w^2\left(\frac{bD}{2v}\right)^2\right] U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2\left(\frac{bD}{2v}\right)^2\right) - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im}\left[\exp\left(-w^2\left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2\left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right)\right] \right\} \quad (5.8)$$

这里 $\operatorname{Im}(\dots)$ 表示取表达式数值的虚部， $U(a; b; z)$ 为第二类合流超几何函数^[109]，

满足下列关系式

$$U(a, b; z) = \frac{\Gamma(1-b)}{\Gamma(1+a-b)} {}_1F_1(a; b; z) + \frac{\Gamma(b-1)}{\Gamma(a)} z^{1-b} {}_1F_1(1+a-b; 2-b; z), \quad \text{其中}$$

${}_1F_1(m; n; z)$ 为合流超几何函数，又称库墨尔函数，其级数展开为：

$${}_1F_1(m; n; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(m)_k z^k}{(n)_k k!}, \quad (m)_k = \frac{\Gamma(m+k)}{\Gamma(m)}, k=1, 2, 3, \dots$$

同理，将 Kolmogorov 谱代入相位起伏功率谱：

$$W_S(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \left\{ 1 + \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)} \right\} \quad (5.9)$$

积分后得

$$W_s(w) = 0.1838k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp \left(\frac{Lw^2}{v^2 k} i \right) U \left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; -\frac{Lw^2}{v^2 k} i \right) \right] \right\} \quad (5.10)$$

§5.2.2 广义 Kolmogorov 谱型

实验测量结果发现，在湍流惯性区内，湍流折射率三维谱指数有时偏离 $-11/3$ ，可以表示为 $\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \kappa^{-\beta}$ ，这里 β 称之为折射率标度指数，该谱型称为广义 Kolmogorov 谱，很显然当 $\beta = 11/3$ 时即为 Kolmogorov 谱，代入对数振幅起伏的功率谱表达式，整理得：

$$W_\chi(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v} \right)^{2-\beta} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-\beta/2} t^{-1/2} \exp \left[-(t+1) \frac{w^2}{v^2} (bD/2)^2 \right] \left\{ 1 - \frac{\sin \left[\frac{Lw^2}{kv^2} (t+1) \right]}{\frac{Lw^2}{kv^2} (t+1)} \right\} \quad (5.11)$$

采用(5.7)类似的方法，积分得

$$W_\chi(w) = 0.1838k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v} \right)^{2-\beta} w^{-1} \left\{ \exp \left[-w^2 \left(\frac{bD}{2v} \right)^2 \right] U \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} - \frac{\beta}{2}; w^2 \left(\frac{bD}{2v} \right)^2 \right) - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp \left(-w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v} \right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i \right) \right) U \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}; w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v} \right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i \right) \right) \right] \right\} \quad (5.12)$$

同理，将广义 Kolmogorov 谱代入相位起伏功率谱，得：

$$W_s(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v} \right)^{2-\beta} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-\beta/2} t^{-1/2} \left\{ 1 + \frac{\sin \left[\frac{Lw^2}{kv^2} (t+1) \right]}{\frac{Lw^2}{kv^2} (t+1)} \right\} \quad (5.13)$$

积分得

$$W_s(w) = 0.1838k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{2-\beta} w^{-1} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{\beta-1}{2}\right)}{\Gamma(\beta/2)} + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp\left(\frac{Lw^2}{v^2 k} i\right) U\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}; -\frac{Lw^2}{v^2 k} i\right) \right] \right\} \quad (5.14)$$

可以看出当折射率标度指数 $\beta = 11/3$ 时, 式(5.12)(5.14)分别变为(5.8)(5.10)。

§5.2.3 Tatarskii 谱型

考虑湍流内尺度影响时使用最多的是 Tatarskii 引入的耗散区具有高斯下降趋势的 Tatarskii 谱: $\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2)$, 这里 $\kappa_m = 5.92/l_0$, l_0 为湍流内尺度, 将该谱型代入对数振幅起伏的功率谱表达式整理得:

$$W_x(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \exp\left\{- (t+1) \frac{w^2}{v^2} \left[(bD/2)^2 + \kappa_m^{-2} \right]\right\} \left\{ 1 - \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)} \right\} \quad (5.15)$$

积分得

$$W_x(w) = 0.1838C_n^2 L k^2 v^{5/3} w^{-8/3} \left\{ \exp\left(-w^2 \left[\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 \right]\right) \cdot U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2 \left[\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 \right]\right) - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp\left(-w^2 \left[\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right]\right) \cdot U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2 \left[\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right]\right) \right] \right\} \quad (5.16)$$

同理, 将 Tatarskii 谱代入相位起伏功率谱, 得:

$$W_x(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \exp\left[-(t+1) \frac{w^2}{v^2} \kappa_m^{-2}\right] \left\{ 1 - \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)} \right\} \quad (5.17)$$

积分得

$$W_s(w) = 0.1838 C_n^2 L k^2 v^{5/3} w^{-8/3} \left\{ \exp\left(-w^2 \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2 \left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2\right) + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp\left(-w^2 \left(\left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2 \left(\left(\frac{l_0}{5.92v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) \right] \right\} \quad (5.18)$$

§5.2.4 指数谱型

当考虑大尺度湍流起伏时, 采用指数谱模型^[110]:

$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} [1 - \exp(-\kappa^2 / \kappa_0^2)]$, 其中 $\kappa_0 = 2\pi / L_0$, L_0 为湍流外尺度, 将该谱型代入对数振幅起伏的功率谱表达式整理得:

$$W_x(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{w^2(t+1)}{v^2} \kappa_0^{-2}\right) \right] \exp\left[-\frac{w^2(t+1)}{v^2} (bD/2)^2\right] \left\{ 1 - \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)} \right\} \quad (5.19)$$

积分整理得:

$$W_x(w) = 0.1838 k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \exp\left[-w^2 \left(\frac{bD}{2v}\right)^2\right] U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2 \left(\frac{bD}{2v}\right)^2\right) - \exp\left[-w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2\right)\right] U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2\right)\right) - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp\left(-w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) \right] + \frac{v^2 k}{w^2 L} \cdot \operatorname{Im} \left[\exp\left(-w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2 \left(\left(\frac{bD}{2v}\right)^2 + \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) \right] \right\} \quad (5.20)$$

同理，将指数谱代入相位起伏功率谱整理得：

$$W_S(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \left[1 - \exp\left(- (t+1) \frac{w^2}{v^2} \kappa_0^{-2}\right)\right] \left\{1 + \frac{\sin\left[\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)\right]}{\frac{Lw^2}{kv^2}(t+1)}\right\} \quad (5.21)$$

积分后得：

$$W_S(w) = 0.1838k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} - \exp\left[-w^2 \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2\right] \cdot U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; w^2 \left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2\right) + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im}\left[\exp\left(\frac{Lw^2}{v^2 k} i\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; -\frac{Lw^2}{v^2 k} i\right)\right] - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im}\left[\exp\left(-w^2 \left(\left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; w^2 \left(\left(\frac{L_0}{2\pi v}\right)^2 - \frac{L}{v^2 k} i\right)\right)\right] \right\} \quad (5.22)$$

§5.2.5 等效 Andrews 谱型(又称 Young 谱型)

同时考虑内外尺度影响时，采用等效 Andrews 谱型：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \kappa^{-11/3} \left[1 - \exp(-\kappa^2 / \kappa_0^2)\right] \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2), \quad \text{其中 } \kappa_m = 5.92/l_0,$$

$\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ，可以看出当 $l_0 = 0$ 时等效 Andrews 谱型简化为常用的指数谱型，当

$L_0 \rightarrow +\infty$ 代入简化为 Tartaskii 湍流谱模型，而 $l_0 = 0$ 同时 $L_0 \rightarrow +\infty$ 即简化为

Kolmogorov 谱。将该谱型代入对数振幅起伏的功率谱表达式整理得：

$$W_\chi(w) = 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \left\{1 - \exp\left[-\frac{w^2(t+1)}{w_L^2}\right]\right\} \exp\left[-(t+1) \left(\frac{w^2}{w_D^2} + \frac{w^2}{w_m^2}\right)\right] \left\{1 - \frac{\sin\left[\frac{w^2(t+1)}{w_0^2}\right]}{\frac{w^2}{w_0^2}(t+1)}\right\} \quad (5.23)$$

式中 $w_0 = v/\sqrt{L/k}$ ； $w_L = v/\kappa_0^{-1}$ ； $w_m = v/\kappa_m^{-1}$ ； $w_D = v/(bD/2)$ ，令 $A_1 = \frac{w^2}{w_D^2} + \frac{w^2}{w_m^2}$ ，

$A_2 = \frac{w^2}{w_D^2} + \frac{w^2}{w_m^2} + \frac{w^2}{w_L^2}$ ， $B = \frac{w^2}{w_0^2}$ ，上式积分可得：

$$\begin{aligned}
W_z(w) = & 0.1838k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \exp(-A_1) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; A_1\right) \right. \\
& - \exp(-A_2) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; A_2\right) - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp(-(A_1 - B)) U(A_1 - B) \right] \\
& \left. + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp(-(A_2 - B)) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; (A_2 - B)\right) \right] \right\} \quad (5.24)
\end{aligned}$$

同理，等效 Andrews 谱形式下相位起伏功率谱表达式为：

$$\begin{aligned}
W_s(w) = & 0.033\pi k^2 C_n^2 L \left(\frac{w}{v}\right)^{-5/3} w^{-1} \\
& \int_0^\infty dt (t+1)^{-11/6} t^{-1/2} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{w^2(t+1)}{w_L^2}\right] \right\} \exp\left[-(t+1)\left(\frac{w^2}{w_m^2}\right)\right] \left\{ 1 + \frac{\sin\left[\frac{w^2(t+1)}{w_0^2}\right]}{\frac{w^2}{w_0^2}(t+1)} \right\} \quad (5.25)
\end{aligned}$$

令 $A_3 = \frac{w^2}{w_m^2}$, $A_4 = \frac{w^2}{w_m^2} + \frac{w^2}{w_L^2}$, $B = \frac{w^2}{w_0^2}$, 上式积分可得：

$$\begin{aligned}
W_s(w) = & 0.1838k^2 C_n^2 L w^{-8/3} v^{5/3} \left\{ \exp(-A_3) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; A_3\right) \right. \\
& - \exp(-A_4) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; A_4\right) + \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp(-(A_3 - B)) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; (A_3 - B)\right) \right] \\
& \left. - \frac{v^2 k}{w^2 L} \operatorname{Im} \left[\exp(-(A_4 - B)) U\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; (A_4 - B)\right) \right] \right\} \quad (5.26)
\end{aligned}$$

§5.3 各种参数对功率谱的影响

上一节推导得出了湍流折射率起伏的三维谱密度分别为：Kolmogorov 谱、广义 Kolmogorov 谱、Tatarskii 谱、指数谱以及等效 Andrews 谱形式下，对数振幅和相位起伏的时间功率谱密度的解析表达式，这一节我们将根据这些理论公式，考察其它参量不变，仅其中一个参数的变化给光波谱密度带来的可能影响。

§5.3.1 探测器孔径的变化对闪烁频谱的影响

图 5.6 描绘的是 Kolmogorov 谱时， $L = 1000m$, $C_n^2 = 1e-15m^{-2/3}$, $\lambda = 660e-9m$

条件下，不同接收孔径的探测器得到的闪烁频谱的理论结果，其中 $D = 0.0; 5; 15; 30; 120\text{mm}$ ，可以看出随着接收口径的增加，低频段的常数部分的振幅逐渐减小，高频段频谱下降的幂率越来越大，低频段与高频段的转折频率逐渐减小，同时转折部分的频谱振幅也变的越来越平滑，这与第三章中数值积分的结果是完全一致的。主要原因在于随着孔径的增大，接收孔径对应的散斑元数目就会增多，它们之间的非相干叠加使得接收孔径的光强起伏减小。

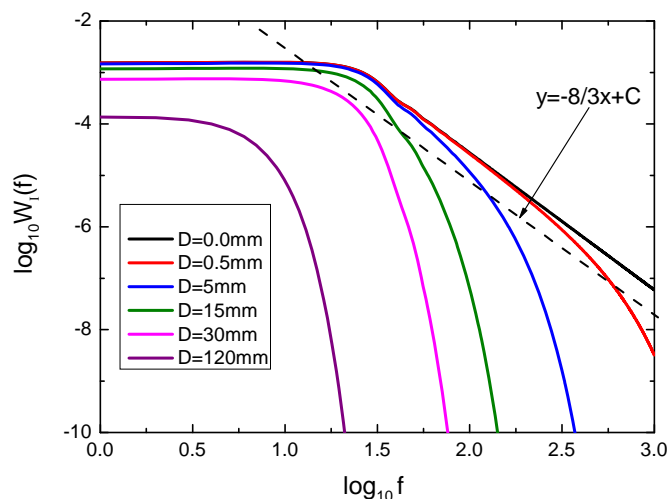


图 5.6 不同孔径对闪烁功率谱的影响

Fig. 5.6 The influence of different aperture sizes on scintillation spectrum density.

§5.3.2 不同湍流折射率标度指数的影响

图 5.7 的数值曲线表示广义 Kolmogorov 谱条件下，折射率标度指数 β 的变化对光波起伏功率谱密度的影响，图(a)为闪烁密度谱，图(b)为相位起伏密度谱，图中横纵坐标分别表示的是频率与谱密度的对数值。从图(a)可以看出，在区间 $[7/3, 20/3]$ 内，随着 β 因子的增大，闪烁频谱的低频段随频率的变化不再仅仅为一个常数，例如当 $\beta = 20/3$ 时，低频段主要下降的幂率达到 $-5/3$ ，而高频段下降

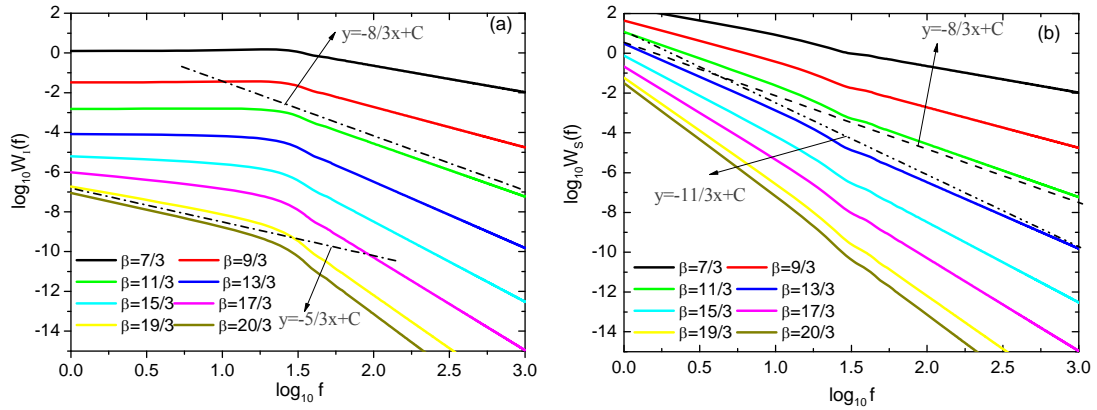


图 5.7 折射率标度指数的变化对闪烁频谱(a)和相位起伏频谱(b)的影响

Fig. 5.7 The influence of refractive index of turbulence on scintillation spectrum density (a) and phase fluctuation spectrum density (b).

