

微机械陀螺数字化技术研究

(申请清华大学工学博士学位论文)

培养单位：精密仪器与机械学系

学 科：仪器科学与技术

研 生：周 斌

指导教师：高钟毓 教授

二〇〇三年十月

Study on Digital Technique of Micromachined Gyroscope

Dissertation Submitted to

Tsinghua University

in partial fulfillment of the requirement

for the degree of

Doctor of Engineering

by

Zhou Bin

(Instruments Science and Technology)

Dissertation Supervisor: Professor Gao Zhongyu

October, 2003

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

(保密的论文在解密后遵守此规定)

作者签名：_____

导师签名：_____

日 期：_____

日 期：_____

摘要

本论文研究微机械陀螺的数字化技术，目的是实现陀螺信号的数字化处理、改进控制方案和进行误差补偿，以提高陀螺性能。内容包括力学模型分析、硬件电路设计、软件算法设计、驱动控制技术研究、温度补偿技术研究。

论文从微机械陀螺的力学模型出发，分析了陀螺的温度特性，进行温度补偿。实验结果验证了这一方案补偿效果好，是切实可行的。

论文进行了数字式微机械陀螺的硬件电路研究，通过对前置级方案分析对比，确定了环形二极管作为前置级的数字化硬件电路方案；推导了数字式微机械陀螺系统的精度极限，从理论上证明了数字化技术不会影响陀螺的精度。

论文确定了系统的软件结构，并建立了系统的信号模型；利用最小均方准则推导了最小均方误差解调(LMSD)、递归最小方差解调算法(RLSD)和 Kalman 滤波解调(KFD)算法；通过仿真和实验对比，证实了三种新算法在 100Hz 带宽内，噪声水平上均要优于经典的乘法相敏解调 34%左右；通过对解调性能、算法收敛速度和计算效率的比较，认为 LMSD 算法综合性能最好。

论文对微机械陀螺的半频驱动及其闭环实现进行了理论分析和实验验证，结果表明该驱动方案可有效抑制驱动电压上的 $1/f$ 噪声。推导了驱动力的幅度和相位到陀螺振动的幅度和相位之间的传递函数，指出了驱动力的相位到陀螺振动的相位是一个一阶系统；在数字式微机械陀螺中，给出了定频驱动的闭环方案，实现了陀螺的驱动轴闭环。

论文报告了陀螺的不同驱动方案下噪声分析实验结果，给出了陀螺性能测试方法和结果；对陀螺进行了温度补偿实验，验证了无温度传感器实现温度补偿的可行性，基于这种补偿技术提出了一种简单、快速的温度补偿办法。

在以上工作的基础上，采用大气封装的陀螺表头，数字式微机械陀螺指标达到 100Hz 带宽下噪声水平 $26.4^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，偏置稳定性 $31.3^\circ/\text{h}$ ，在约 $36.2^\circ\text{C} \sim 62.4^\circ\text{C}$ 的温度范围内，通过温度补偿的陀螺偏置温度稳定性为 $0.462^\circ/\text{s}$ 。

摘 要

关键词：微机械陀螺，数字信号处理，误差补偿，驱动模态控制

Abstract

This dissertation study the digital technique of micromachined gyroscope and its purpose is to improve the performance of gyro system by implementing the digital signal process of gyro signal, improving the control scheme and compensating the error of temperature. The mechanical model, readout circuit, software and algorithm, control scheme, temperature compensation method and the results of gyro are presented.

Base on the mechanical model of the gyro, the temperature characteristic of micromachined gyroscope is studied. A temperature compensation scheme without temperature sensor is then proposed by this principle. Experimental results show that this scheme can effectively compensate the influence of temperature, enhance the bias temperature stability.

The whole digital read out circuit are studied. Through the analysis and comparison of the schemes of preamplifier, a ring diode detection scheme is then chosen for the digital read out circuit. Accuracy limitation of digital gyro system is studied and the result shows that the digital technique wouldn't influence the noise level of a gyro.

Software structure is determined. A system model is built to study the demodulation algorithm. By using the least mean square error criterion, Least Mean Square Demodulation (LMSD), Recursive Least Square Demodulation (RLSD) and Kalman Filter Demodulation (KFD) are developed. Simulation and experimental results show that the three new algorithms can reduce 34% noise level compare the typical multiplication demodulation. Comparison through demodulation performance, rate of convergence and computational efficiency, the LMSD algorithm is then shown a best combination performance.

Half frequency driving method and its close loop implementation are theoretically analysis and proofed by experiment results. The results show that this driving scheme can greatly reduce the influence of the $1/f$ noise in driving voltage.

英文摘要

The transfer functions of the amplitude and phase between driving force and gyro vibration are derived. The transfer function shows that the phase relation of drive force and gyro vibration is a one order system. A fixed frequency close loop control scheme in digital gyro system is presented to improve the control performance.

The testing methods and results of the vibration characters, which include the comparison of driving schemes, the performance indexes of the gyro are presented. Finally the test results of temperature compensation are presented, and a simple temperature compensation process is given.

Due to the work mentioned above, with an air-packaged micromachined gyro, the digital micromachined gyroscope system without temperature compensation has achieved a noise level of $26.4^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{Hz}}$ over 100Hz, bias stability of $31.3^\circ/\text{h}$. With temperature compensation, from the temperature range of 36.2°C to 62.4°C , a bias temperature stability of $0.462^\circ/\text{s}$ can be achieved.

Key words: Micromachined gyroscope, DSP, Drive-mode control, Error compensation

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT (英文摘要)	III
第一章 引 言.....	1
1.1 论文目的.....	1
1.2 课题意义.....	1
1.2.1 微机械陀螺仪.....	1
1.2.2 军用领域	2
1.2.3 民用领域	2
1.3 国内外微机械陀螺研制情况.....	3
1.3.1 国外研制情况.....	3
1.3.2 国内研制情况.....	6
1.4 关键技术.....	7
1.4.1 微机械陀螺关键技术	7
1.4.2 前人的工作	10
1.4.3 论文解决的问题	11
1.5 论文安排.....	12
第二章 微机械陀螺力学模型分析及其误差来源分析	14
2.1 引言.....	14
2.2 微机械陀螺结构.....	14
2.2.1 振动轮式微机械陀螺结构.....	14
2.2.2 线振动式微机械陀螺结构.....	16
2.3 微机械陀螺动力学方程.....	17
2.3.1 振动轮式微机械陀螺动力学方程.....	17
2.3.2 线振动式微机械陀螺动力学方程.....	22
2.3.3 微机械陀螺动力学方程的统一形式及其通解	24
2.4 微机械陀螺误差来源分析.....	27
2.4.1 加工误差和安装误差	27

2.4.2 温度影响	28
2.4.3 加速度影响	35
2.5 小结	35
第三章 总体方案选择	36
3.1 引言	36
3.2 模拟式微机械陀螺存在的几个难点	36
3.2.1 高 Q 系统闭环控制	36
3.2.2 温度补偿	38
3.2.3 自标定、自补偿技术的实现	39
3.2.4 模拟式陀螺和数字式陀螺对比总结	40
3.3 数字式微机械陀螺总体方案选择	41
3.3.1 Sigma-Delta 变换	41
3.3.2 ADC+DSP+DAC 方案	42
3.3.3 两种方案综合比较	43
3.4 微机械陀螺数字化的关键技术	44
3.5 小结	44
第四章 数字系统硬件设计	46
4.1 引言	46
4.2 硬件检测电路总体结构	46
4.3 前置放大器和一次解调电路研究	47
4.3.1 双载波欠采样解调方案 ^{【注】}	47
4.3.2 环形二极管解调	57
4.3.3 数模混合电路性能优化方法	61
4.4 载波发生电路和数模接口处理电路	62
4.4.1 载波发生电路	62
4.4.2 数模接口处理电路	63
4.5 DSP 及附属接口电路	64
4.6 数字式微机械陀螺系统噪声分析	65
4.6.1 陀螺机械热噪声	65