的幂率逐渐增大，当 $\beta = 11/3$ 时，幂指数为 $8/3$ 。从图 (b) 可以看出随着 β 因子的增大，相位起伏频谱在整个频率范围内都以越来越快的幂率下降，图中同时画出了斜率为 $-8/3$ 和 $-11/3$ 的两条直线作为参考。

§5.3.3 不同湍流内尺度的影响

湍流谱为等效 Andrews 谱型条件下，固定 $L_0 = 50m$ ，考察光波频谱形状随内尺度的变化情况。图 5.8(a)(b) 展示了内尺度的变化给光强起伏谱密度带来的影响，图(a)、图(b)分别为点接收和大口径 ($D = 120mm$) 接收时的闪烁密度谱。可以看出，内尺度仅对闪烁频谱的高频段有影响，随着内尺度的增加，高频段下降的幂率逐渐增大，而且当 $l_0 = 0mm$ ，点接收的闪烁频谱高频段严格的满足 $-8/3$ 幂率。比较两图还可以看出相对于点接收，大口径探测的闪烁谱密度形状受内尺度的影响较小，也就是说小孔径对内尺度更加敏感，这主要是因为接收孔径的低通滤波作用减少了光强起伏的高频分量。

图 5.9 分析的是相位起伏的功率谱受内尺度的影响，从图中可以看出，内尺度同样只对相位频谱的高频段有影响，整体来说随内尺度的增大，相位起伏频谱的高频段也以越来越快的幂率下降。当 $l_0 = 0mm$ ，整个相位起伏频谱严格的满足 $-8/3$ 幂率。

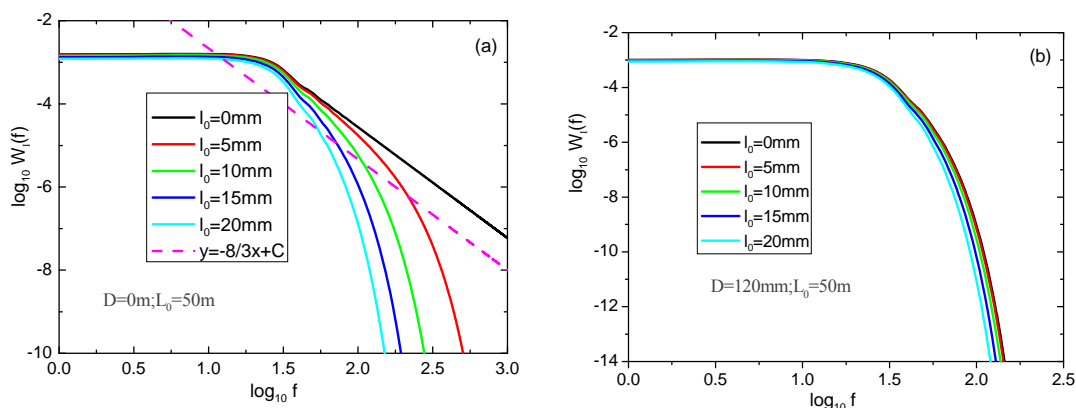


图 5.8 内尺度的变化对闪烁谱密度的影响, (a)为点接收; (b)为大口径接收。

Fig 5.8 The influence of different inner scales on scintillation spectrum density, (a) for a point aperture; (b) for a large aperture.

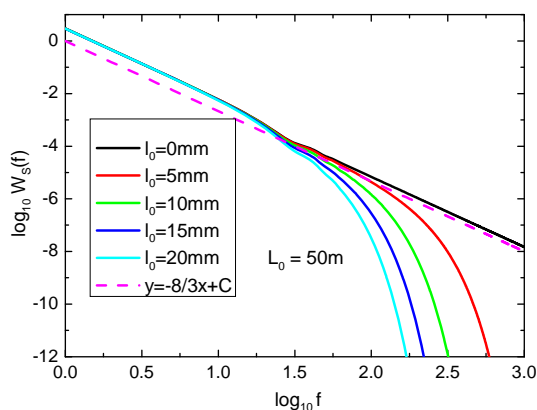


图 5.9 内尺度的变化对相位起伏谱密度的影响

Fig 5.9 The influence of different inner scales on phase fluctuation spectrum density.

§5.3.4 不同湍流外尺度的影响

固定湍流内尺度 $l_0 = 10^{-5} \text{ mm}$, 考察外尺度的变化对光波起伏频谱的影响。图 5.10 (a)、(b)分别表示点接收和大口径($D = 200\text{mm}$)接收时外尺度的变化对闪烁频谱的影响, 可以看出外尺度的影响主要体现在频谱的低频段, 并且随着外尺度的减小, 闪烁频谱的低频段振幅减小, 对比两图可以看出, 这种影响在大口径接收时更为明显。

图 5.11 给出的是相位起伏的功率谱受外尺度的影响。同样外尺度的变化只对相位频谱的低频段有影响，而且随外尺度的减小，相位起伏功率谱的低频段下降的幂率逐渐变小。

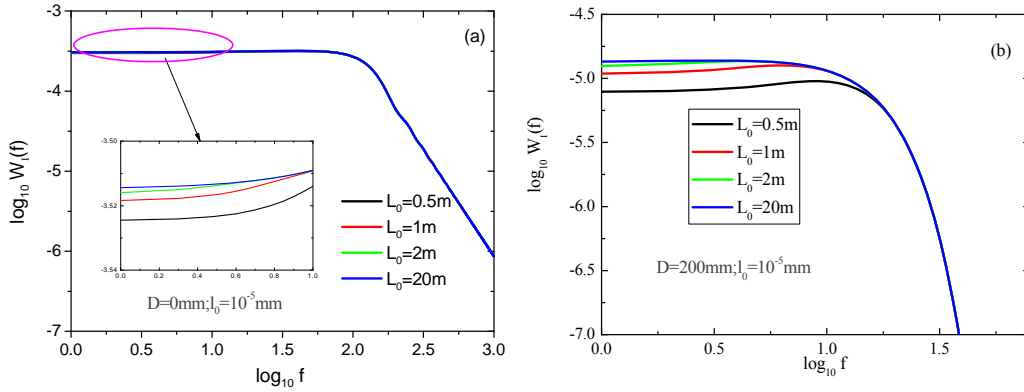


图 5.10 外尺度的变化对闪烁谱密度的影响，(a)为点接收；(b)为大口径接收。

Fig 5.10 The influence of different outer scales on scintillation spectrum density, (a) for a point aperture; (b) for a large aperture.

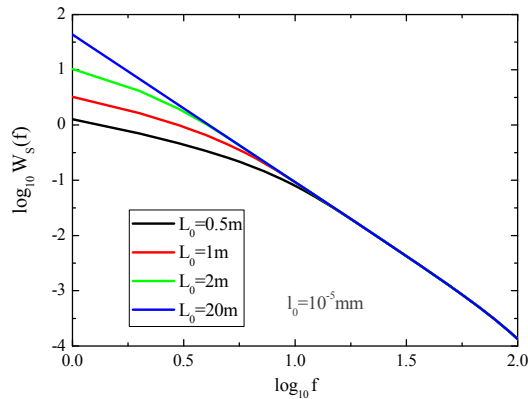


图 5.11 外尺度的变化对相位起伏谱密度的影响

Fig 5.11 The influence of different outer scales on phase fluctuation spectrum density.

§5.4 小结

在对闪烁和相位起伏时间功率谱实验结果进行分析时，发现有些时候并不完全符合 Kolmogorov 理论预言下的频谱特征，例如子孔径上闪烁谱密度的高频段幂指数甚至大于 11/3，高频‘泵浦’的出现等等。这主要与实际的湍流折射率的三维谱密度形式有关。本章基于 Taylor 的湍流冻结假设理论，从对数振幅和相位起

伏的相关函数出发, 推导得出了不同湍流折射率谱型条件下的闪烁和相位起伏功率谱的解析表达式, 主要的折射率谱型包括 Kolmogorov 谱、广义 Kolmogorov 谱、考虑湍流内尺度的 Tatarskii 谱、考虑湍流外尺度的指数谱以及同时考虑湍流内外尺度的等效 Andrews 谱。随后根据这些理论结果, 分别数值分析了湍流折射率标度指数、内尺度、外尺度以及探测器孔径的变化给光波谱密度特征产生的影响, 并对部分现象可能存在的原因做出了解释。

大气湍流本身是一个复杂的体系, 必然带来在其中传输的光波起伏的功率谱特性的复杂性, 本章的理论分析并没有对出现的可能结果一一给出解释, 这就更加吸引我们去作进一步的深入研究分析。

第六章 相位不连点数密度的理论分析与数值模拟

§6.1 引言

大量的研究表明, 随湍流强度的增强或传输距离的增加, 特别是激光在水平长距离传输时, 即使湍流强度不太强, 闪烁效应也会较强, 强的闪烁将导致纯相位校正的常规自适应光学技术校正能力的降低^[111-113], 主要原因是随着闪烁的增强光波波前中出现相位不连续点。Fried曾指出出现相位不连续点时, 光束波前相位包括连续相位部分和‘隐藏相位’部分^[114], 而后者是基于最小二乘方差算法进行相位重构的S-H传感器不能正确提供的^[115-117]。范承玉等在Bigot算法^[118]的基础上提出, 同时利用S-H传感器测量的子孔径波前斜率和光强数据进行信标光场的复原^[19], 并对实验结果进行了分析。程东杰将实验测量的相位不连续点数目与同参数条件下模拟得到的数目对比发现, 后者远比前者多^[119]。原因主要在于以下几个方面: (a)、噪声的影响。在数据采集过程中, 背景总是存在的, 利用衰减盘以及阈值调整都不能被完全滤除; (b)、测量误差的影响。存在相位不连续点的地方光强很弱(理论上为零), 造成信噪比很低, 难以与背景信号加以区分; (c)、波前平均斜率算法的影响。每个子孔径对波前离散采样后计算平均波前斜率来代替局部波前斜率, 然后统计梯度的旋度是否为零, 假如在同一子孔径内出现一对甚至多对相位不连续点, 就会不可避免的带来测量误差。以上原因给S-H传感器对相位不连续点的实验测量带来了困难。

本章我们将主要从理论上对相位不连续点的分布特征进行探讨。我们知道, 相位不连续点反映了光场相位分布的奇异结构, 尽管相位不连续出现在零光强点, 但相位分布与光强分布特征在结构上不存在直接的联系, 研究相位分布需要对光场的性质作直接的研究。鉴于以往光传播研究主要集中在光强起伏特性上, 如何利用已有的光强起伏特性的研究成果来分析相位不连续问题成为一个关键。在一定的起伏条件下, 相位不连续点数目具有一定的统计分布, 而不是一个确定的值, 并且具有相当的发散性^[120]。Voitsekhovich等对相位不连续点数目密度进行了分析^[26], 给出了相位不连续点数目密度与湍流状态以及光波参数之间的关系式, 然而, 该工作在处理其中一个重要的中间参量, 即对数振幅起伏的空间导

数时，仅利用了其数值模拟得到的结果，而没有给出一个明确的解析表达式，使得这项工作没能很好的开展下去。基于Rytov近似下的光传播理论，我们推导出了这个参量的解析式，并对相位不连续点密度的公式进行了修正^[12]，最后与数值模拟的结果进行了对比。

第一章曾提到湍流大气中相位不连续点总是成对出现或湮灭的，所以相位不连续点密度 D_{BP} 与零振幅点密度 D_{Am} 满足 $D_{BP} = 1/2D_{Am}$ 。假如直接测量振幅零点出现的概率往往会得出零概率的结果，所以通常用以下方法来处理零振幅出现的概率问题。设垂直于光传播平面内二维复场为 $E(\rho) = E_1(\rho) + iE_2(\rho)$ ，选择半径为 r 的小区域 G_r ，如图6.1，设在该区域内发生零振幅的概率为 $P_0(G_r)$ 。当光波在均匀各向同性介质中传播时， P_0 与 G_r 的位置无关，可得该区域内零振幅数密度为

$$D_{Am} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{P_0(G_r)}{\pi r^2} \quad (6.1)$$

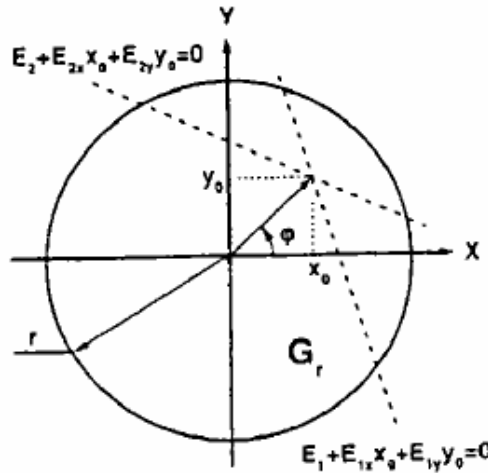


图6.1 零振幅数密度计算示意图

Fig 6.1 Sketch map for zero amplitude calculation.

在 G_r 内引入Cartesian坐标系，坐标原点位于 G_r 的中心，并在原点把 E_1 和 E_2 按照 Taylor级数展开，并略去高阶小量得

$$\begin{aligned} E_1(x, y) &= E_{10} + E_{1x}x + E_{1y}y \\ E_2(x, y) &= E_{20} + E_{2x}x + E_{2y}y \end{aligned} \quad (6.2)$$

其中右边所有的量都在原点取值，而且 $E_{1x}, E_{1y}, E_{2x}, E_{2y}$ 是场对坐标的一阶偏导数。零振幅发生在场的实部和虚部分别为零的位置，设为 (x_0, y_0) ，由公式(6.2)可通过求出两条直线的交点求出零振幅点坐标

$$x_0 = -\frac{E_{10}E_{2y} - E_{20}E_{1y}}{E_{1x}E_{2y} - E_{1y}E_{2x}}, \quad y_0 = \frac{E_{10}E_{2x} - E_{20}E_{1x}}{E_{1x}E_{2y} - E_{1y}E_{2x}} \quad (6.3)$$

引入振幅 A ，相位 S 和对数振幅 χ ，可知

$$E_1 = A \cos S, \quad E_2 = A \sin S, \quad \chi = \ln(A/A_0) \quad (6.4)$$

式中 A_0 为光波初始振幅，将式(6.4)代入式(6.3)可得

$$x_0 = -\frac{S_y}{\chi_x S_y - \chi_y S_x}, \quad y_0 = \frac{S_x}{\chi_x S_y - \chi_y S_x} \quad (6.5)$$

其中 χ_x, χ_y, S_x, S_y 是对数振幅和相位在原点处对坐标的偏导数。

对于各向同性湍流场而言， P_0 值与零振幅点的极角 φ 无关，即可以任意选择极角大小，这里我们选择 $\tan \varphi = 0$ ，即 $S_x = 0$ ，于是(6.5)重写为

$$x_0 = -1/\chi_x, \quad y_0 = 0 \quad (6.6)$$

可以看出零振幅概率 P_0 等于 $x_0 \in [-r, r]$ 范围内的概率。同时由于湍流起伏是均匀各向同性的，那么 $P_0(x_0) = P_0(-x_0)$ ，结合式(6.6) P_0 可用对数振幅导数的一阶概率密度函数(PDF)表示即

$$P_0(G_r) = 2 \int_{1/r}^{\infty} d\chi_x W_{\chi_x}(\chi_x) \quad (6.7)$$

由此得出相位不连续点数密度为

$$D_{BP} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\pi r^2} \int_{1/r}^{\infty} d\chi_x W_{\chi_x}(\chi_x) \quad (6.8)$$

前面提到，湍流起伏的强弱通常由闪烁指数 σ_I^2 来划分，在弱湍流起伏区， $\sigma_I^2 \leq 0.3 \sim 1$ ，对数振幅满足高斯分布；在 $\sigma_I^2 \rightarrow \infty$ 的极强湍流区，振幅分布近似为 Rayleigh 分布，这意味着场的起伏满足高斯分布；介于这两区域之间的区域振幅分布满足 K 分布或其它分布。在极强湍流区域，对数振幅导数的 PDF 可以表

示为

$$W_{\chi_x}(\chi_x) = \int_0^{\infty} dA A W_2(A, A\chi_x) \quad (6.9)$$

式中 $W_2(A, A\chi_x)$ 是振幅和其偏导数的联合概率密度，在高斯分布情况下， W_2 是 Rayleigh 和 Gaussian 的概率密度的乘积，即

$$W_2(A, A\chi_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \langle I \rangle \sigma_{A_x}} A \exp\left(-\frac{A^2}{2\langle I \rangle} - \frac{A_x^2}{2\sigma_{A_x}^2}\right) \quad (6.10)$$

其中 $\sigma_{A_x}^2$ 是振幅导数的方差，将(6.10)代入(6.9)即得到

$$W_{\chi_x}(\chi_x) = \frac{\sigma_{A_x}^2}{\langle I \rangle} \left(\chi_x^2 + \frac{\sigma_{A_x}^2}{\langle I \rangle} \right)^{-1/2} \quad (6.11)$$

进一步可以得到高斯统计场的相位不连续点数密度

$$D_{BP} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{A_x}^2}{\langle I \rangle} \quad (6.12)$$

在弱起伏条件下，对数振幅满足高斯分布，则

$$W_{\chi_x}(\chi_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\chi_x}} \exp\left(-\frac{\chi_x^2}{2\sigma_{\chi_x}^2}\right) \quad (6.13)$$

式中 $\sigma_{\chi_x}^2$ 是对数振幅导数的方差。将上式代入(6.8)，得到

$$D_{BP} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi r^2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma_{\chi_x}^2} r}\right) \right] \quad (6.14)$$

其中 $\operatorname{erf}(\dots)$ 为误差函数，通过误差函数的渐进展开，可以得出上式极限等于零。

此结果说明对数起伏满足高斯统计分布的光波不产生相位不连续现象。但是应该强调的是，这里并不是说弱湍流起伏区不存在相位不连续点，高斯统计分布是抛物型方程的 Rytov 近似解，所以这种统计仅是一种近似，大多数物理量对这种偏差不敏感，然而相位不连续点对这种偏差十分敏感，因此对数振幅的 PDF 对高斯分布的偏差将产生相位不连续点数密度的明显变化。正因为如此，弱湍流起伏区域位相间不连续现象是弱但不等于零。

在振幅分布满足 K 分布的强湍流区域，仍然假设振幅导数满足高斯统计分布。作此假设的理论依据是相位不连续点主要来自于大值振幅导数，而大值振幅

导数由湍流介质中大量小折射率起伏元产生的,那么由中心根限定理大振幅导数满足 Gaussian 分布。为了进一步分析的方便起见,设振幅起伏和振幅导数间是统计独立的。由上述分析我们把振幅起伏和振幅导数的联合 PDF 记为 K 分布和 Gaussian 分布的积

$$W_2(A, A_x) = \frac{4\langle I \rangle^{-(\alpha+1)/2} \alpha^{(\alpha+1)/2}}{\sigma_{A_x} \sqrt{2\pi} \Gamma(\alpha)} A^\alpha K_{\alpha-1}(2\sqrt{\alpha\langle I \rangle} A) \exp\left(-\frac{A_x^2}{2\sigma_{A_x}^2}\right) \quad (6.15)$$

式中 Γ 为 Gamma 函数, $K_{\alpha-1}$ 为 MacDonald 函数。参数 α 满足 $\alpha = \frac{2}{\sigma_I^2}, \sigma_I^2 > 1$, 进一步可以得到该湍流区域内的相位不连续点数密度为

$$D_{BP} = \frac{\sigma_{A_x}^2}{\pi(3-\sigma_I^2)\langle I \rangle}, \quad 1 < \sigma_I^2 < 3 \quad (6.16)$$

上面分析了三种湍流起伏区域内相位不连续点数密度的分段表达式。下面求得适合各种湍流强度的普适表达式,由前面的讨论可知相位不连续现象产生于对数振幅偏离高斯分布的状态,为此我们设所有湍流状态下相位不连续点数密度具有(6.14)的形式,注意到该式是在 $r \rightarrow 0$ 的圆域内线性展开光场得出的,考虑到强湍流区域内,有限孔径测量到的闪烁满足对数分布^[122],又考虑到在相干半径为 r_0 的等晕区域,场的分布与具体的位置无关,所以可以把(6.14)式中 $r \rightarrow 0$ 推广到 $r \approx r_c$, r_c 是正比于对数振幅相干长度的物理量。由上述分析,可以得出相位不连续点数密度满足

$$D_{BP} = \eta \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma_{\chi_x}^2} r_c} \right) \right] \quad (6.17)$$

式中 η 和 r_c 是湍流状态和传输条件的函数。为了进一步使式(6.17)能适用于弱湍流起伏区,采用归一化对数振幅相关函数计算 r_c :

$$b_\chi = 1 - 12.3\rho^2(\lambda L)^{-5/6} l_0^{-1/3} = 1 - 1.47\rho^2 F^{1/6} k/L \quad (6.18)$$

式中 $F = \kappa_m^2 L/k$, 是一个无量纲的参量,令上式为零有 $r_c = 0.82aF^{-1/12} \sqrt{L/k}$, 这里 a 为数值系数。Voitsekhovich 等用量纲分析法研究了参数 η 。由上面分析可知 η 是对数振幅导数方差 $\sigma_{\chi_x}^2$ 和波参数 F 的函数,并且由量纲比较可知 η 正比于 $\sigma_{\chi_x}^2$,

即 $\eta = b\sigma_{\chi_x}^2 F^c$ ，同样 b, c 为数值系数。通过对方程(6.18)与抛物方程结果的比较，

Voitsekhovich 等得出参数 a, b, c 的数值和 D_{BP} 满足

$$D_{bp} = \frac{F^{-1/12} \sigma_{\chi_x}^2}{2\pi^2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\pi F^{1/12}}{4\sigma_{\chi_x} \sqrt{L/k}} \right) \right] \quad (6.19)$$

§6.2 对数振幅起伏的导数方差

§6.2.1 理论推导

Rytov 近似条件下，传输距离为 L 的平面上，湍流引起的对数振幅起伏的解析式为

$$\chi(\vec{\rho}, L) = k \int_0^L dz \int_{-\infty}^{+\infty} \sin[P(\gamma, \vec{\kappa}, z)] e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{\rho}} dv(\vec{\kappa}, z) \quad (6.20)$$

其中 $\vec{\rho} = (x, y)$ 为二维空间坐标， $\vec{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y)$ 为二维空间波数，折射率起伏的谱振幅 $dv(\vec{\kappa}, z)$ 满足下列关系式

$$\begin{aligned} \langle dv(\vec{\kappa}, z) \rangle &= 0 \\ \langle dv(\vec{\kappa}_1, z_1) dv^*(\vec{\kappa}_2, z_2) \rangle &= \Phi_n(\vec{\kappa}_1, z_1 - z_2) \delta(\vec{\kappa}_1 - \vec{\kappa}_2) d\vec{\kappa}_1 d\vec{\kappa}_2 \end{aligned} \quad (6.21)$$

式中 $\Phi_n = (\vec{\kappa}_1, z_1 - z_2)$ 为折射率起伏的二维谱密度函数

根据偏导数的定义，对数振幅对空间坐标的导数满足

$$\begin{aligned} \chi_x &= \frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\chi(\vec{\rho}_0 + \Delta\vec{\rho}) - \chi(\vec{\rho}_0)}{\Delta x} \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} \\ \chi_y &= \frac{\partial \chi}{\partial y} = \frac{\chi(\vec{\rho}_0 + \Delta\vec{\rho}) - \chi(\vec{\rho}_0)}{\Delta y} \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} \end{aligned} \quad (6.22)$$

相应的对数振幅导数的方差为

$$\begin{aligned} \langle \chi_x^2 \rangle &= \left\langle \left[\frac{\chi(\vec{\rho}_0 + \Delta\vec{\rho}) - \chi(\vec{\rho}_0)}{\Delta x} \right]^2 \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} \right\rangle = \frac{D_\chi(\Delta\vec{\rho})}{(\Delta x)^2} \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} = \frac{\partial^2 D_\chi(\vec{\rho})}{\partial^2 x} \Big|_{\rho=0} \\ \langle \chi_y^2 \rangle &= \left\langle \left[\frac{\chi(\vec{\rho}_0 + \Delta\vec{\rho}) - \chi(\vec{\rho}_0)}{\Delta y} \right]^2 \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} \right\rangle = \frac{D(\Delta\vec{\rho})}{(\Delta y)^2} \Big|_{\Delta\rho \rightarrow 0} = \frac{\partial^2 D_\chi(\vec{\rho})}{\partial^2 y} \Big|_{\rho=0} \end{aligned} \quad (6.23)$$

对于均匀各向同性湍流介质，满足以下关系式：

$$\langle \chi_x^2 \rangle = \langle \chi_y^2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_\chi(\vec{\rho})}{\partial^2 \rho} \Big|_{\rho=0}, \quad \langle \chi_x \chi_y \rangle = 0 \quad (6.24)$$

所以

$$\sigma_{\chi_x}^2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_\chi(\vec{\rho})}{\partial^2 \rho} \Big|_{\rho=0} \quad (6.25)$$

即 $\sigma_{\chi_x}^2$ 与对数振幅结构函数对径向坐标二阶导数有关。根据湍流介质中光传播理论，由公式(6.20)(6.21)可得平面波对数振幅结构函数^[1,2]为

$$D_\chi(\rho) = 2(2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{+\infty} [1 - J_0(\kappa\rho)] \sin^2\left(\frac{L-z}{2k} \kappa^2\right) \Phi_n(\kappa, z) \kappa d\kappa \quad (6.26)$$

式中各参量的含义与前文相同。根据(6.25)(6.26)得到：

$$\sigma_{\chi_x}^2 = \frac{\partial^2}{\partial^2 \rho} \left[(2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^{+\infty} [1 - J_0(\kappa\rho)] \sin^2\left(\frac{L-z}{2k} \kappa^2\right) \Phi_n(\kappa, z) \kappa d\kappa \right] \quad (6.27)$$

根据关系式 $\frac{\partial^2 J_0(\kappa\rho)}{\partial^2 \rho} = -\frac{\kappa^2}{2} J_0(\kappa\rho) - J_2(\kappa\rho)$ ，代入上式，同时湍流折射率频谱选

用 Tartaskii 谱型，即 $\Phi_n(\kappa, z) = 0.033 C_n^2(z) \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2)$ ， $\kappa_m = 5.92 / l_0$ 整理得

$$\sigma_{\chi_x}^2 = \frac{1}{2} (2\pi k)^2 0.033 \int_0^L dz \int_0^{+\infty} \sin^2\left(\frac{L-z}{2k} \kappa^2\right) \kappa^{-2/3} C_n^2(z) \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2) d\kappa \quad (6.28)$$

下面对上述积分式进行求解，通常对于水平路径传输可认为 $C_n^2(z)$ 为常数，首先对外层路径进行积分得

$$\sigma_{\chi_x}^2 = 0.033 \pi^2 k^2 C_n^2 \int_0^{+\infty} \kappa^{-2/3} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2) \left[L - \sin \frac{L\kappa^2}{k} \right] d\kappa \quad (6.29)$$

做变量代换 $w = \kappa^2 \in (0, +\infty)$ ，并代入上式

$$\sigma_{\chi_x}^2 = 0.0165 \pi^2 k^2 C_n^2 \left[L \int_0^{+\infty} w^{-5/6} \exp\left(-\frac{w}{\kappa_m^2}\right) dw - \int_0^{+\infty} w^{-5/6} \exp\left(-\frac{w}{\kappa_m^2}\right) \sin \frac{Lw}{k} dw \right] \quad (6.30)$$

第一项积分利用梅林变换式： $\int_0^{+\infty} x^{\zeta-1} e^{-ax} dx = a^{-\zeta} \Gamma(\zeta)$ ， $\text{Re}(\zeta) > 0$

第二项积分利用傅里叶正弦变换式：

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} e^{-ax} \sin \xi x dx = \frac{\Gamma(\nu) \sin(\nu \arctan \frac{\xi}{a})}{(a^2 + \xi^2)^{\nu/2}}, \quad (\text{Re } a > 0, \text{Re } \nu > 0, \xi > 0)$$

当满足 $L_{Fr}^2 \kappa_m^2 \gg 1$ 时, 可得式(6.30)的积分结果为:

$$\sigma_{\chi_x}^2 \approx 0.731 \beta_0^2 / L_{Fr}^2 \left[\kappa_m^{1/3} L_{Fr}^{1/3} - 1.19 \sin(5/6 \arctan(\kappa_m^2 L_{Fr}^2)) \right] \quad (6.31)$$

其中 $L_{Fr} = \sqrt{L/k}$ 表示Fresnel尺度, $\beta_0^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ 为平面波的Rytov指数。

从物理意义上来时, 对数振幅导数方差恒为正值, 为保证 $\sigma_{\chi_x}^2$ 恒有意义即要求(6.31)式恒大于零, 即 $\kappa_m^{1/3} L_{Fr}^{1/3} > \left[1.19 \sin(5/6 \arctan(\kappa_m^2 L_{Fr}^2)) \right]_{\max} = 1.19$, 所以需要 $\kappa_m^2 L_{Fr}^2 > 2.84$, 而这个条件已经包含在 $L_{Fr}^2 \kappa_m^2 \gg 1$ 条件内了。下面再来看条件 $L_{Fr}^2 \kappa_m^2 \gg 1$, 也就是 $\sqrt{\lambda L} / l_0 \gg 0.423$, 这在一般的实际光传输实验中都是满足的。

为了进一步验证式(6.31)的可靠性, 我们将近似式求得的结果与式(6.29)在各参数下的精确结果进行了比较, 其精确结果采用高斯求积法^[101]求得, 定义式(6.31)对精确结果的相对误差为

$$E = \left| \frac{\sigma_{\chi_x}^2 - \sigma_{\chi_x_numcal}^2}{\sigma_{\chi_x_numcal}^2} \right| \times 100\% \quad (6.32)$$

图 6.2 给出的是相对误差随着 Rytov 指数的变化情况, 图中给出了两种类型传输条件, 一种是固定传输距离为 1500m, 图中实线所示(这里横坐标只给出了满足条件的 $\sqrt{\lambda L} / l_0 \gg 0.423$ 的数值), 另一种是固定折射率结构常数为 $10^{-15} m^{-2/3}$, 图中虚线所示。可以看出, 随着 Rytov 方差的增加, 前者计算的相对误差先增大而后趋于一个常数, 而最大相对误差为 0.57%, 而后者计算的相对误差基本为一个常数, 最大值为 0.496%, 两种情况都说明用(6.31)式来计算对数振幅导数方差精度很高。

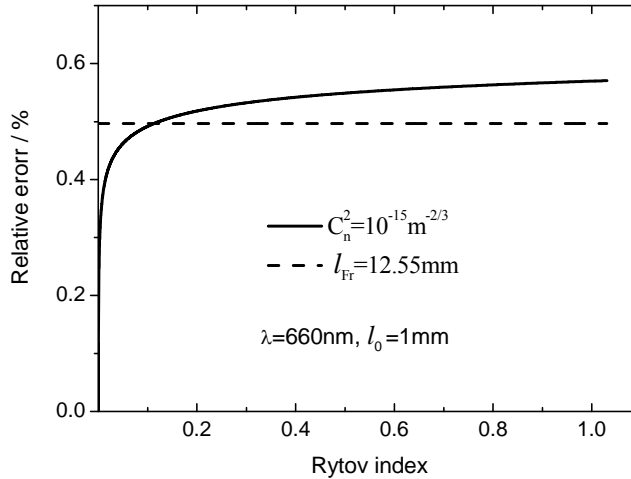


图 6.2 相对误差随 Rytov 指数的变化

Fig 6.2 The relative error vs. Rytov index.