4.6.2 数字量化噪声和 ADC 转换噪声	69
4.6.3 宽带噪声混叠.....	71
4.6.4 总噪声合成	71
4.7 小结.....	72
第五章 系统软件和算法设计	73
5.1 引言.....	73
5.2 数字式微机械陀螺系统软件结构.....	73
5.3 系统模型.....	74
5.4 解调算法分析.....	75
5.4.1 最小均方误差解调 (LMSD)	75
5.4.2 递归最小方差解调 (RLSD)	80
5.4.3 Kalman 滤波解调 (KFD)	84
5.4.3 各种算法的性能仿真和实验对比.....	87
5.5 数字滤波器和正弦波发生器算法.....	91
5.5.1 数字滤波器算法.....	91
5.5.2 正弦波发生算法.....	92
5.6 小结.....	93
第六章 半频驱动及其闭环实现.....	95
6.1 引言.....	95
6.2 陀螺驱动理论基础.....	95
6.2.1 陀螺静电驱动原理	95
6.2.2 驱动力与陀螺振动的振幅和相位之间的传递函数	98
6.3 半频驱动研究.....	103
6.3.1 半频驱动原理.....	103
6.3.2 噪声分析与比较.....	104
6.4 陀螺驱动模态闭环.....	108
6.5 小结.....	112
第七章 数字系统性能测试及温度补偿实验.....	114
7.1 引言.....	114

目 录

7.2 数字式微机械陀螺性能测试.....	114
7.2.1 数据处理方法——Allan 方差分析方法	114
7.2.2 驱动轴和检测轴特性测试	117
7.2.3 半频驱动和 DC+AC 驱动方案的对比实验	121
7.2.4 陀螺性能指标测试	123
7.3 温度补偿实验 ^{【注】}	126
7.3.1 温控箱实验	127
7.3.2 降温实验——温度补偿的快速标定办法	129
7.3 小结	132
第八章 结 论.....	133
8.1 论文主要工作总结.....	133
8.2 论文创新点.....	134
8.3 对下一步工作的建议.....	135
参考文献	136
致谢及声明.....	144
个人简历、在学期间的研究成果及发表的学术论文	145

第一章 引言

1.1 论文目的

本论文研究微机械陀螺数字化技术及其误差补偿。内容包括陀螺力学模型及误差来源分析、总体技术方案选择、微陀螺数字化硬件电路及其噪声精度分析、系统算法分析设计、半频驱动方法和相应的控制环路研究、系统性能测试和温度补偿实验。

1.2 课题意义

1.2.1 微机械陀螺仪

微机电系统(MEMS)是微电子和微机械按功能要求在芯片上的集成,尺寸通常在毫米或微米级,具有重量轻、功耗低、耐用性好、价格低廉等优点。自二十世纪八十年代中后期崛起以来发展极其迅速,被认为是继微电子之后又一个对国民经济和军事具有重大影响的技术领域,将成为新千年的国民经济增长点和提高军事能力的重要技术途径。

作为惯性导航关键部件的陀螺仪,根据其工作原理大致可以分为三类:机电陀螺(如:气液浮陀螺、静电陀螺、挠性陀螺)、光学陀螺(如:激光陀螺、光纤陀螺)和微机械陀螺(如:石英陀螺、微硅陀螺)。

微机械陀螺是经过长期探讨而于近代发展起来的一种高技术。它是惯性领域的一个新分支,是跨动力学、弹性力学、流体力学、压电学、静电力学、声学、微电子学等多学科边缘的新技术,它是建立在现代精密加工技术、薄膜生长技术、微电子技术、静电技术以及电容传感技术等基础上的高精度测量仪表,近年来又获得重大的技术突破,在测量精度和稳定性方面得到很大改善。在应用领域,常规的惯性仪表由于价格太高,只能应用于航空、航天、航海、尖端武器装备以及少数工业部门。而体积小、重量轻、功耗低、价格便宜、性能适中使微机械惯性仪表具有广泛的现实和潜在的应用前景。

1.2.2 军用领域

在军事领域里，微机械惯性仪表在现代战争中显示出愈来愈强的生命力。采用微机械惯性仪表的战术武器系统造价大幅降低，同时体积、重量、能耗也得以减小。美国军方提出了“有限打击、全球保护”的理论，并在确保军事优势的前提下，致力于可以负担得起的技术开发，对自己的低精度战术武器系统要求全部加装微机械惯性仪表及 GPS 系统，并在最近的伊拉克战争中显示出其强大的军事优势。就实际的用途而言，微机械惯性仪表不仅可用于短程导弹的姿态控制，更重要的是可以用于制造新概念武器，比如制导炮弹、制导炸弹、动能拦截器、无人侦察机、微型卫星、单兵导航仪等，高精度的微惯性仪表还可用于微小型卫星和纳米卫星上，另外，利用微惯性仪表还可建立分布式战场传感器网络，使获得目标的方位和特征成为可能。

1.2.3 民用领域

目前，微机械陀螺仪在民用领域的使用前景极为广阔。

汽车领域是微机械惯性仪表一个重要的应用领域，价格低廉的微机械惯性仪表可用于汽车稳定性增强系统；保障安全系统（如安全气囊）；智能汽车定位系统；ABS 防抱死刹车系统；汽车支撑控制系统（提高舒适性）；汽车牵引系统。Draper Lab 和 Rockwell 的微机械陀螺已经用于汽车防滑系统，Boeing 公司则已开始将微机械陀螺用于行车路线控制。

在工业控制领域，微机械惯性仪表可用于机器人的姿态控制和其它需要感知运动信息的设备中，实现自主控制。

在 IT 领域，微机械惯性仪表可用于计算机输入设备和虚拟现实装置，如陀螺鼠标，虚拟飞行驾驶游戏的输入设备。在摄影器材中，微机械惯性仪表可用于稳定镜头，防止图象抖动，如数码相机/摄像机镜头稳定控制，航拍稳定设备。

在建筑工程领域，微机械惯性仪表也开始得以应用，如用于土体工程监测，实时监控建筑物变形和微位移，另外，在地下工程测量中，可采用微惯性测量单元进行定位定向，方便铺设管道及隧道贯穿工程。