§6.2.3 Rytov 指数和 Fresnel 尺度的影响

图 6.3 表示的是内尺度一定的条件下，对数振幅导数方差随 Rytov 指数的变化趋势，图(a)~(d)中内尺度分别为1;5;8;10mm，光波波长选用 S-H 传感器实验系统的波长即 660nm。和前一节分析一样，对引起 Rytov 指数的变化仍考虑两类传输条件，第一类是固定湍流强度为 $9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$ 而改变传输距离(见图中实线)，另一类是固定传输距离 $L = 1000m$ 而改变湍流强度(见图中虚线)。从图(a)可以看出，随着 Rytov 指数的增加， $\sigma_{\chi_x}^2$ 逐渐增大，而且 Rytov 指数较小时，第一种传输条件对应的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 大于第二种传输条件对应的 $\sigma_{\chi_x}^2$ ，当 Rytov 指数较大时，第二种传输条件对应的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 大于第一种传输条件对应的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 。图(b)~(d)也有同样的结论，只是两类传输条件得到相同 $\sigma_{\chi_x}^2$ 时对应的 Rytov 指数略微不同。进一步对比(a)~(d)可以发现，对同样的传输条件同样的 Rytov 指数，湍流内尺度较大时 $\sigma_{\chi_x}^2$ 值反而更小，这说明 $\sigma_{\chi_x}^2$ 与内尺度成反比关系。图 6.4 更加清楚的描绘了 $\sigma_{\chi_x}^2$ 随湍流内尺度变化的情况，图中不同颜色的曲线代表不同的 Rytov 指数，左图中固定湍流强度 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$ ，右图中固定传输距离为 $L = 1000m$ ，两图中同一颜色的线

Rytov 指数相同。明显可以看出，两类传输条件都表明，Rytov 指数一定时， $\sigma_{\chi_x}^2$ 随内

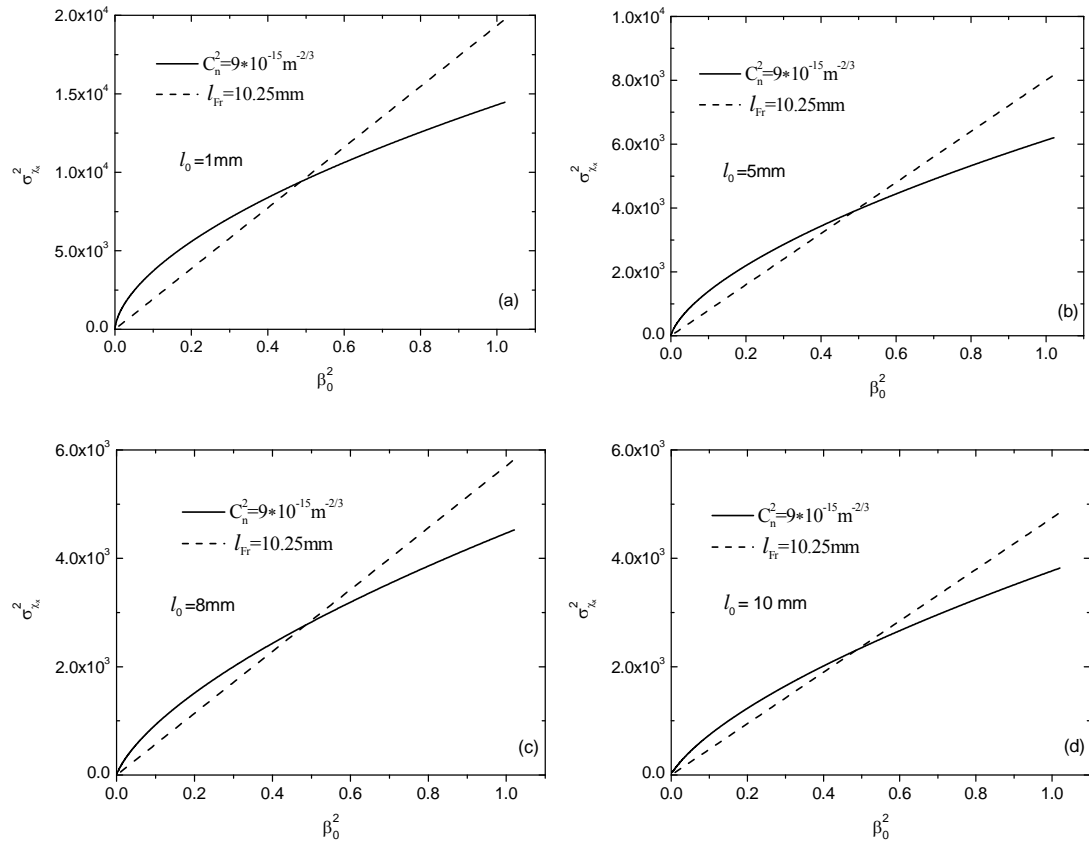


图 6.3 内尺度一定时， $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 Rytov 指数的变化趋势。实线为固定 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ，虚线为

固定 $L = 1000 \text{ m}$

Fig.6.3 The variance of the log-amplitude derivative as a function of Rytov index for fixed inner scales. Real line is the case for a fixed turbulence strength $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ and broken line for a fixed distance 1000m.

尺度的增加而减小，而内尺度一定时， $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 Rytov 指数的增大而增加，这也与图 6.3 的结论一致。

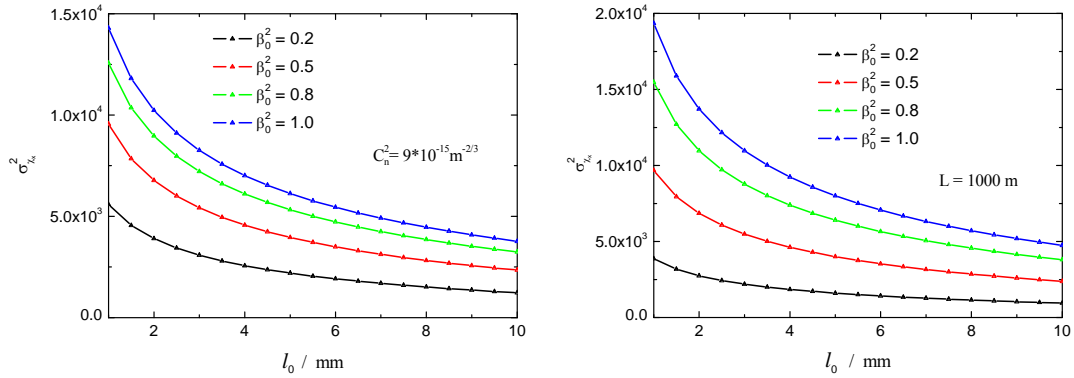
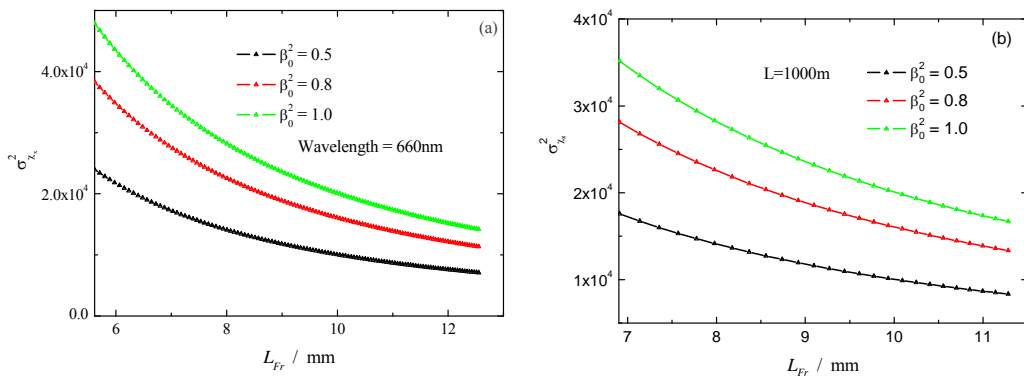


图 6.4 Rytov 指数一定时, $\sigma_{\chi_x}^2$ 随内尺度的变化趋势。左图为固定 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$, 右图为固定 $L = 1000m$

Fig 6.4 $\sigma_{\chi_x}^2$ as a function of turbulent inner scale for fixed Rytov index. The left figure is the case for a fixed turbulence strength $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$ and the right one for a fixed distance 1000m

接下来分析 $L_{Fr} = \sqrt{L/k}$ 的变化对 $\sigma_{\chi_x}^2$ 产生的影响, 我们分三类传输条件进行讨论: 第一类是固定波长为 $660nm$, 分析 Rytov 指数一定时 $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 Fresnel 尺度的变化, 如图 6.5(a)所示, Rytov 指数分别等于 $0.5, 0.8, 1.0$ 三种情况下, $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 Fresnel 尺度的增大而减小; 第二类传输条件固定传输距离为 $1000m$, 整个可见光波长范围内的波长变化对 $\sigma_{\chi_x}^2$ 的影响绘在图 6.5(b)中, 可以看出, Rytov 指数一定时, $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 Fresnel 尺度的增加而减小; 第三类传输条件是固定湍流强度 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$



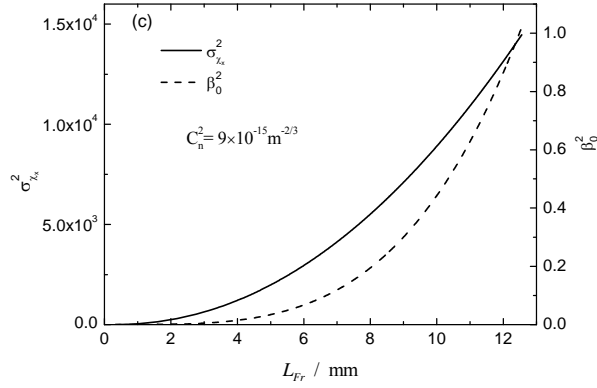


图 6.5 $\sigma_{\chi_x}^2$ 在三类传输条件下随 Fresnel 尺度的变化 (a)固定波长 $\lambda = 660\text{nm}$ (b)固定传输距离 $L = 1000\text{m}$ (c)固定湍流强度 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$

Fig 6.5 $\sigma_{\chi_x}^2$ as a function of Fresnel distance for three categories of propagation events, and (a) for fixed $\lambda = 660\text{nm}$, (b) for fixed $L = 1000\text{m}$, (c) for fixed $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$

和光波波长 $\lambda = 660\text{nm}$ ，从图 6.5(c)可以看出，随着 Fresnel 尺度的增加， $\sigma_{\chi_x}^2$ 逐渐增大，图中虚线同时给出了 Rytov 随 Fresnel 尺度的变化情况。

§6.3 相位不连续点密度的理论分析

前面在 Rytov 近似下推导出对数振幅导数方差与 Rytov 指数、Fresnel 尺寸以及湍流内尺度之间的关系式，将式(6.31)代入式(6.19)，并将公式进行修正，得到相位不连续点密度的表达式为

$$D_{bp} = 0.0507 (K_m L_{Fr})^{-1/6} \sigma_{\chi_x}^2 \operatorname{erfc} \left(0.7854 K_m^{1/6} L_{Fr}^{-5/6} / \sigma_{\chi_x} \right) \quad (6.33)$$

式中 $\operatorname{erfc}(\dots)$ 表示反误差函数，可以看出 D_{bp} 同样与 Rytov 指数、Fresnel 尺寸以及湍流内尺度等参量有关。

固定光波波长为 $\lambda = 660\text{nm}$ ，图 6.5 给出的湍流内尺度一定，相位不连续点密度随 Rytov 指数的变化趋势，其它参量以及考虑的传输条件与图 6.3 一致。(a)图中 $l_0 = 1\text{mm}$ ，可以看出，当 Rytov 指数较小时，光波波前几乎没有相位不连续点出现，当 Rytov 指数增加至 0.3 时单位面积上才出现一对相位不连续点，随后随 Rytov 指数的增加，相位不连续点密度持续迅速增加，当 $\beta_0^2 = 1.0$ 时，第

一种传输条件出现的数密度达 47，而第二种传输条件则达 64。(b)~(d)图中内尺度分别为 5mm;8mm;10mm，相位不连续点数密度随 Rytov 指数的变化趋势与图(a)类似，只是内尺度越大时，随 Rytov 指数的增加，两种传输条件对应的相位不连续点数密度变化趋势的差距越小，例如图(d)，当 $\beta_0^2 = 1.0$ 时，两传输条件对应的相位不连续点数密度都近似为 6，同时也说明内尺度越大，相位不连续点数密度

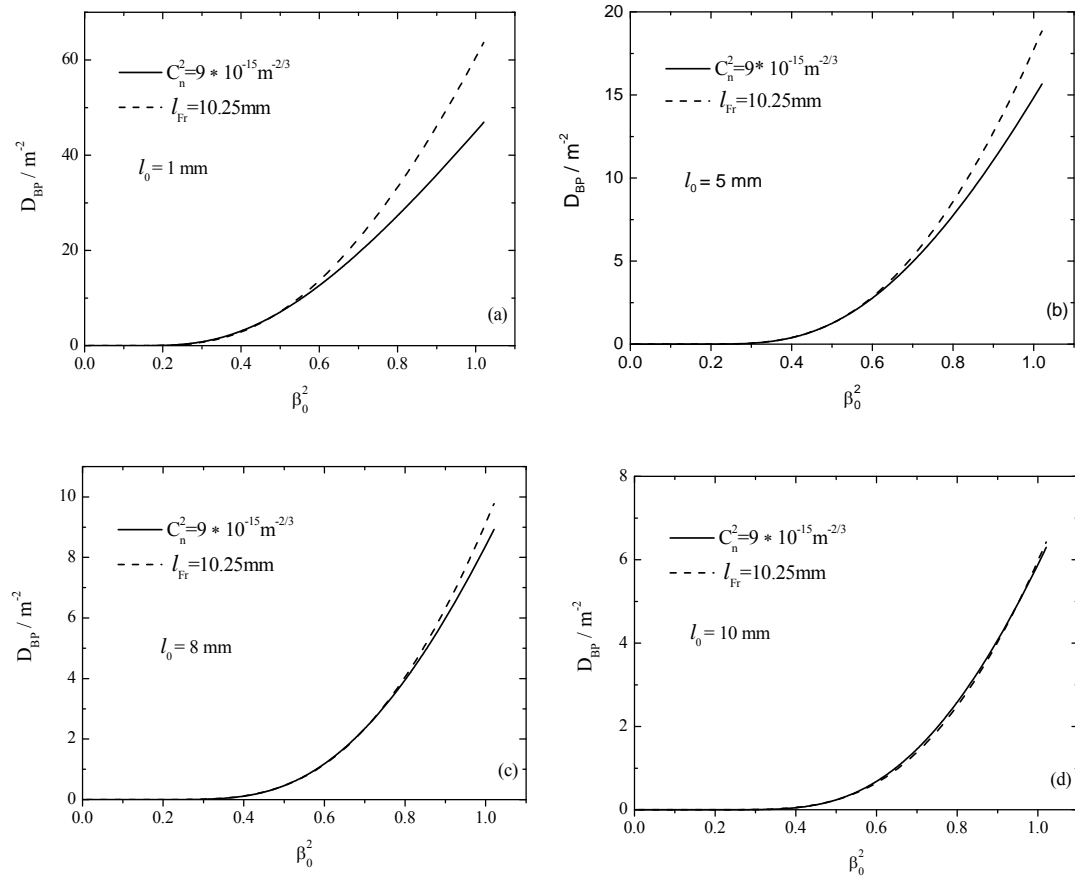


图 6.6 内尺度一定时，相位不连续点数密度随 Rytov 指数的变化，其余参数和传输条件与图

6.3 对应的情况一致

Fig 6.6 Density of the branch points as a function of Rytov index, the other parameters and the category of propagation events are found in figure 6.3.

越小。图 6.7 更加清楚的描绘了 Rytov 指数一定时，相位不连续点数密度与湍流内尺度之间的反比关系，与图 6.4 考虑的传输条件一致，图 6.7 左图为固定湍流强度 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$ ，右图为固定传输距离为 $L = 1000m$ ，两图中同一颜色的线 Rytov 指数相同。由图可知，两类传输条件都表明，Rytov 指数一定时， D_{BP} 随

内尺度的增加而减小，而内尺度一定时， D_{BP} 随 Rytov 指数的增大而增加，这也与图 6.6 的结论一致。

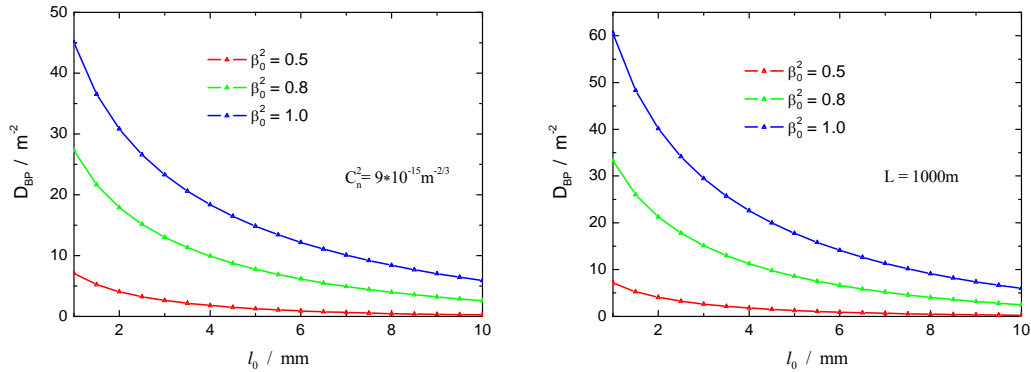
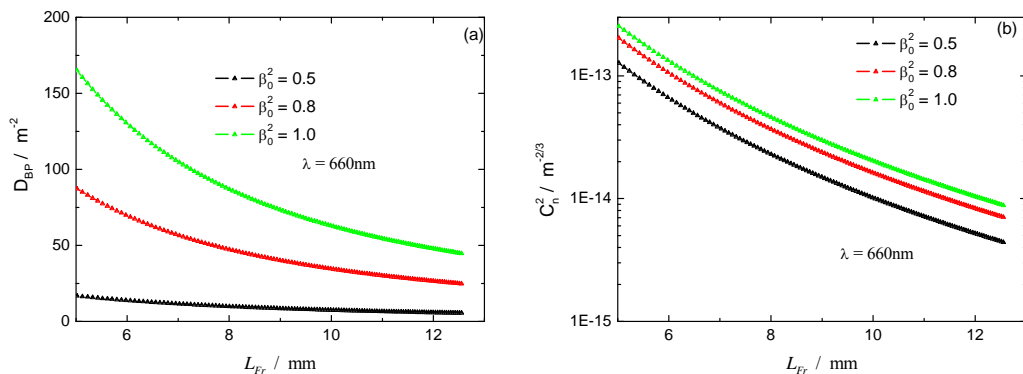


图 6.7 Rytov 指数一定时，相位不连续点数密度随内尺度的变化，传输条件与图 6.4 相一致。

Fig 6.7 Density of the branch points versus Rytov index, the category of propagation events are the same as in figure 6.4.

图 6.8(a)、(c)、(e)分析的是与图 6.5 对应的三种条件下，相位不连续点数密度随 Fresnel 尺度的变化趋势，图 6.8(b)、(d)对应给出了图(a)、(c)分别对应的湍流强度，而图(f)为图(e)对应的 Rytov 指数。从图(a)可以看出，光波波长为 660nm 时， D_{BP} 随 Fresnel 尺度的增加而减小，需要注意的是 $\beta_0^2 = 1.0$ 曲线，当 $L_{Fr} = 6\text{mm}$ 时，每平方米面积上应探测到的相位不连续点达到 140 多对，(b)图显示此时的 $C_n^2 = 1.2 \times 10^{-13} \text{m}^{-2/3}$ 。从图(c)可以看出，当固定传输距离为 1000m ， D_{BP} 同样随 Fresnel 尺度的增加而减小，即说明其它条件一定时，光波波长越长，产生的相位不连点数越少。而图(e)在固定湍流强度 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$ 条件下， D_{BP} 随 Fresnel 尺度的增加而增大。



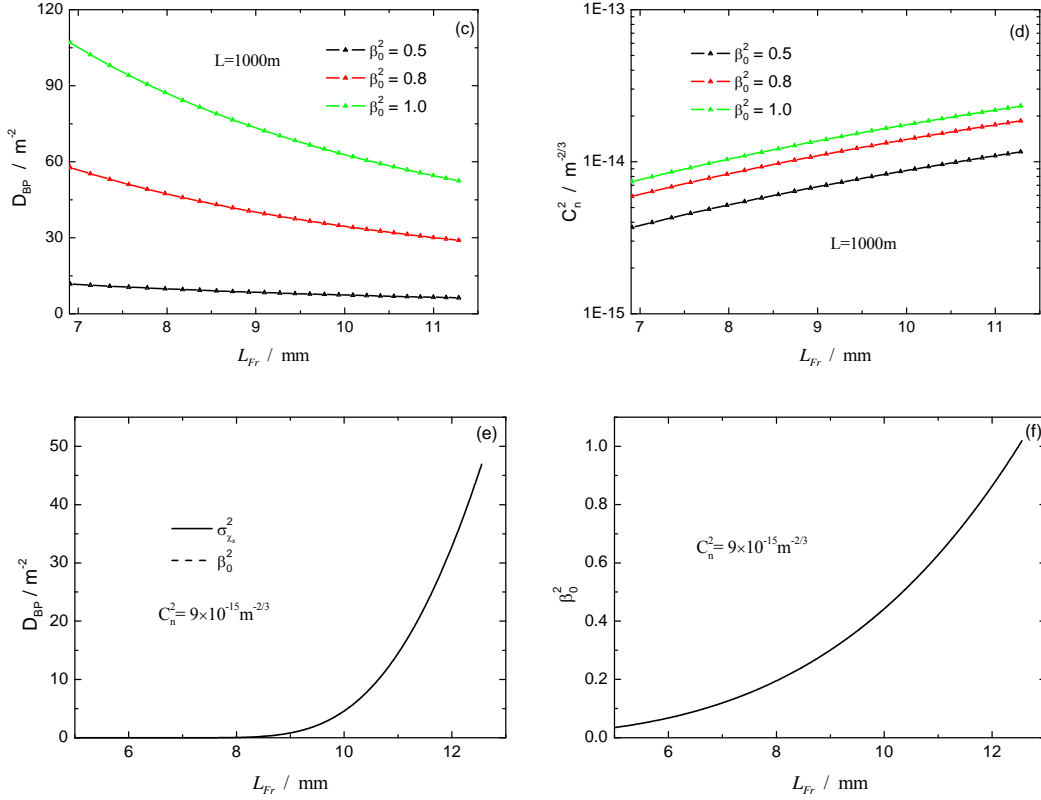


图 6.8 (a)(c)(e)为相位不连续点密度随 Fresnel 尺度的变化，各图传输条件分别与图 6.5(a)(b)(c)相同；图(b)(d)为图(a)(c)对应的湍流强度，图(f)为图(e)对应的 Rytov 指数。
 Fig 6.8 Figure a, c and d describe density of the branch points as a function of Rytov distance, in which propagation conditions are the same in figure 6.3. Figure b, d are the C_n^2 for figure a, c,

and figure f is the β_0^2 for figure e.

§6.4 部分数值模拟结果

光在湍流大气中传播的数值模拟，是从光传播的抛物型方程出发，采用多层相位屏的方法模拟光的传播过程，简单来说，就是利用相位屏将整个传输路径 L 均分为 N_z 份，每个相位屏上设置 $N_{Grid} \times N_{Grid}$ 网格点，利用快速 FFT 变换等方法构造湍流相位屏 [1,123-125]。我们知道，数值模拟结果的可靠性直接依赖于计算方法的正确性和计算参数的合理选取，这里我们采用文献[126]的参数选取原则进行模拟，即要同时满足以下几点：

- (1) 两相位屏之间的 Rytov 指数 $\beta_0^2(\Delta z)$ 小于整个传输路径上 Rytov 指数 $\beta_0^2(L)$ 的 10%；

- (2) 两相位屏之间的 Fresnel 数 $L_{Fr}(\Delta z) = \frac{\Delta z}{k}$ 大于网格间距 Δx ;
- (3) 散射盘尺寸 $l_s \sim L_{Fr}^2(L) / \rho_0$ 必须小于整个相屏的大小即 $N_{Grid} \times \Delta x$, ρ_0 为大气

$$\text{相干长度, 对于平面波 } \rho_0 = \left[1.4527 \int_0^L C_n^2(z) dz \right]^{-3/5} .$$

同时模拟过程中湍流折射率谱型选用 Tatarskii 谱, 需要考虑内尺度的影响, 这就要求满足条件 $\Delta x \ll \frac{l_0}{3}$ 。前面的理论分析得知, 不同的传输条件对结果的影响有所不同, 我们按以下两类传输条件进行了模拟。

第一类是在内尺度一定的条件下, 固定湍流强度, 模拟对数振幅导数方差随 Rytov 指数的变化。图 6.9 红色曲线是根据表 6.1 的参数设置得到的数值模拟结果, (a)~(d)各图内尺度分别为 $l_0 = 6, 7, 8, 9mm$, 各图中同时给出了同条件下的理论结果(黑色曲线所示)。可以看出, 内尺度一定时, 数值模拟得到的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 与理论结果无论在数值还是随 β_0^2 的变化趋势上都符合的比较好, 对比(a)~(d)四幅图看出, 对于相同的 β_0^2 , 数值模拟得到的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 与理论预言的一样, 即随着 l_0 的增大而

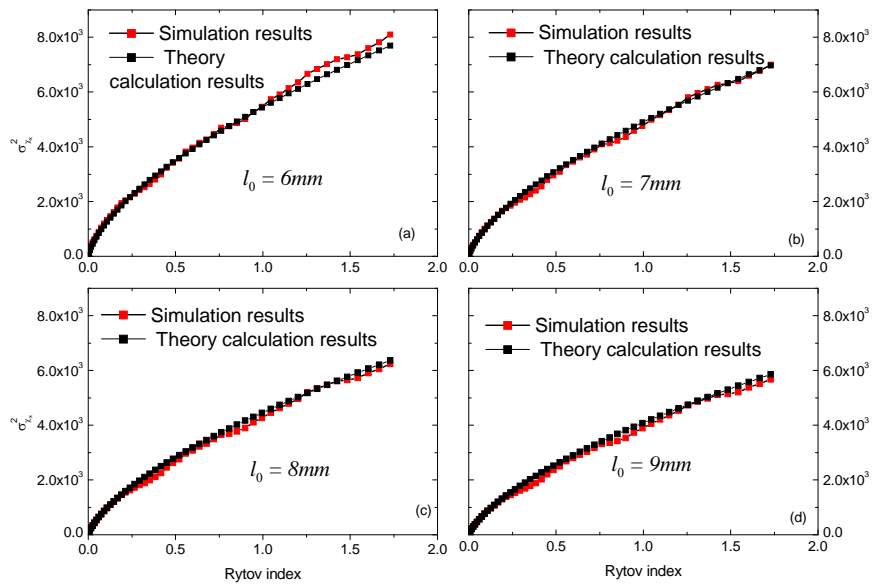


Fig6.9 第一类传输条件下, $\sigma_{\chi_x}^2$ 数值模拟结果与理论结果的对比(1)

Fig 6.9 Comparison between simulation results and theory results of $\sigma_{\chi_x}^2$ in the case of the first propagation condition (1).

表 6.1 图 6.9 中数值模拟参数的设置

Table 6.1 Numerical simulation parameters for figure 6.9

Grid interval(mm)	1
Wavelength (nm)	0.660
Turbulence intensity($m^{-2/3}$)	9×10^{-15}
Inner scale (mm):	6;7;8;9
Phase screen number	50
Grid point number	512
Propagation path (m)	10~2000

减小。设置湍流强度较弱而传输距离较远进行模拟，参数设置见表 6.2，模拟得到的 $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 β_0^2 的变化绘在图 6.10 中(红色曲线)，并与理论结果(黑色曲线)进行了对比，同样可以看出模拟结果与理论预言的结果无论在数值还是随 β_0^2 的变化趋势上都具有较好的一致性。

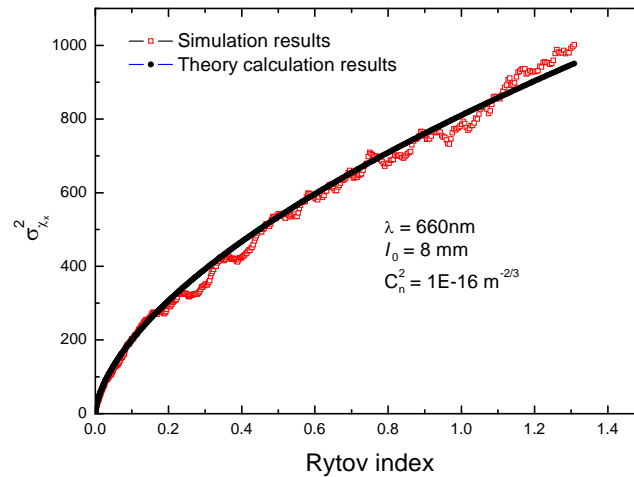
Fig6.10 第一类传输条件下， $\sigma_{\chi_x}^2$ 数值模拟结果与理论结果的对比(2)

Fig 6.10 Comparison between simulation results and theory results of $\sigma_{\chi_x}^2$ in the case of the first propagation condition (2).

表 6.2 图 6.10 中数值模拟参数的设置

Table 6.2 Numerical simulation parameters for figure 6.10

Grid interval(mm)	1
Wavelength (nm)	0.660
Turbulence intensity($m^{-2/3}$)	1×10^{-16}

Inner scale (mm):	8
Phase screen number	100
Grid point number	512
Propagation path (m)	10~20000

第二类是在传输路径一定的条件下, 固定湍流内尺度为 $l_0 = 8\text{mm}$, 模拟 $\sigma_{\chi_x}^2$ 随 β_0^2 的变化趋势。按照表 6.3 设置的传输参数得到的结果绘在图 6.11 中(红色曲线), 其中(a)图为固定传输距离 400m, (b)为固定传输距离 600m 的结果, 同样各图分别给出了理论结果(黑色曲线)进行对比。可以看出, 当 $\beta_0^2 \leq 1$ 时, 理论结果与数值模拟结果同样吻合的相当好。进一步说明了 $\sigma_{\chi_x}^2$ 理论公式推导结果的准确性。

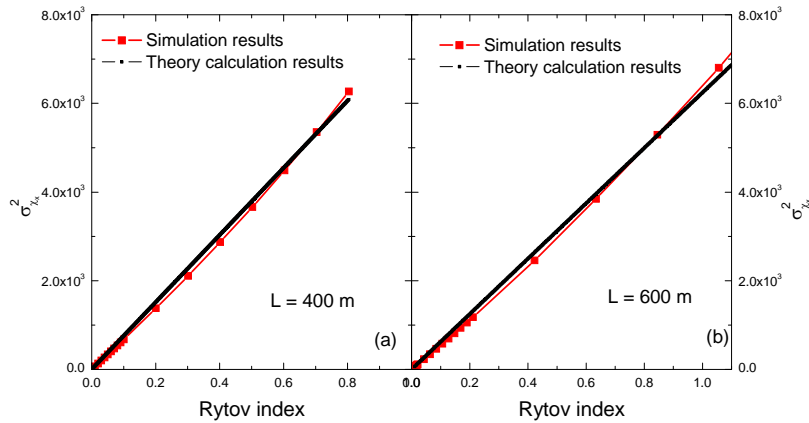


图 6.11 第二类传输条件下, $\sigma_{\chi_x}^2$ 数值模拟结果与理论结果的对比

Fig 6.11 Comparison between simulation results and theory results of $\sigma_{\chi_x}^2$ in the case of the second propagation condition.