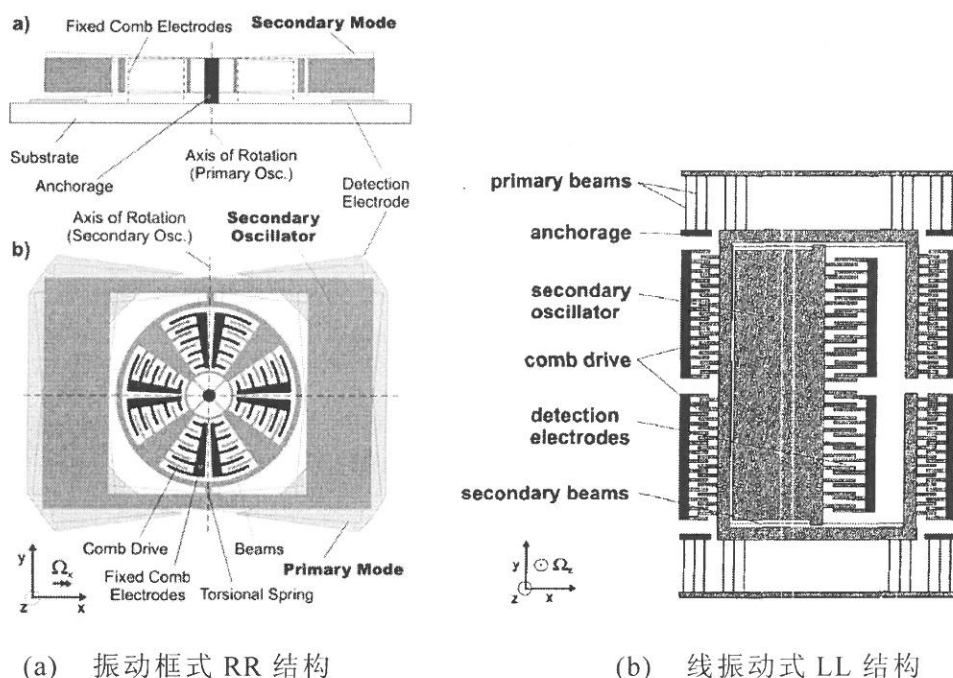
在医用领域，微机械惯性仪表可用于测量病人颤动，辅助诊断神经肌肉疾病，及进行假肢、轮椅控制等。

微机械惯性仪表还可以用于玩具和体育用品等消费品。

1.3 国内外微机械陀螺研制情况

1.3.1 国外研制情况

目前，在微机械陀螺数字化方面，德国的 HSG-IMIT 研究所的技术方案报道的指标最高^[5]。该研究所研制的微机械陀螺的结构主要有两种，一种是振动框式 RR 结构，如图 1-1(a)所示，圆形内框用于驱动，方形外框用于检测，内框通过扭梁连接到外框。另一种结构为线振动式 LL 结构，如图 1-1(b)所示，也采用内框检测，外框驱动。IMIT 认为正交分量主要来源于驱动运动与检测轴的不正交，因此这两种结构均是一种“解耦”的结构，采用这两种结构可以减小检测轴的非正交运动影响驱动轴运动。



(a) 振动框式 RR 结构

(b) 线振动式 LL 结构

图 1-1 HSG-IMIT 陀螺解耦结构

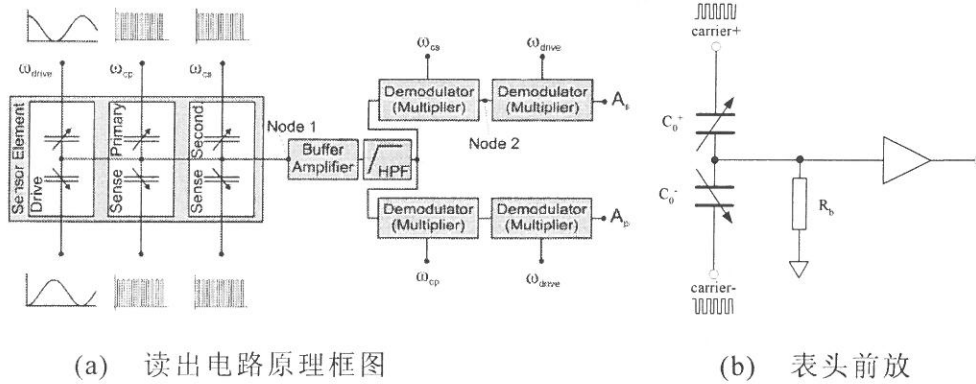


图 1-2 IMIT 模拟读出电路

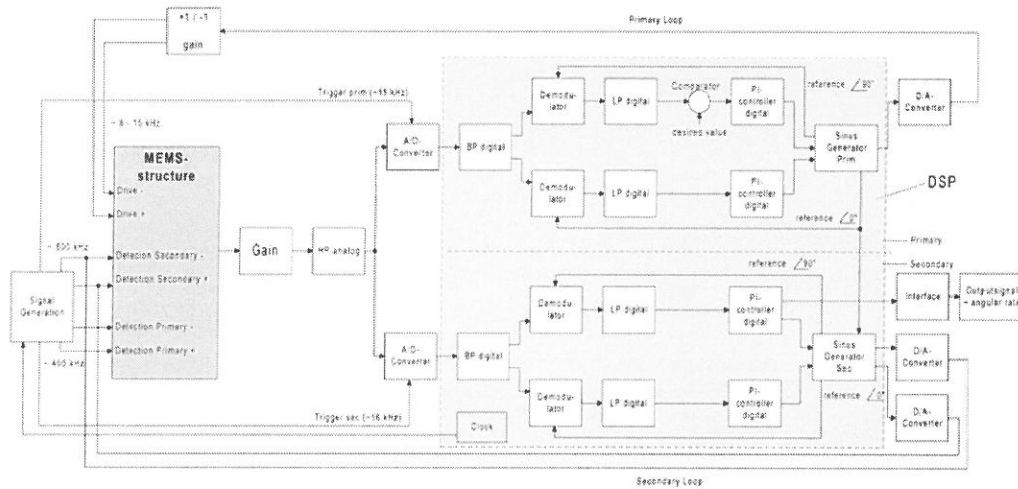


图 1-3 IMIT 数字系统原理框图

表 1-1 HSG-IMIT 所达到的技术指标

	DAVED-RR	DAVED-LL
真空度 (mBar)	<10	<10
50Hz 噪声 RMS ($^{\circ}/s$)	0.07	0.01
正交分量 ($^{\circ}/s$)	20~400	20~100
非线性	0.3%	0.02%

采用如图 1-2 所示的模拟读出电路的陀螺指标见表 1-1^{[6][7]}。IMIT 设计的数字式检测方案如图 1-4 所示，采用欠采样技术完成一次解调，表头电路仍采用如图 1-2 (b) 优点是电路形式简单，精度高。数字式陀螺所达到的指标为在真空度 10mBar，50Hz 带宽的噪声 RMS 值为 0.03 $^{\circ}/s$ 。

加州伯克利大学则在研制采用 Sigma-Delta 变换的数字式微机械陀螺^[8]。该系统采用 Z 轴线振动式陀螺结构，其原理框图和检测电路如图 1-4(a)、(b)所示。其表头前置放大器采用电流放大器，解调方式为双采样开关电容解调，以消除运放输出的低频噪声和 $1/f$ 噪声。目前报道的指标为，大气下噪声水平为 $3^\circ/s/\sqrt{\text{Hz}}$ 。Sigma-Delta 变换具有电路成本低、功耗小、易集成等优点，但其信号处理精度不能满足高精度陀螺的要求。