表 6.3 图 6.11 中数值模拟参数的设置

Table 6.3 Numerical simulation parameters for figure 6.11

Grid interval(mm)	1
Wavelength (nm)	0.660
Turbulence intensity($\text{m}^{-2/3}$)	$5 \times 10^{-16} \sim 8 \times 10^{-14}$
Inner scale (mm):	10
Phase screen number	100
Grid point number	512
Propagation path (m)	400; 600

此外，本章引言中曾提及弱起伏湍流状态条件下，对数振幅对正态分布的偏离将产生相位不连续点数密度的明显变化，而偏离程度可以通过对正态分布的偏斜度和陡峭度清楚地表现出来。概率分布的偏斜度 g_1 和陡峭度 g_2 分别定义为 [109]：

$$g_1 = B_3 / B_2^{3/2} \quad g_2 = B_4 / B_2^2 - 3 \quad (6.34)$$

其中 B_k , $k = 2, 3, 4$ 是统计样本的 k 阶中心矩。偏斜度反映了概率分布相对于均值的非对称性，偏斜度为正，意味着该组数据中低于均值的事件出现的概率大于高于均值的事件出现的概率，但低于均值的事件与均值的绝对偏离要小于高于均值的事件与均值的绝对偏离，反之亦然。陡峭度则反映了概率分布相对于正态分布的集中程度，陡峭度为正，意味着该组数据的概率分布比正态分布更为集中，反之则比正态分布发散。已知固定 $C_n^2 = 9 \times 10^{-15} m^{-2/3}$, $l_0 = 5mm$ ，理论计算的相位不连续点数密度随着 Rytov 指数的变化如图 6.6 中实线所示，对数值模拟得到的对数振幅、对数振幅导数的概率分布进行拟合并计算各自的 g_1, g_2 ，结果如图 6.12、6.13 所示。从各图计算的 g_1, g_2 数值明显看出，当 Rytov 指数较小时，对数

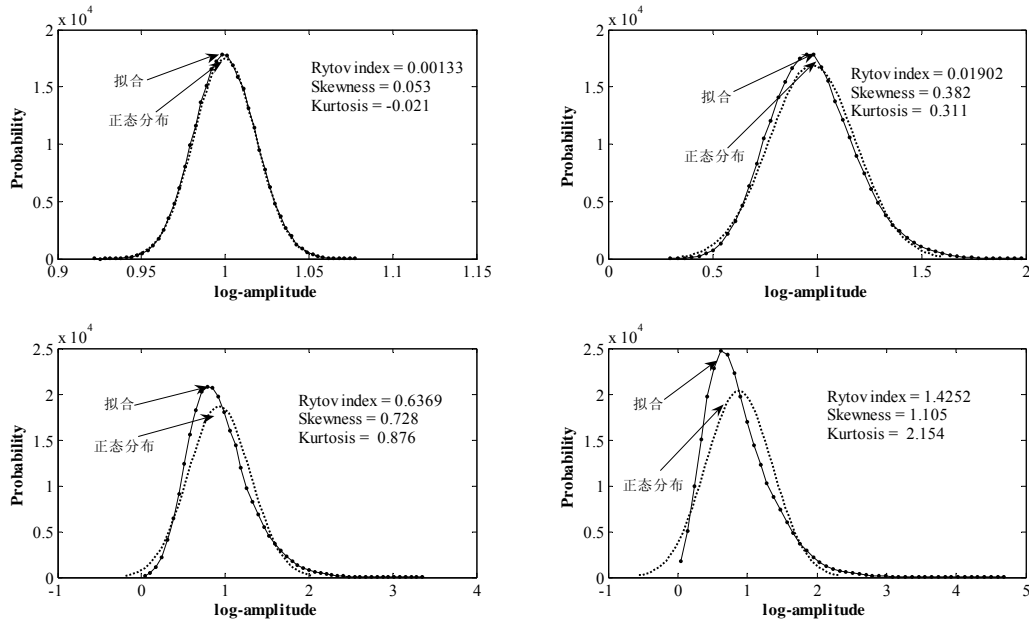


图 6.12 对数振幅的概率分布

Fig 6.12 The probability distribution of log-amplitude.

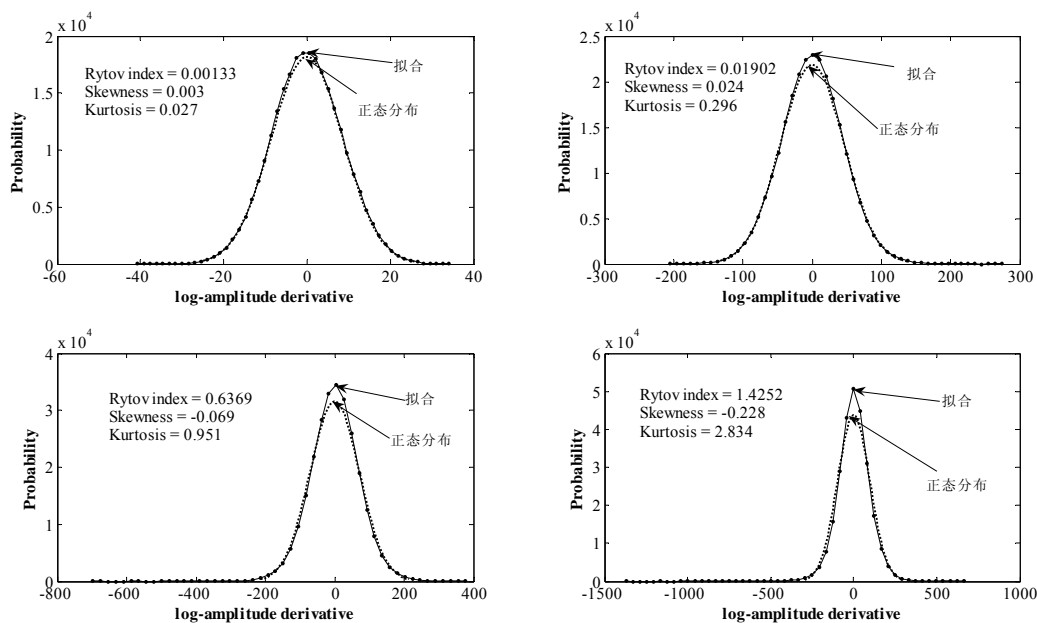


图 6.13 对数振幅导数的概率分布

Fig 6.13 The probability distribution of log-amplitude derivative.

振幅、对数振幅导数的概率分布近似服从高斯分布，而当 Rytov 指数较大时 ($\beta_0^2 > 0.5$)，对数振幅、对数振幅导数的概率分布便不再服从高斯型，图 6.6 表明此时波前中已经出现不连续点，而且随概率分布偏离正态分布程度越大，相位不连续点数密度越多。

§6.5 小结

光波在湍流大气中传输时,由于湍流介质的作用产生衍射波,这些衍射波在向前传输的过程中,产生相干或相消干涉,在完全相消干涉的情况下,波前中会出现振幅为零的点,导致该点的相位是坐标的多值函数,就会出现相位不连续点,而且相位不连续点总是成对出现或湮灭的。研究表明,相位不连续点数密度与光波对数振幅导数方差密切相关。本章在 Rytov 近似条件下,根据湍流介质中的光传播理论,推导得出了对数振幅导数方差的解析式,结果表明该参量与湍流内尺度、Rytov 指数以及 Fresnel 尺度有关,理论分析了不同传输条件下,对数振幅导数方差随上述各参量的变化趋势。在此基础上,对相位不连续点数密度公式进行了修正,同样就不同的传输条件下,上述三个参量的变化对相位不连续点数密度的影响分别进行了讨论。本章最后,给出了对数振幅导数方差的理论与数值模

拟结果的对比，对比结果表明二者在数值和变化趋势上具有很好的一致性。

研究发现，当湍流处于较强起伏状态时，理论结果与模拟结果就会出现一定的差异性，同时还发现，尽管相位不连续点数密度的模拟结果与理论结果在变化趋势上具有很好的一致性，但是在数值上似乎存在一个倍数的关系，而且不同的传输条件倍数的数值有所不同，这些现象的要求我们作继续深入的研究探索。

第七章 总结与展望

激光在湍流大气中传播,受湍流折射率随机起伏的影响,光波的振幅和相位同时发生随机起伏,从而引起接收平面上的光强闪烁和相位起伏等一系列的湍流效应。论文简要回顾了儿种目前常用的光学湍流测量的方法和技术,并对各种测量方法的优缺点进行了描述。常规用于波前探测的S-H传感器具有较高的时间与空间分辨率,根据光电探测器件CCD在动态范围内的输出信号与入射光功率成正比的特点,提出了将S-H传感器用于闪烁和相位起伏效应同时测量的研究思路,并由此开展了一系列的可行性实验验证和探索性理论分析。本章首先对论文的主要研究成果进行总结,然后针对研究中出现的问题列出了下一步的工作计划。

§ 7.1 开展的主要工作和取得的成果

1 S-H 传感器用于闪烁效应测量的可行性分析

将每一个入射子波、微透镜子孔径以及相应的 CCD 面元等效为一个光强探测系统,这就是 S-H 传感器用于闪烁测量的基本原理。在水平 1000m 的传输路径上开展了实验验证,实验过程中,首先对光源的稳定性进行了验证,对起伏方差和功率谱分析结果表明所选光源的输出光功率相对比较稳定;统计表明,可以将时空间数据进行融合处理,从而大大增加了统计样本点;传感器闪烁测量的结果与大口径闪烁仪测量的结果对比表明除系统偏差引入的测量误差,二者无论在量级还是随时间的变化趋势上都具有较好的一致性,这说明 S-H 传感器用于闪烁测量的结果是可靠的。

2 S-H 传感器用于闪烁和相位起伏效应的同时测量

结合 S-H 传感器常规畸变波前测量的功能,在近地面水平 1 公里的湍流大气中,初步进行了闪烁和相位起伏效应同时探测的实验研究,独立编写了实验数据的批处理软件。对根据这两种湍流效应测得的大气折射率结构常数进行了比较,取夏季和冬季各一昼夜的数据进行分析,结果表明二者的日变化基本符合合肥地区夏、冬季节弱湍流起伏的统计特性,而且二者除了数值上有微小差异,在全天的变化趋势上基本保持一致。采用双对数坐标对两者的相关性分析结果表明,复

相关系数达 0.798。同时给出了二者在数值上存在微小差异的原因。

分析了闪烁和相位起伏功率谱密度的实验结果。对于‘点’的情况，大部分与理论预测的结果一样，即闪烁频谱的低频段基本为常数，高频段满足 $-8/3$ 幂率指数，而相位谱密度在整个频率范围内皆满足 $-8/3$ 幂率指数；对于不同孔径的闪烁谱密度，也与数值积分计算的结果基本一样。由此进一步说明 S-H 传感器用于闪烁和相位起伏测量结果是可靠的，可以将其用于闪烁和相位起伏效应的同时测量。这不仅避免了不同系统测量可能引起的系统偏差，同时拓展了该传感器的使用功能。

3 S-H 传感器闪烁相关法测量路径横向风速

分析了时空间闪烁相关法测量路径横向风速的原理，首次实现了利用 S-H 传感器闪烁效应测量路径横向风速。探讨了路径权重函数的选取原则，对于路径平均横向风速选择相邻子孔径间闪烁信号进行测量，而选择归一化孔径间距为 0.26、0.52 以及 0.78 的子孔径对信号，可以实现横向风速的两段廓线反演。基于这些理论，在近地面水平 1000 米路径上开展了横向风速的实验测量，将得到的平均横向风与风速计测量的结果进行了比对，发现两系统的测量结果具有很好的 consistency，对二者的时间序列进行线性拟合，多次测量得到的相关系数达 0.8 以上。最后，对路径横向风速的两段廓线进行了尝试性测量，对测量结果进行的分析表明，利用 S-H 传感器进行光传播路径上横向风速廓线的测量是可行的，该技术的实现进一步拓展了该传感器的使用功能，具有重要的工程意义。

4 结合实验中的反常功率谱，分析湍流折射率谱型对闪烁和相位起伏谱密度的影响

光波起伏谱密度出现的部分反常现象吸引我们关注湍流折射率谱型有异于 Kolmogorov 谱时光波起伏频谱的特征，于是从对数振幅和相位起伏的相关函数出发，推导得出了不同湍流折射率谱型条件下的闪烁和相位起伏功率谱的解析表达式。分别对湍流折射率标度指数、内尺度、外尺度以及探测器孔径的变化给光波起伏谱密度产生的影响进行了理论分析，得到了如下结论：

- (1) 探测器孔径的增大，会导致闪烁频谱低频段幅度下降，高频段频谱下降的幂率越来越大，低频段与高频段的转折频率逐渐减小，同时转折部分的频谱振幅也变的越来越平滑；

- (2) 随湍流折射率标度指数的增大, 闪烁频谱在低频段随频率的变化不再仅仅为一个常数, 而呈现一定的幂指数关系, 高频段下降的幂指数逐渐增大。而相位起伏频谱在整个频率段下将的幂率也逐渐增大;
- (3) 湍流内尺度仅对光波频谱的高频段有影响。内尺度为零时, 光波功率谱密度的高频段满足 $-8/3$ 幂率, 随着内尺度的增加, 高频段下降的幂率越来越大, 这种影响对闪烁频谱在小孔径接收时更为明显, 这说明小孔径较大孔径对内尺度更加敏感;
- (4) 湍流外尺度的影响则主要体现在频谱的低频段。随着外尺度的减小, 闪烁谱密度的低频段振幅减小, 这种影响在大口径接收时更为明显, 说明大口径较小口径对外尺度更加敏感。外尺度较大时相位起伏频谱低频段满足 $-8/3$ 幂率, 而随着外尺度的减小, 低频段下降的幂指数逐渐减小。

5 相位不连续点数密度的理论分析与数值模拟

背景噪声、测量误差以及子孔径尺寸等因素是造成 S-H 传感器不能准确探测相位不连续点的客观原因。业已证明, 相位不连续点数密度与光波对数振幅起伏的空间导数方差有关, 根据湍流介质中的光传播理论, 推导得出了对数振幅导数方差的解析表达式, 对于平面波和 Tatarskii 湍流谱形满足:

$$\sigma_{\chi_x}^2 \approx 0.731\beta_0^2 / L_{Fr}^2 \left[\kappa_m^{1/3} L_{Fr}^{1/3} - 1.19 \sin(5/6 \arctan(\kappa_m^2 L_{Fr}^2)) \right]$$

从公式不难看出, $\sigma_{\chi_x}^2$ 与湍流内尺度、Rytov 指数以及 Fresnel 尺度有关。理论分析了不同传输条件下, 上述各参量的变化对 $\sigma_{\chi_x}^2$ 的影响。在此基础上, 对 Voitsekhovich 提出的相位不连续点数密度公式进行了修正, 对不同的传输条件下, 上述三个参量的变化对相位不连续点数密度的影响进行了讨论。

最后给出了不同传输条件下部分数值模拟结果, 将 $\sigma_{\chi_x}^2$ 的模拟与理论结果进行了对比, 二者在数值和变化趋势上具有很好的一致性。并对对数振幅及其空间导数概率分布的偏斜度和陡峭度与 D_{BP} 的关系进行了定量分析。

§ 7.2 存在问题与工作展望

本论文是基于 S-H 传感器开展的闪烁和相位起伏效应的探测和研究, 在取得了一些具有实际意义或者创新性研究成果的同时, 也发现有一些问题需要进一步

的深入讨论和研究，主要包括以下几个方面：

(1). S-H 传感器用于闪烁和相位起伏效应的同时测量，目前的工作主要是通过初步的实验结果证明了其可行性和可靠性。由于闪烁效应主要对近场湍流敏感，而相位起伏则对远场湍流更为敏感，这使我们可以利用 S-H 传感器闪烁和相位起伏同时测量的结果，进行路径湍流强度廓线的反演。

(2). 利用 S-H 传感器初步实现了路径横向风速两段廓线的反演，但对实测结果的可靠性没能给出直接的证明，另外，要想尝试路径更高分辨率的廓线反演，还需进一步探讨权重函数的合理选取以及反演方法的一些细节，例如探测误差的存在对测量结果的影响等等，所有这些仍需进一步开展深入的理论分析和实验验证。

(3). 在 Rytov 近似下，得到了对数振幅导数方差的表达式并对相位不连续点数密度的公式进行了修正，而且数值模拟与理论结果的对比已经表明，得到的对数振幅导数方差的公式是正确的。但对相位不连续点数密度数值模拟结果进行分析时，我们发现了模拟结果与理论预言的结果在变化趋势上符合的相当好，但量级上却似乎存在一个常数的差别，例如在表 6.1 设置的传输参数条件下，数值模拟得到的 D_{BP} 结果与理论结果的对比见图 7.1，图中红色曲线为模拟得到的结果，黑色曲线为理论计算的结果，各图中采用的是双 Y 轴坐标。

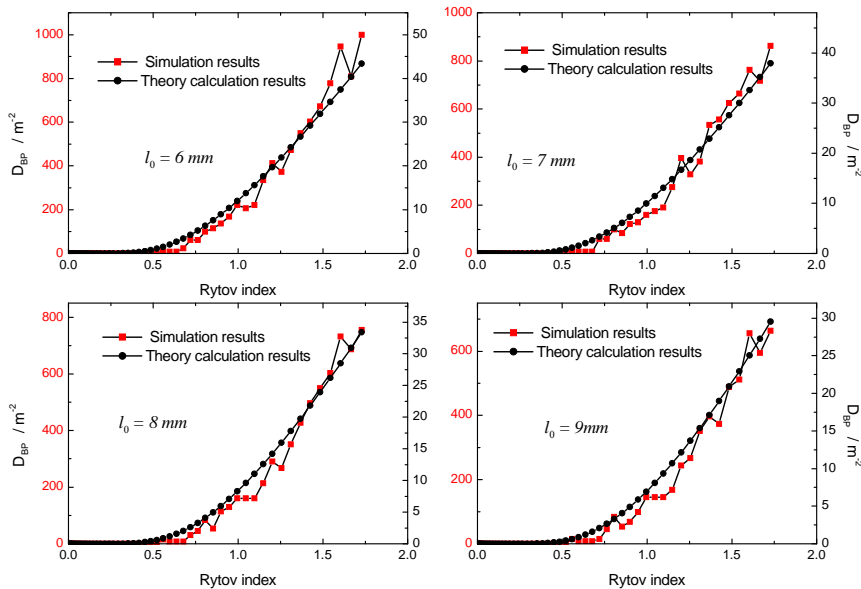


图 7.1 相位不连续点数密度数值模拟与理论结果的对照

Fig 7.1 The contrast of D_{BP} from simulation results and theory results.

模拟与理论结果之间的差异,目前还没法给出合理的解释并提出可能的解决途径,对这项工作的深入开展是责无旁贷的。另外,当湍流处于中等甚至强起伏状态时,此时弱湍流条件下的 Rytov 近似不再成立,对数振幅导数方差和相位不连续点数密度同光波和湍流参数之间的新的统计模式,也将是我们需要探讨的问题之一。

总之,研究工作任重而道远,对光传输大气湍流效应的研究远没有达到目的,需要我们实事求是、脚踏实地不断探索和发现。

参考文献

- [1] 饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005.
- [2] 周秀骥, 陶善昌, 姚克亚等. 高等大气物理学[M]. 北京: 气象出版社, 1991.
- [3] 塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论[M]. 温景嵩等译. 北京: 科学出版社, 1978.
- [4] R. R. Beland. Propagation through atmospheric optical turbulence[M]. in “Atmospheric propagation of radiation”, the IR & EO Systems Handbook, vol. 2. *SPIE Press*. 1992.
- [5] L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser beam propagation through random media[M]. *SPIE Press*. 1998.
- [6] 宋正方. 应用大气光学基础[M]. 北京: 气象出版社, 1990.
- [7] 毛用才, 胡奇英. 随机过程[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999.
- [8] 林元烈. 应用随机过程[M]. 清华大学出版社, 2002.
- [9] S. 潘契夫, 谭镐生等译. 随机函数与湍流[M]. 北京: 科学出版社, 1976.
- [10] 饶瑞中. 现代大气光学及其应用[J]. *大气与环境光学学报*, 2006, **1**(1): 2-13.
- [11] K. P. Birch and M. J. Downs. An updated Edlén's equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*. 1993,**30**:155-162.
- [12] K. P. Birch and M. J. Downs. Correction to the updated Edlén's equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*. 1994, **31**: 315-316.
- [13] G. Bönsch and E. Potulski. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén's formulae[J]. *Metrologia*. 1998, **35**:133-139.
- [14] 胡非. 湍流、间歇性与大气边界层[M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [15] C. Ho and A. Wheelon. Amplitude Scintillation due to atmospheric turbulence for deep space network Ka-Band downlink[R]. *IPN Progress Report*. 2004, 42-158.
- [16] Larry C. Andrews, Ronald L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. *Bellingham WA: SPIE Optical Engineering Press*. 1998.
- [17] R. J. Hill, S. F. Clifford, R. S. Lawrence. Refractive-index and absorption fluctuations in the infrared caused by temperature, humidity, and pressure fluctuations[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1980, **70**(10): 1192-1205.
- [18] V. A. Banakh, V. L. Mironov. Phase approximation of the Huygens-Kirchoff method in

- problems of space-limited optical-beam propagation in turbulent atmosphere[J]. *Optics Letters*. 1979, **4**(8): 259-261.
- [19] Yonghun Cheon, Vincent Hohreiter, Mario Behn etc. Angle-of-arrival anemometry by means of a large-aperture Schmidt-Cassegrain telescope equipped with a CCD camera[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2007, **24**(11): 3478-3492.
- [20] James H. Churnside, Richard J. Lataitis. Angle-of-arrival of a reflected beam in atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Am. A*. 1987, **4**(7): 1264-1272.
- [21] 范承玉, 王英俭, 龚知本. 光波相位不连续点的探测[J]. *光学学报*. 2001, **21**(11): 1388-1391.
- [22] J. F. Nye, M.V. Berry, Dislocations in wave trains[J]. *Proc. R. Soc. London Ser. A*. 1974, **336**,165-190.
- [23] David L. Fried, Jeffrey L. Vaughn, Branch cuts in the phase function[J]. *Applied. Optics*. 1992, **31**(15): 2865-2882.
- [24] 周仁忠, 自适应光学原理[M], 国防工业出版社, 1996.
- [25] Richard H. Hudgin. Wave-front reconstruction for compensated imaging[J]. *J. Opt. Am*. 1977, **67**(3):375-378.
- [26] V.V. Voitikhovich, D. Kouznetsov, D.K. Morozov, Density of turbulence-induced phase dislocations[J]. *Appl. Opt*. 1998, **37**(21): 4525-4535.
- [27] 饶瑞中, 龚知本. 激光在湍流大气中传播的高频起伏特征[J]. *中国激光*. 2002, **A29**(增刊): 281-284.
- [28] S. F. Clifford. Temporal-frequency spectra for a spherical wave propagating through atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America*. 1971, **61**(10): 1285-1292.
- [29] Rao Ruizhong. Optical properties of atmospheric turbulence and their effects on light propagation[J]. *SPIE, Bellingham, WA*. 2005, **5832**: 1-11.
- [30] O. K. Hartogensis, H. A. R. de Bruin, B. J. H. van de Wiel. Displaced-beam aperture scintillometer test. Part II: cases-99 stable boundary-layer experiment[J]. *Boundary-layer Meteorol*. 2002, **105**(1): 149-176.
- [31] Displaced beam laser scintillometer SLS-20/40. Available from WWW site: http://www.geo.uni-bayreuth.de/mikrometeorologie/QC_Workshop/DWD_Thurnau_sls.pdf

- [32] V. Thiermann, H. Grassl. The measurement of turbulent surface-layer fluxes by use of bichromatic scintillation[J]. *Boundary-layer Meteorol.* 1992, **58**(4): 367-389.
- [33] 朱文越, 马晓珊, 侯再红, 饶瑞中. 海面大气边界层内多波段激光传输效应研究. *大气与环境光学学报*. 2007, **2**(6): 464-471.
- [34] 朱文越, 赵柱灵, 马晓珊, 饶瑞中. 同步测量大气湍流折射率结构常数和内尺度的光学方法. *强激光与粒子束*. 2005, **17**(10): 1461-1464.
- [35] 马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 测量折射率结构常数河内尺度的三波长激光闪烁仪[J]. *大气与环境光学学报*. 2007, **2**(1):50-54.
- [36] L.C. Andrews, R.L. Phillips, C.Y. Hopen, et al. Theory of optical scintillation[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1999, **16**(6): 1417-1429.
- [37] Clifford S. F., Ochs G. R., Lawrence R. S. Saturation of optical scintillation by strong turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1974, **64**(2): 148-154.
- [38] T. Wang, G. R. Ochs, S. F. Clifford. A saturation-resistant optical scintillometer to measure C_n^2 [J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1978, **68**(3):334-338.
- [39] Mikesell A H, Hoag A A, Hall J S. The scintillation of starlight[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1951, **41**(10):689-695.
- [40] A. Tokovinin. A new method of measuring atmospheric seeing[J]. *Astronomy letters*. 1987, **24**(5): 662-664.
- [41] A. Tokovinin. Study of single-star turbulence profiles[R]. 1998.
- [42] 马晓珊. 激光大气闪烁效应研究和大口径闪烁仪的研制[D]. 北京: 中国科学院研究生院. 2008.
- [43] J. Vernin, F. Roddier. Experimental determination of two-dimensional spatiotemporal power spectra of stellar light scintillation. Evidence for a multilayer structure of the air turbulence in the upper troposphere[J]. *J. Opt Soc. Am. A.* 1973, **63**(3): 270-273.
- [44] R. Avila, J. Vernin, and E. Masciadri. Whole atmospheric-turbulence profiling with generalized scidar[J]. *Appl. Opt.* 1997, **36**(30): 7898-7905.
- [45] Victor Kornilov, Andrei Tokovin, et al. MASS: a monitor of the vertical turbulence distribution[J]. *Proc of SPIE*. 2003, **4839**: 837-845.
- [46] A. Tokovinin. Profile restoration in MASS: fixed layers[R], 2002.
- [47] James C. Camparo. Stellar scintillation and the atmosphere's vertical turbulence profile[J]. *J.*

- Opt. Soc. Am. A.* 2001, **18**(3): 631-637.
- [48] Ben C. Platt, Roland Shack. History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing[J]. *Journal of Refractive Surgery.* 2001, **17**: 573-577.
- [49] G. A. Chanan, M. Troy, E. Sirko. Phase discontinuity sensing: A method for phasing segmented mirrors in the infrared[J]. *Applied Optics.* 1999, **38**(2): 704-713.
- [50] D. L. Fried. Least-square fitting a wave-front distortion estimate to an array of phase difference measurements[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1977, **67**(3): 370-375.
- [51] Richard H. Hudgin. Wave-front reconstruction for compensated imaging[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1977, **67**(3): 375-378.
- [52] W. H. Southwell. Wave-front estimation from wave-front slope measurement[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1980, **70**(8): 998-1006.
- [53] Jiang Wenhan, Li Huagui. Hartmann-Shack wavefront sensing and wavefront control algorithm[J]. *SPIE, Adaptive Optics and Optical Structures.* 1990, **1271**: 82-93.
- [54] 张强, 吕百达, 姜文汉. 环形域上Zernike模式法波前重构[J]. *强激光与粒子束.* 2000, **12**(3): 306-310.
- [55] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am.* 1976, **66**(3): 207-211.
- [56] Born M., Wolf E. Principles of Optics[M]. Cambridge: *Cambridge University Press*, 1999.
- [57] Wyant J. C., Shannon R.R. Applied optics and optical engineering[M]. Academic Press, 1997.
- [58] S. K. sheem, T. G. Giallorenzi, and K. Koo. Optical techniques to solve the signal fading problem in fiber interferometers. *Applied Optics.* 1982, **21**(4): 689-693.
- [59] 陈勇, 董小鹏, 陈焯等. 克服光纤Mach-Zehnder干涉仪信号衰落的新方法及分析[J]. *光子学学报.* 2003, **32**(11): 1363-1366.
- [60] A. Dandridge and A. B. Tveten. Phase compensation in interferometric fiber-optic sensors[J]. *Optics Letters.* 1982, 279-281.
- [61] Mermelstein M D. Fiber-optics atmospheric turbulence sensor [J]. *Optics Letters.* 1995, **20**: 1922-1923.
- [62] Bruce A. Conway. NASA programs in advanced sensors and measurement technology for aeronautical applications[M]. Hampton: NASA Langley Research Center.

- [63] 梅海平, 黄红莲, 饶瑞中. 用光纤准直耦合光路测量大气光学湍流[J]. *红外与激光工程*. 2007, **36**(6): 910-913.
- [64] Haiping Mei, Baosheng Li, Honglian Huang, Ruizhong Rao. Piezoelectric optical fiber stretcher for applications in atmospheric optical turbulence sensor[J]. *Applied Optics*. 2007, **46**(20): 4371-4375.
- [65] 梅海平, 苑克娥, 饶瑞中. 光纤传感技术用于大气光学湍流测量[J]. *大气与环境光学学报*. 2007, **1**(1): 1-5.
- [66] 郝磊, 梅海平, 钱仙妹, 朱文越, 饶瑞中. 大气光学湍流光纤测量技术中的解调算法研究[J]. *光子学报*. 2008, **37**(11): 2291-2295.
- [67] 王廷云. 用压电陶瓷实现的光纤相位调制理论与实验分析[J]. *光子学报*. 1999, **28**(2): 134-137.
- [68] 吴重庆. 光波导理论[M]. 北京: 清华大学出版社. 2000, 139-145.
- [69] 曾雪飞. MZ干涉式光纤陀螺研究[D]. 成都: 电子科大硕士论文. 2003.
- [70] 苑克娥, 梅海平, 饶瑞中. 光纤干涉系统光学湍流测量原理及其偏振噪声问题的分析[J]. *量子电子学报*. 2007, **24**(3): 347-351.
- [71] A.D Kersey, M J Marrone, A Dandridge, et al. Optimization and Stabilization of Visibility in Interferometric Fiber-Optic Sensors Using Input Polarization Control[J]. *Light wave Technology*, 1988, **6** (10): 1599-1609.
- [72] 王之江, 伍树东. 成像光学[M]. 北京: 科学出版社, 1991.
- [73] 王圣佑, 曹才芝, 韩召进. 光测原理和技术[M]. 北京: 兵器工业出版社. 1992.
- [74] 苑克娥, 朱文越, 饶瑞中等. 基于Shack-Hartmann传感器的湍流大气光闪烁测量[J]. *红外与激光工程*. 2007, **36**(增刊): 436-439.
- [75] 苑克娥, 朱文越, 饶瑞中. Shack-Hartmann传感器用于闪烁和相位起伏效的同时测量[J]. *光学学报*. 2008, **28**(9): 1659-1663.
- [76] Yong Zhang, Dehua Yang, Xiangqun Cui. Measuring seeing with a Shack-Hartmann wave-front sensor during an active-optics experiment[J]. *Applied optics*. 2004, **43**(2): 729-734.
- [77] CA-D6-xxxxW Camera User's Manual.
- [78] 吴晓庆, 卢盼盼, 林晓庆等. 2008年11月合肥地区常规气象参数和通量测量实验报告[R]. 2008年秋季合肥综合测量实验报告集. 2008: 96-107.