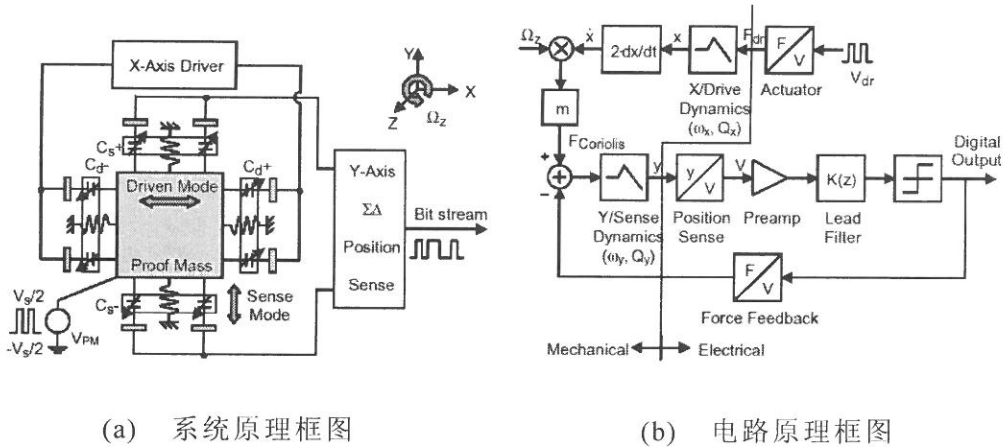


图 1-4 加州伯克利大学 Sigma-Delta 方案

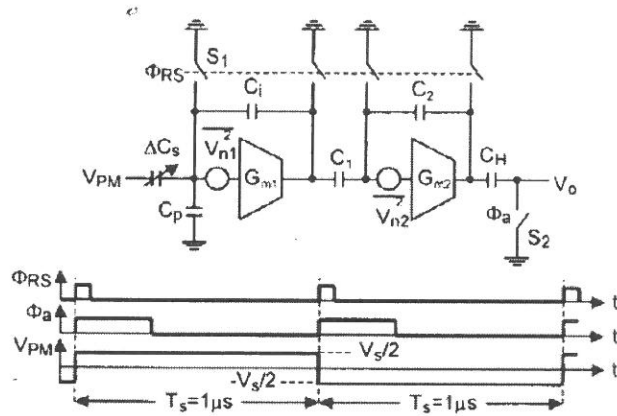


图 1-5 加州伯克利大学前放及开关解调原理

在数字化技术上，除了采用数字化检测电路外，直接在陀螺检测原理上数字化也是有可能的。加州伯克利大学提出了一种采用谐振梁结构的频率输出的微机械陀螺结构和设计方案^[9]，如图 1-6(a)所示。方形内框可被

静电力驱动在 x 轴方向上下振动，当有沿 z 轴角速度输入时，哥氏作用力将推动左右两侧的杠杆，杠杆将哥氏力进行放大后作用到两边的差分谐振梁(DETF)上，引起梁内部应力变化，从而改变谐振梁的谐振频率，检测出两侧 DETF 的谐振频率差即可得到外界输入的角速度大小。目前，该方案仅实现了模拟检测方案，其电路如图 1-6(b)所示，谐振梁采用自激振荡方式驱动，通过锁相环(PLL)回路检测 DETF 的输出信号频率，差分放大器对两个 PLL 锁相环输出作差，经过低通滤波完成信号检测输出。由于陀螺输出信号为频率差，因此有可能实现陀螺信号的直接数字输出。样机报道的指标为 $0.3^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。

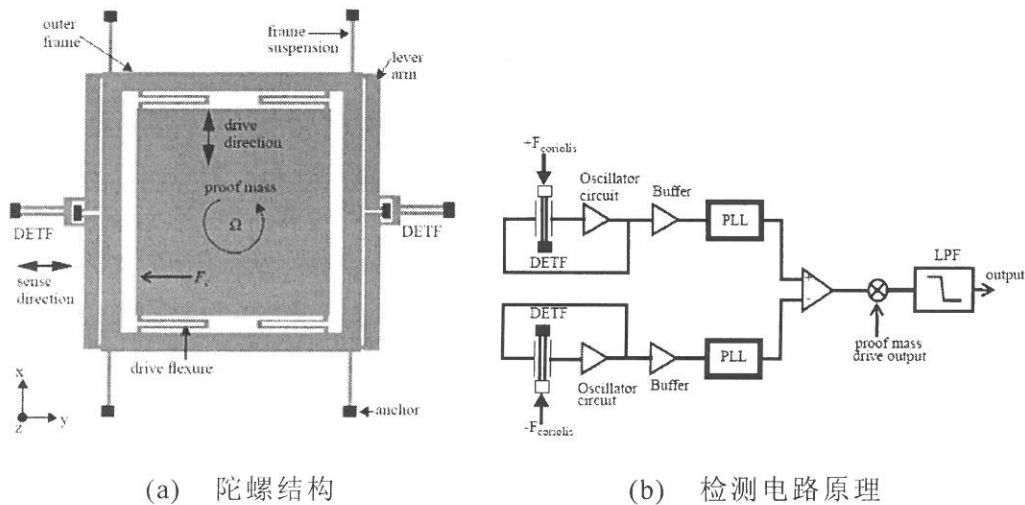


图 1-6 加州伯克利大学谐振梁式微机械陀螺

1.3.2 国内研制情况

从 1990 年代中期以来，国内进行微机械陀螺研制的单位有清华大学、东南大学、上海冶金研究所、浙江大学等。东南大学最近展示了他们所研究的振动轮式陀螺结构，在真空度 20Pa 下，达到 $0.1^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，偏置稳定性为 $0.13^\circ/\text{s}$ ，非线性度 1%。

清华大学的微机械陀螺研制情况如下：

1996 年清华大学精密仪器与机械学系导航与自动控制教研组承接了国防科工委“九五”重点预研项目“微硅型振动陀螺仪基础研究”。

1998年3月第一次在显微镜下证实陀螺被驱动,8月第一只陀螺样机研制成功,分辨率约 $3^\circ/\text{s}$,样机体积为 $120\times 80\times 60\text{mm}^3$,提出新的研制目标:分辨率达到 $100^\circ/\text{h}$ 。

2000年进行了陀螺结构的改进设计;微小电容检测电路获得重大进展;完成第二只陀螺样机,在大气封装的情况下陀螺25Hz带宽分辨率 $0.5^\circ/\text{s}$,标度因子 $5\text{mV}/(^\circ/\text{s})$,偏置稳定性 $1\sim 2^\circ/\text{s}$;在500~1000Pa的真空下工作的陀螺标度因子 $15.8\text{mV}/(^\circ/\text{s})$,10Hz带宽分辨率优于 $0.03^\circ/\text{s}$,达到了研制目标。

2003年研制成功陀螺线振动式新结构,并对原振动轮式结构陀螺做了进一步改进,经过结构设计、电路改进、加工工艺等多方面的努力,模拟式陀螺在大气封装的条件下,陀螺100Hz带宽下分辨率达到 $30\sim 50^\circ/\text{h}$,偏置稳定性达到 $20\sim 30^\circ/\text{h}$;同时,研制成功陀螺数字化技术,达到噪声水平 $\sim 30^\circ/\text{h}$,偏置稳定性 $\sim 30^\circ/\text{h}$,并利用陀螺输出的信息对温度扰动进行了无温度传感器补偿,改善了陀螺的温度特性,为进一步提高陀螺输出稳定性及工程化奠定了基础。

1.4 关键技术

1.4.1 微机械陀螺关键技术

微机械陀螺的研制必须解决以下问题:

1. 微机械陀螺结构的分析和设计

由于微机械陀螺尺度很小,关键结构的尺度在微米量级,因此其工作方式和宏观机械不同,其自由度的产生通常由挠性梁的变形产生,这就产生了以下几个结构设计问题:1. 耦合问题。微机械陀螺的运动由驱动模态和检测模态两个模态的运动组成,由于挠性梁并不是理想的单自由度机构,如何合理的设计结构来尽量减小由驱动模态到耦合模态之间的耦合运动直接决定了陀螺输出信号中正交分量的大小。2. 大变形问题。由于微机械陀螺在驱动模态的振动相对于挠性梁的尺寸而言是大变形,这种大变形往往导致结构振动的非线性,如何尽可能的合理设计结构来减小非线性直

接影响陀螺驱动振幅的大小。3. 对称性问题。微机械陀螺的高稳定性获得一个最直接的办法是尽量使结构对称, 通过差动检测的办法来减弱由温度、加速度等外界环境扰动造成的影响。合理的对称性设计可保证陀螺输出偏置的高稳定性。4. 与工艺结合的设计问题。目前的微机械加工技术并不能保证最后加工的结构尺寸和设计尺寸能在小尺寸下满足要求, 因此结构设计和工艺参数密不可分, 在结构设计中如何结合工艺参数是证制造结果和设计结果相一致的关键途径。这些问题需要通过解析方法理论分析和有限元仿真相结合来共同解决。

2. 微机械结构加工技术

微机械结构的加工技术是保证研制工作的基础。加工工艺不仅要满足陀螺结构平面的尺寸精度, 还应保证结构在垂直方向上的尺寸精度。高深宽比的深槽加工工艺可直接提高陀螺测量的精度。另外, 在保证加工质量的同时也要尽可能提高成品率。

3. 真空封装技术

在真空下工作的微机械陀螺其驱动模态和检测模态的品质因数都可得到大幅提高, 可用较小的驱动电压达到大的驱动振幅, 提高检测模态灵敏度, 并能降低陀螺本身的机械噪声, 是获得高精度的一个有效途径。真空封装技术需要解决如何封装和如何长期保持真空度两个技术难题。

4. 微微微法拉电容检测技术

微机械陀螺采用电容检测方式获取角速度信号, 电容检测精度直接影响陀螺的精度, 是至关重要的核心技术。由于微机械陀螺尺度小, 在 $10^\circ/\text{h}$ 的角速度输入下, 由哥氏加速度引起的检测电容变化只有 $10^{-19} \sim 10^{-20}\text{F}$, 如此小的电容变化对电容检测技术提出的极为苛刻的要求。因此, 必须仔细考虑检测电路方案, 合理布线和屏蔽, 同时还需要综合考虑器件的选择、电路参数设计, 才能使检测电路达到检测 0.1aF 电容变化的高分辨率要求。

5. 陀螺的驱动和检测控制技术

陀螺驱动轴的运动稳定性是决定陀螺性能的重要因素。为了获得大的振幅, 驱动轴往往工作在谐振频率上, 带宽比较窄, 那么在大气条件甚

至在真空条件下，如何控制驱动运动保持幅度稳定，如何控制其振动相位或频率来跟踪陀螺谐振频率变化都是需要进行研究的课题。另一方面，检测模态闭环（力平衡闭环）时，由于驱动电压上会引入噪声，如何保证闭环后陀螺输出噪声水平保持不变也需要仔细考虑。

6. 微机械陀螺表头与电子线路集成技术

微机械陀螺表头和电路集成可以带来三个好处：有利于减小分布电容、有利于小型化、有利于降低成本。广阔的民用市场决定了微机械惯性仪表必须成本低廉、价格便宜，因此，结构和电路全集成技术是实现工程化的重要步骤。目前，由于集成电路和 MEMS 加工工艺仍存在一定的差异，同时在一个硅片上实现 CMOS 加工工艺和高深宽比加工工艺仍是一个课题难点。简化的可行方案是采用封装技术，陀螺管芯和 CMOS 电路分别加工，然后将陀螺管芯和 CMOS 电路封装在同一个管壳内，即“SIP”（System In Package）。

7. 自标定自补偿技术

微机械陀螺最终要实现的目标是工程化，目前的加工和封装工艺并不能确保一次流水线生产的陀螺具有完全相同的特性，每支陀螺都上转台标定会造成人力成本的增加，而自标定技术则可以在根本上解决这一问题。同时，微机械陀螺的输出会受环境参数影响，自补偿技术的提出就是为了在线自动跟踪陀螺参数变化，达到稳定陀螺参数的目的。这一个新颖的课题研究有利于提高陀螺稳定性和实用性。

8. 误差机理研究

为了使微机械陀螺最终能进入实际应用，还应研究温度、气压、加速度等外界条件对于陀螺标度因子、噪声、零位的影响，找到主要因素，并对这些参数的影响实现误差补偿，进一步提高陀螺的性能和实用性。数字化是解决关键技术四、五、七、八的有效技术手段，第三章将详细阐述。

1.4.2 前人的工作

在本人之前参与微机械陀螺研制工作的博士生有姚雅红、董煜茜和陈志勇。

姚雅红所做的主要工作是：

1. 依据制造工艺条件确定了振动轮式微机械陀螺的结构方案，依据有限元仿真结果进行了结构参数设计。
2. 研究了微结构的制造工艺——体硅溶解薄片法，讨论了整个工艺流程。重点研究了高深宽比硅槽的刻蚀和硅—玻璃静电键合两项工艺专题。

董煜茜所做的主要工作是：

1. 研制了能敏感亚原子级位移的电容检测电路。讨论了几种常用方案，分析比较了检测原理、等效电路和信噪比。
2. 研究了检测模态和驱动模态的交联解耦问题。提出了通过合理的参数选择和测控方案来减小耦合的影响，完成了对陀螺信号的分离与提取。
3. 给出了微机械陀螺在驱动轴和检测轴自然频率一致情况下的静态灵敏度公式、开环测量传递函数的一阶近似以及测量带宽表达式。为了补偿由加工误差引起的驱动轴与检测轴的频率失配，提出并实验了通过反馈控制调整检测模态频率和阻尼使检测轴谐振频率与驱动轴一致的方案。

陈志勇所做的主要工作是：

1. 研究了驱动轴和检测轴的频率配置和阻尼选择问题，确定了频率配置方案和工作气压的选择。
2. 研究了驱动轴非线性振动问题，改进了驱动轴支撑梁设计，减小了支撑梁的非线性，从而提高了陀螺的驱动振幅。
3. 对驱动和检测电路进行了改进，以一种灵敏而又非常简单的检测电路成功地解决了微微法拉电容检测问题。
4. 完成了陀螺锁相、恒幅双环路控制技术的理论分析和实践，实现了陀螺驱动轴的谐振，提高了陀螺标度因子稳定性。
5. 进行了微机械陀螺在不同气压下振动特性的实验研究和陀螺指标的测试，分析了驱动轴和检测轴运动耦合的原因，提出了改进措施。

1.4.3 论文解决的问题

本论文主要进行了微机械陀螺数字化技术的研究，针对数字系统的特点，对于 1.4.1 关键技术中的第四、五、八项进行了研究，并取得了明确的结果。

1. 微机械陀螺高精度数字化硬件检测电路设计

通过全面分析和对比目前主要的两种数字化方案，提出了改进的数字化总体技术方案；分析对比了目前主要的三种前置放大器和解调电路，选用了合适的前置放大器和一次解调电路，减小了對抗混滤波器、采样保持器和 ADC 的要求，提高了电路性能；通过合理设计版图，制作了解调电路，减小了数字电路和模拟电路之间的串扰，通过实验验证了数字系统的有效性，在解调精度上不低于模拟系统的精度。