- [79] 饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春, 龚知本. 激光在湍流大气中传播的闪烁效应研究[R]. 实验报告集, 1999.
- [80] Sung-Hoon Baik, Seung-Kyu Park, Cheol-Jung Kim, Byuncheon Cha. A center detection algorithm for Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. *Optics & Laser Technology*. 2007, **39**: 262-267.
- [81] 朱文越, 马晓珊, 饶瑞中. 激光大气闪烁的高频谱特征[J]. *强激光与粒子束*. 2006, **18**(11): 1793-1795.
- [82] 赵天资, 宋炜, 王尚旭. 基于匹配追踪算法的时频滤波去噪方法[J]. *石油物探*. 2008, **47**(4): 367-371.
- [83] 苑益军, 牛滨华, 王焕弟等. 去噪技术在地震资料处理中的应用[J]. *东华理工学院学报*. 2005, **28**(1): 12-16.
- [84] 马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 测量大气折射率结构常数的大口径激光闪烁仪[J]. *中国激光*. 2008, **35**(6): 898-902.
- [85] 鲜浩, 李华贵, 姜文汉, 吴旭斌. 用Hartmann-Shack传感器测量激光束的波前相位[J]. *光电工程*. 1995, **22**(2): 38-45.
- [86] Charles A. Primmerman, Thomas R. Price, Ronald A. Humphreys, Byron G. Zollars et al. Atmospheric compensation experiments in strong-scintillation conditions[J]. *Applied Optics*. 1995, **34**(12): 2081-2088.
- [87] 马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 利用闪烁和漂移效应测量大气折射率结构常数的对比分析[J]. *强激光与粒子束*. 2007, **19**(4): 538-542.
- [88] Mei Hai-ping, Rao Rui-zhong, Zhu Wen-yue. Evaluating refractive index structure constant and characterizing spectrum of atmospheric turbulence [J]. *High Power Laser and Particle Beams*. 2003, **15**(12):1155-1158.
- [89] Rao Ruizhong. High-frequency behavior of the temporal spectrum of laser beam propagating through turbulence[J]. *Proc. SPIE*. 2002, **4926**: 175-180.
- [90] 黄印博, 王英俭, 饶瑞中, 等. 热晕效应相位补偿定标参量的数值分析[J]. *光学学报*. 2002, **22** (12): 1461-1464.
- [91] 吕百达. 强激光的传输与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [92] 翁宁泉, 肖黎明, 龚知本. 915M微波测风雷达原理与实验对比[J]. *量子电子学报*. 2001, **18**(1): 92-96.

- [93] B.Lopez . How to monitor optimum exposure times for high resolution imaging mode?[J]. *Astron. Astrophys.* 1992, **253**: 635-640.
- [94] B.Lopez, Marc Sarazin. The ESO atmospheric temporal coherence monitor dedicated to high angular resolution imaging[J]. *Astron. Astrophys.* 1993, **276** : 320-326.
- [95] B. H. Briggs, G. J. Phillips, D. H. Shinn. The analysis of observations on spaced receivers of the fading of radio signals[J]. *Proc. Phys. Soc. B.*, 1950, **63**(106): 106-121.
- [96] R. S. Lawrence, G. R. Ochs, S. F. Clifford. Use of scintillations to measure average wind across a light beam[J]. *Applied Optics.* 1972, **11**(2): 239-243.
- [97] Ting-i Wang, G. R. Ochs, R. S. Lawrence. Wind measurements by the temporal cross-correlation of the optical scintillations[J]. *Applied Optics.* 1981, **20**(23):4073-4081.
- [98] V. A. Banakh and D. A. Marakasov. Wind velocity profile reconstruction from intensity fluctuations of a plane wave propagating in a turbulent atmosphere[J]. *Optical Society of America. Optics Letters.* 2007, **32**(15): 2236-2238.
- [99] G. R. Ochs, S. F. Clifford, Ting-i Wang. Laser wind sensing: the effects of saturation of scintillation[J]. *Applied Optics.* 1976, **15**(2): 403-408.
- [100] 苑克娥, 朱文越, 黄印博, 饶瑞中. Shack-Hartmann传感器用于湍流大气横向风速的测量[J]. *光学学报.* 2009, **29**(2): 303-307.
- [101] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, et al.. Numerical recipes in C: the art of scientific computing[M] (Second Edition). New York: *Cambridge University Press*, 1992. 147-161.
- [102] R.S.Lawrence,J.W.Strohbehn,A survey of clear-air propagation effects relevant to optical communications[J]. *Proc.IEEE.* 1970, **58**(10); 1523-1545.
- [103] Rao R Z, Wang S P, Liu X C. Turbulence spectrum effect on wave temporal-frequency spectra for light propagating through the atmosphere[J]. *J Opt Soc Am A*, 1999, **16**(11): 2755-2762.
- [104] 饶瑞中. 从光闪烁频谱反演大气湍流谱: 原理与数值模拟[J]. *力学学报.* 2002, **34**(5): 682-687.
- [105] 饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春, 龚知本. 实际大气中激光闪烁的频谱特征[J]. *中国激光.* 1999, **26**(5): 411-414.
- [106] 潘锋, 马晶, 谭立英等. 孔径接收下大气闪烁频谱的理论和实验研究[J]. *强激光与粒*

- 子束. 2006, **18**(9): 1457-1459.
- [107] Haddon J, Vilar E. Scattering induced microwave scintillations from clear air and rain on earth space paths and the influence of antenna aperture[J]. *IEEE Trans Antennas Propagation*. 1986, **34**(5): 646-657.
- [108] 潘 锋,马 晶,谭立英,于思源. 星地下行孔径接收闪烁频谱的理论研究[J]. *强激光与粒子束*. 2006, **18**(8): 1254-1256.
- [109] Abramowitz, Stegun. Handbook of mathematical function with formulas, graphs, and mathematical tables[M]. 1964: 503-535.
- [110] Voitsekhovich V V. Outer scale of turbulence: comparison of different models[J]. *J Opt Soc Am A*, 1995, **12**(6): 1346-1353.
- [111] 范承玉,王英俭,龚知本.相位不连续点对自适应光学的影响[J]. *强激光与粒子束*. 2003, **15**(5): 435-438.
- [112] Li youkuan. Branch point effect on adaptive correction[J]. *Bellingham WA: SPIE*. 2004, **5490**: 1064-1079.
- [113] J. D. Barchers, D. L. Fried, D. J. Link. Evaluation of the performance of Hartmann sensors in strong scintillation[J]. *Appl. Opt.* 2002, **41**(6):1012-1021.
- [114] D. L. Fried. Branch point problem in adaptive optics[J]. *J. Opt. Soc. Am A*. 1998, **15**(10): 2759-2768.
- [115] Bigot E O L, Wild W J, Kibblewhite E J. Reconstruction of discontinuous light-phase functions[J]. *Optics Letter*. 1998, **23**(1): 10-12.
- [116] V.A. Banakh, A.V. Falits. Comparison of phase reconstruction algorithms when branch points are present[J]. *Proceedings of SPIE*. 2003, **4884**: 258-264.
- [117] Takajo H., T. Takahashi. Least-squares phase estimation from the phase difference[J]. *J. Opt. Soc. Amer. A*. 1988, **5**(3): 416-425.
- [118] Bigot E O L, Wild W J, Kibblewhite E J. Reconstruction of discontinuous light phase function[J]. *Opt. Lett.* 1988, **23**(1): 10-12.
- [119] 程东杰, 范承玉, 乔春红等, 激光大气传输相位不连续点的探测实验[J]. *大气与环境光学学报*. 2008, **3**(4): 241-249.
- [120] 饶瑞中. 湍流大气中的准直激光束:分形结构与相位不连续点[J]. *强激光与粒子束*. 2002, **14**(4): 501-504.

- [121] Yuan Kee, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Density of phase branch points for a light wave propagation in atmospheric turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*. 2009, **38**(2): 410-413.
- [122] 张逸新. 源像闪烁孔径平滑与积分光强起伏概率[J]. *红外与毫米波学报*. 1998, **11**(4): 301-306.
- [123] Rubio J A, Belmonte A, Comeron A. Numerical simulation of long-path spherical wave propagation in three-dimensional random media[J]. *Opt. Eng.*, 1999, **38**(9): 1462-1469.
- [124] Xianmei Qian, Wenyue Zhu and Ruizhong Rao. Numerical investigation into the focal shift of a Gaussian beam propagating in turbulent atmosphere[J]. *Acta Photonica Sinica*. 2008, **37**(8): 1626-1629.
- [125] 黄印博. 高能激光近地面稠密大气传输及其相位校正的若干分析[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2005.
- [126] Ruizhong Rao. Statistics of the fractal structure and phase singularity of a plane light wave propagation in atmospheric turbulence[J]. *Applied Optics*. 2008, **47**(2): 269-276.

在学期间发表的论文及专利

1. 苑克娥, 朱文越, 饶瑞中. Shack-Hartmann 传感器用于闪烁和相位起伏效应的同时测量. 光学学报. 2008, 28(9): 1659-1663.
2. 苑克娥, 朱文越, 黄印博, 饶瑞中. Shack-Hartmann 传感器用于湍流大气横向风速的测量. 光学学报. 2009, 29(2): 303-307.
3. Yuan Ke-e, Zhu Wen-yue, Rao Rui-zhong. Density of phase branch points for a light wave propagation in atmospheric turbulence. Acta Photonica Sinica. 2009, 38(2): 410-413.
4. 苑克娥, 朱文越, 饶瑞中等. 基于 Shack-Hartmann 传感器的湍流大气光闪烁测量. 红外与激光工程. 2007, 36(增刊): 436-439.
5. 苑克娥, 梅海平, 饶瑞中. 光纤干涉系统光学湍流测量原理及其偏振噪声问题的分析. 量子电子学报. 2007, 24(3): 347-351.
6. 苑克娥, 朱文越, 饶瑞中等. 湍流折射率谱型对光闪烁和相位起伏功率谱影响的理论研究. 强激光与粒子束. 已投稿.
7. 梅海平, 苑克娥, 饶瑞中. 光纤传感技术用于大气光学湍流测量. 大气与环境光学学报. 2007, 2(1):1-5.
8. 吕炜煜, 姚东升, 朱文越, 苑克娥, 郝磊, 饶瑞中. 圆屋附近大气折射率结构常数的空间分布. 强激光与粒子束. 2008, 20(7): 1079-1083.
9. 倪志波, 黄宏华, 苑克娥, 饶瑞中. 基于多孔径闪烁的湍流强度廓线反演方法研究. 光子学报. 已接收.
10. 吕炜煜, 朱文越, 苑克娥, 郝磊, 封双连, 姚东升, 饶瑞中. 内陆地区近地面大气消光系数统计特征及气象要素影响分析. 光子学报. 已接收.
11. 梅海平, 苑克娥, 饶瑞中. 光纤大气湍流折射率起伏测量仪. 受理号: 200710022752.8.

致谢

博士论文终于结稿了，翘首窗外，满眼春意，又是一年春暖花开时，翻开日历，却巧合的发现今天刚好是我来到中科院安徽光机所参加硕士研究生面试五周年的日子。回想起五年紧张而有序的学习生活，心中感慨颇多，而对那些曾给过我无私帮助的人，更让我感激涕零！

最想感谢的是我的导师饶瑞中研究员，是他把我领入大气光学领域的神圣殿堂，并指引我在这一领域由懵懂无知到逐步取得些许成就。饶老师学识渊博、思维缜密、治学严谨，待人更是和蔼可亲，是值得我永远学习的楷模！工作上，从我论文的选题到实验的开展，以至我取得点滴成绩无不凝聚着恩师无尽的心血；生活中，饶老师无微不至的关怀，为我解除了很多后顾之忧，与他的每一次谈话都让我受益匪浅。毕业在即，借此发自肺腑的说一句：饶老师，谢谢您！

感谢魏合理研究员，他忘我的工作态度和为人师者的风范让我获益颇多，曾多次有幸得到魏老师的指导和帮助。

特别感谢朱文越副研究员，他是师兄同时也是老师，始终鼓励并督促着我的学习。他独特的见解和不拘一格的思路总能给我无尽的启迪。本论文的顺利写作和修改与他的无私帮助是分不开的。

感谢研究生部的吴海信老师和邵娴老师，在学期间，两位老师在学习和生活中给予了我很多帮助，在此深表谢意。

感谢大气成分与光学重点实验室的詹杰研究员、姚永帮工程师、吴晓庆研究员及黄印博副研究员等，他们在实验的开展和仪器的检修等方面曾给予了大量无私的帮助和支持。特别感谢大气成分与光学重点实验室的范承玉研究员，就相位不连续点的问题曾多次向范老师请教，每次都得到他耐心而详细的讲解。

感谢课题组的梅海平博士、黄宏华博士、钱仙妹博士、马晓珊博士、方帅博士和邵士勇博士等，他们勤奋好学、多才多艺，时刻激励着我奋勇前进。学习上有了上述师兄师姐的帮忙和指导，让我少走弯路，加快课题进展的步伐。论文思路的安排上，多亏了钱师姐的指点迷津。

感谢办公室的陈栋、倪志波、袁洪武、亓秀永、李建玉、郭凤霞、崔朝龙、

朱明等师弟师妹们，是他们营造了充满欢声笑语和快乐祥和的学习氛围，求学路上感谢他们的相伴，并预祝他们能够顺利毕业，永远年轻！

衷心感谢我的爱人王杰先生，从论文的提笔到结稿，他承担了全部的家务，得以让我全身心投入论文的写作。他在身后默默的支持是我前进的动力，他的体贴与包容更给了我无尽的温暖，而他无微不至的关怀使我有信心克服工作中的所有难题，坚强的面对一切。

特别深深的感谢生我养我的父母，是他们含辛茹苦抚养我们姐弟四个长大成人，在我们身上倾注了所有的心血和精力。而他们斑白的双鬓和额头无情的皱纹每每刺得我的心很疼，无奈求学在外，不能常尽儿女孝道，深感惭愧，谨以此文献给我挚爱的双亲；感谢我的妹妹弟弟们，他们年轻开朗却能常常给我勇气和力量；还要感谢我的公公婆婆，他们无微不至的关怀和呵护让我倍感幸福温暖！

本论文得到了国家863计划和国家自然科学基金的支持，在此一并表示感谢！