2. 对数字式微机械陀螺噪声和精度进行了理论分析

分析推导了包括陀螺机械热噪声、前置放大器电路噪声、ADC 量化噪声和采样噪声、宽带混叠噪声表达式，对数字系统给出了能达到的理论精度公式，从理论上证明了数字系统可以达到至少和模拟系统同样的噪声水平。

3. 数字系统算法分析和研究

建立了陀螺信号的系统模型，根据该系统模型，推导了最小均方解调（LMSD）、递归最小均方解调（RLSD）和 Kalman 滤波解调（KFD）三种算法，并通过模拟仿真对比了这三种算法的性能，通过实验对比了传统的乘法解调和 LMSD 解调算法的性能，综合考虑计算速度和性能，论证了 LMSD 算法综合性能最好。

4. 半频驱动及其闭环实现

发现了驱动电压上的 $1/f$ 噪声会造成驱动力上的 $1/f$ 噪声，从而使陀螺驱动振幅在低频段噪声增大。针对该问题以及考虑电耦合问题，提出了半频驱动的办法，一方面可消除该 $1/f$ 噪声影响，另一方面可消除由驱动电压耦合到陀螺检测极板的电耦合。同时，对该驱动方法的特殊性提出了简单可行的闭环方案，并通过实验对比和验证了该驱动方法的有效性。

5. 对误差源进行了分析, 提出和实现了无温度传感器的温度补偿方法

陀螺输出包括驱动模态输出和检测模态输出, 这两个模态都会受温度影响, 而驱动模态是被闭环控制在已知的状态, 可以根据驱动模态的闭环状态变化直接反映出陀螺内部温度变化, 从而实现无温度传感器的温度补偿, 实验结果表明该方法有效提高了陀螺温度稳定性。

在以上工作的基础上, 数字式微机械陀螺达到了: 100Hz 带宽下噪声水平 $26.4^{\circ}/h/\sqrt{\text{Hz}}$, 偏置稳定性 $31.3^{\circ}/h$, 在约 $36.2^{\circ}\text{C}\sim 62.4^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内, 通过温度补偿的陀螺偏置温度稳定性为 $0.462^{\circ}/s$ 。

1.5 论文安排

论文各章的主要内容为:

第二章, 《微机械陀螺力学模型和误差来源分析》, 推导了陀螺动力学方程及其输出与输入角速度的关系, 分析了微机械陀螺误差来源, 分析了温度对陀螺输出影响关系式, 为无温度传感器进行温度补偿提供了理论依据。

第三章, 《总体方案选择》, 对比了模拟系统和数字系统的优缺点, 明确了在数字系统在解决高精度、高稳定性微机械陀螺上的优越性, 并分析对比了两种主要的数字化手段, 确定了数字系统的总体方案。

第四章, 《数字系统硬件设计》, 概述了数字系统硬件整体结构和电路原理, 对陀螺驱动和解调电路进行了详细阐述, 并对数字系统的噪声和精度进行了理论分析。

第五章, 《系统软件和算法设计》, 确定了软件整体结构, 建立了系统模型, 分析和对比了最小均方解调(LMSD)、递归最小均方解调(RLSD)和 Kalman 滤波解调(KFD)三种解调算法, 并通过实验对比了 LMSD 和乘法解调。

第六章, 《半频驱动及其闭环研究》, 分析了陀螺驱动电压上的噪声, 论述了半频驱动及其闭环实现的原理和方法。

第七章，《数字系统性能测试及温度补偿实验》，给出了数字式陀螺的标度因子、噪声和偏置稳定性测试报告，并对无温度传感器的温度补偿技术给出了实验结果，阐述了微机械陀螺性能指标的测试方法。

第八章，《结论》，总结了论文所作工作及结果，总结了论文的创新点，提出了对于下一步工作的建议和展望。

第二章 微机械陀螺力学模型分析及其误差来源分析

2.1 引言

本章主要论述了振动轮式微机械陀螺及线振动式微机械陀螺结构及其力学原理，分析了其误差来源，并推导了陀螺的温度特性关系式，为实现无温度传感器的温度补偿提供了理论依据。

2.2 微机械陀螺结构

我们研制的微机械陀螺结构形式主要有两种：驱动和检测运动均为角振动形式的振动轮式微机械陀螺及驱动和检测运动均为直线振动形式的线振动式微机械陀螺。

2.2.1 振动轮式微机械陀螺结构

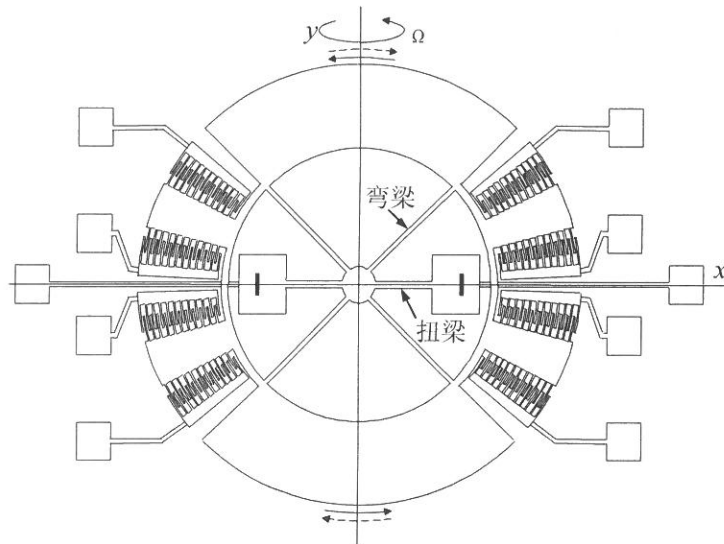


图 2-1 振动轮式微机械陀螺原理结构

微机械振动轮式陀螺仪原理结构如图 2-1 所示。该陀螺由玻璃衬底和硅结构两层构成，其转子直径 1.5mm，厚度 30~50 μm ，玻璃敏感电极和硅片之间间隙为 2 μm 左右。该结构外环振动轮由敏感质量（上下两个大扇环）、梳齿驱动

驱动器（两侧梳状插指结构）组成，通过一字形的扭梁和十字形的弯梁联接在中心圆柱上，中心圆柱键合在 Pyrex 玻璃基片上并支撑起整个振动轮结构，使振动轮转子能够绕 x 轴和 z 轴转动。梳齿驱动器包括用于驱动和检测转子绕 z 轴运动和驱动梳齿及检测梳齿，分别形成驱动电容和检测电容；敏感质量片下面的玻璃衬底上有电极，电极分为大、小两块，分别与敏感质量形成检测电容和加力反馈电容。其工作原理为：在梳齿驱动器上加电压，驱动转子绕 z 轴（或称驱动轴）角振动，这种运动我们称为驱动模态或第一模态；当陀螺载体有一绕 y 轴（或称敏感轴）的角速度时，转子将受到绕 x 轴的哥氏惯性力矩作用，从而产生绕 x 轴（或称检测轴）角振动，这种运动我们称为检测模态或第二模态。检测模态的运动引起检测电容发生周期性的变化，其大小与陀螺载体的转动角速度成正比，通过测量检测电容的变化就可以确定载体的角速度。

图 2-2 是我们设计研制的微机械振动轮式陀螺仪的 SEM 照片。

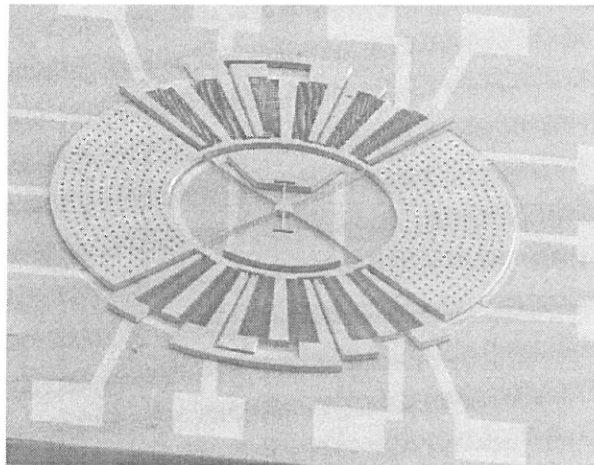


图 2-2 微机械振动轮式陀螺 SEM 照片

该结构设计时保证了第一、二模态的谐振频率远小于其他高阶模态，因此其振型主要为前两阶模态。另一方面，由于结构的对称性设计，加速度敏感性较小。但是在大气下，驱动模态运动时受到很大的压膜阻尼，因此品质因数 Q 很小，即使在开阻尼孔的情况下，也很难使 Q 值大于 1。

2.2.2 线振动式微机械陀螺结构

微机械线振动式陀螺仪原理结构如图 2-3 所示，整个结构为方形设计，边长为 1.5mm 左右，厚度 $50\sim 80\mu\text{m}$ ，梳齿间隙 $3\sim 4\mu\text{m}$ 。结构由左右两侧的驱动梳齿、上下部分的偏置检测梳齿和敏感质量组成，整体结构由外围八根折叠梁通过 4 个支撑点支撑在玻璃基底上，内部敏感质量通过八根内部折叠梁分别和驱动、检测梳齿相联，由于折叠梁在其弯折方向刚度很大而在其垂直方向上刚度很小，因此该梁可起到的抑制正交振动的作用。其工作原理为：在左右两侧驱动梳齿上施加电压，驱动敏感质量沿 y 方向直线振动（驱动模态），当陀螺载体有绕 z 轴的角速度输入时，敏感质量将受到沿 x 轴的哥氏惯性力作用，从而产生沿 x 轴线振动（检测模态）。检测模态的运动引起上下偏置梳齿检测电容发生周期性的变化，由于其大小与陀螺载体的转动角速度成正比，通过测量检测电容的变化即可确定载体的角速度。

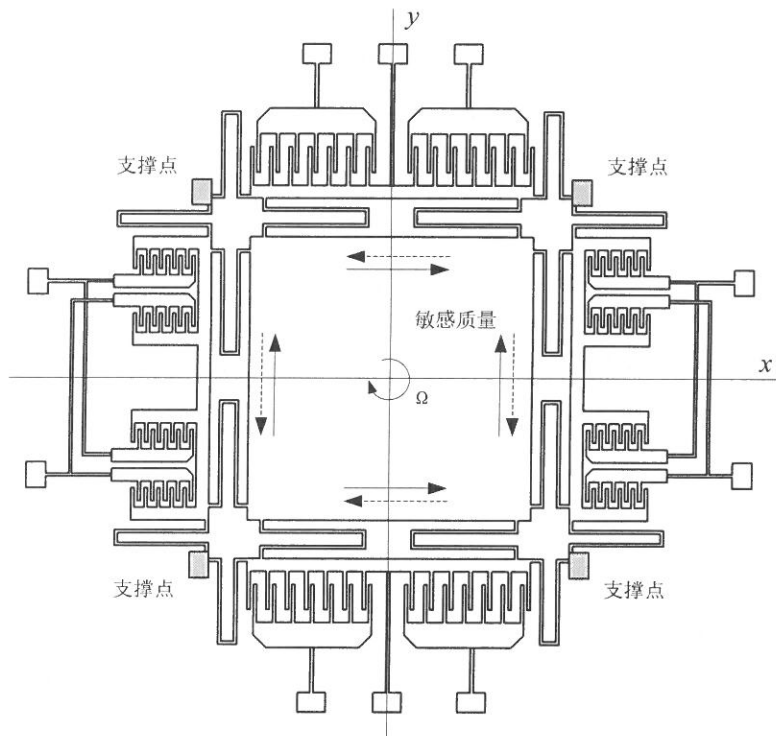


图 2-3 线振动式微机械陀螺传感器原理结构

图 2-4 为我们设计研制的线振动式微机械陀螺 SEM 照片。由于该结构采用偏置梳齿作为检测极板，虽然仍是检测方向上受到压膜阻尼，但是由于迎风面积大大减小，因此气体阻尼显著减小，在大气下，检测模态品质因数可达到 3 左右，从而大大提高了检测灵敏度。但目前结构也存在一些问题，沿 x 轴线振动模态及沿 y 轴线振动模态与敏感质量绕 z 轴振动模态频率较接近，因此在振动时可能会产生其他模态的运动，另外，该结构没有对称互消检测振子，对加速度敏感。但是这些问题可以通过改进结构得到改进，例如，通过采用双 T 形梁的设计抑制绕 z 轴振动模态，通过采用双对称振子反相振动可减小加速度敏感性。

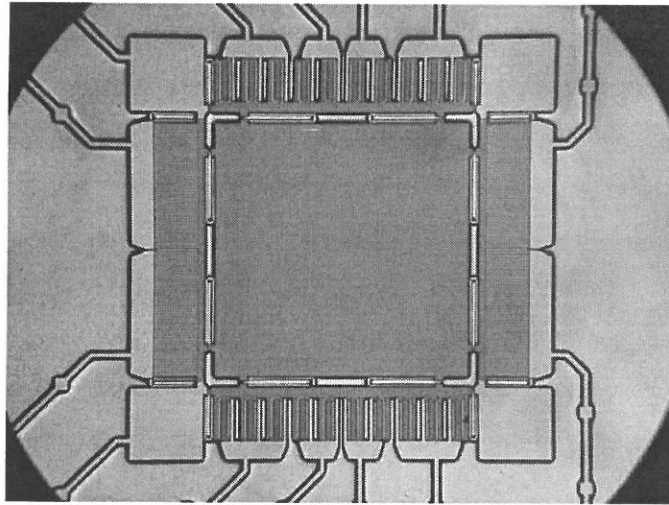


图 2-4 线振动式微机械陀螺 SEM 照片

2.3 微机械陀螺动力学方程

2.3.1 振动轮式微机械陀螺动力学方程

振动轮式微机械陀螺的运动是关于陀螺转子中心的定点运动。为描述方便，现建立坐标系如图 2-5 所示，图 $Ox_b y_b z_b$ 为载体坐标系 b 系， $Ox_b y_b z_b$ 绕 z_b 轴旋转角度 θ 后得到驱动坐标系 $Ox_d y_d z_d$ 的 d 系， $Ox_d y_d z_d$ 绕 x_d 轴旋转角度 ϕ 后得到检测坐标系 $Ox_s y_s z_s$ 的 s 系。根据实际操作情况，可假设： θ 为驱动模态振幅，且 $\theta \leq 3^\circ$ ， ϕ 为检测模态振幅，且 $\phi \ll \theta$ ，因此， θ 、 ϕ 均为小量， $\cos \theta \approx \cos \phi \approx 1$ ， $\sin \theta \approx \theta$ ， $\sin \phi \approx \phi$ ，陀螺驱动频率较高，因此 $\dot{\theta}$ 较大，振动轮式微机械陀螺为薄片结构，近似有 $J_{sz} \approx J_{sx} + J_{sy}$ 。

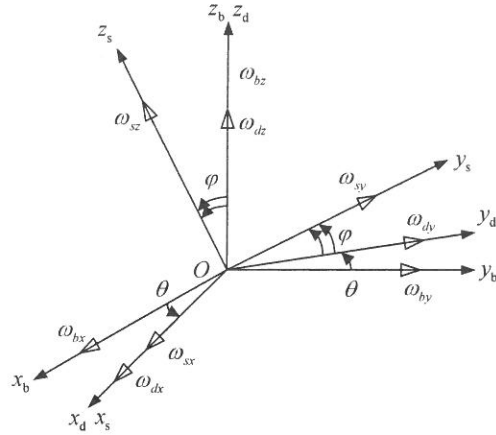


图 2-5 b、d、s 坐标系

各坐标系之间的变换矩阵为：

$$\text{b 系到 d 系: } C_d^b = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & \theta & 0 \\ -\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d 系到 s 系: } C_s^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varphi \\ 0 & -\varphi & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b 系到 s 系: } C_s^b = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & -\cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & \theta & 0 \\ -\theta & 1 & \varphi \\ 0 & -\varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

利用坐标变换矩阵可得到各坐标系的角速度间关系如下：

b 系到 d 系：

$$\begin{bmatrix} \omega_{dx} \\ \omega_{dy} \\ \omega_{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + C_d^b \begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{bx} \cos \theta + \omega_{by} \sin \theta \\ -\omega_{bx} \sin \theta + \omega_{by} \cos \theta \\ \omega_{bz} + \dot{\theta} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \omega_{bx} + \omega_{by} \theta \\ -\omega_{bx} \theta + \omega_{by} \\ \omega_{bz} + \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

b 系到 s 系：

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \omega_{sx} \\ \omega_{sy} \\ \omega_{sz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_s^d \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + C_s^b \begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \omega_{bx} \cos \theta + \omega_{by} \sin \theta + \dot{\varphi} \\ (-\omega_{bx} \sin \theta + \omega_{by} \cos \theta) \cos \varphi + (\omega_{bz} + \dot{\theta}) \sin \varphi \\ (\omega_{bx} \sin \theta - \omega_{by} \cos \theta) \sin \varphi + (\omega_{bz} + \dot{\theta}) \cos \varphi \end{bmatrix} \\
&\approx \begin{bmatrix} \omega_{bx} + \omega_{by} \theta + \dot{\varphi} \\ -\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi \\ \omega_{bx} \theta \varphi - \omega_{by} \varphi + \omega_{bz} + \dot{\theta} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \omega_{bx} + \omega_{by} \theta + \dot{\varphi} \\ -\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi \\ -\omega_{by} \varphi + \omega_{bz} + \dot{\theta} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2-3}$$

绕定点运动的刚体，其欧拉动力学基本方程可表为：^[1]

$$\begin{cases} \frac{dH_x}{dt} + \omega_y H_z - \omega_z H_y = M_x \\ \frac{dH_y}{dt} + \omega_z H_x - \omega_x H_z = M_y \\ \frac{dH_z}{dt} + \omega_x H_y - \omega_y H_x = M_z \end{cases} \tag{2-4}$$

H_x, H_y, H_z 为旋转刚体的动量矩 \mathbf{H} 在动坐标系 $Oxyz$ 中的三个分量；

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为动坐标系对惯性坐标系的角速度在坐标系 $Oxyz$ 中的三个分量；

M_x, M_y, M_z 为外力系对动坐标轴的三个总力矩分量。

为得到陀螺转子的动力学方程，分别在 s 系和 d 系上来研究其欧拉动力学方程。

陀螺转子动量矩在检测坐标系 s 系上的投影为

$$\begin{bmatrix} H_{sx} \\ H_{sy} \\ H_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{sx} \omega_{sx} \\ J_{sy} \omega_{sy} \\ J_{sz} \omega_{sz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} J_{sx} (\omega_{bx} + \omega_{by} \theta + \dot{\varphi}) \\ J_{sy} (-\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi) \\ J_{sz} (-\omega_{by} \varphi + \omega_{bz} + \dot{\theta}) \end{bmatrix} \tag{2-5}$$

其中 J_{sx}, J_{sy}, J_{sz} 为转子的主转动惯量。

转子动量矩在驱动坐标系上的投影为

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} H_{dx} \\ H_{dy} \\ H_{dz} \end{bmatrix} &= (C_s^d)^{-1} \begin{bmatrix} H_{sx} \\ H_{sy} \\ H_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{sx} \omega_{sx} \\ J_{sy} \omega_{sy} \cos \varphi - J_{sz} \omega_{sz} \sin \varphi \\ J_{sy} \omega_{sy} \sin \varphi + J_{sz} \omega_{sz} \cos \varphi \end{bmatrix} \\
&\approx \begin{bmatrix} J_{sx} (\omega_{bx} + \omega_{by} \theta + \dot{\varphi}) \\ J_{sy} (-\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi) - J_{sz} (\dot{\theta} - \omega_{by} \varphi + \omega_{bz}) \varphi \\ J_{sy} (-\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi) \varphi + J_{sz} (\dot{\theta} - \omega_{by} \varphi + \omega_{bz}) \end{bmatrix} \\
&\approx \begin{bmatrix} J_{sx} (\omega_{bx} + \omega_{by} \theta + \dot{\varphi}) \\ J_{sy} (-\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + \omega_{bz} \varphi + \dot{\theta} \varphi) - J_{sz} (\dot{\theta} + \omega_{bz}) \varphi \\ J_{sy} \omega_{by} \varphi + J_{sz} (\dot{\theta} - \omega_{by} \varphi + \omega_{bz}) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2-6}$$

在检测坐标系中利用式(2-3)、(2-5)并应用欧拉动力学方程第一式可得

$$\begin{aligned}
&J_{sx} (\dot{\omega}_{bx} + \dot{\omega}_{by} \theta + \omega_{by} \dot{\theta} + \ddot{\varphi}) \\
&+ (J_{sz} - J_{sy}) [-\omega_{bx} \theta + \omega_{by} + (\omega_{bz} + \dot{\theta}) \varphi] \cdot [-\omega_{by} \varphi + \omega_{bz} + \dot{\theta}] = M_{sx}
\end{aligned}$$

采用基本假设 $J_{sz} \approx J_{sx} + J_{sy}$ ，并略去高阶小量

$$\begin{aligned}
&J_{sx} \ddot{\varphi} + 2J_{sx} \omega_{by} \dot{\theta} + J_{sx} \dot{\omega}_{by} \theta + 2J_{sx} \omega_{bz} \dot{\theta} \varphi + J_{sx} (\omega_{bz}^2 - \omega_{by}^2 + \dot{\theta}^2) \varphi \\
&+ J_{sx} [\dot{\omega}_{bx} + \omega_{by} \omega_{bz}] = M_{sx}
\end{aligned} \tag{2-7}$$

上式第2项即为由敏感轴输入的角速度造成的哥氏加速度在检测模态上的作用力矩；第3项为输入的角加速度对陀螺输出的影响，一般其变化频率很小（小于100Hz），因此其值也很小，同时在相位上，该项和哥氏力正交，可通过相敏解调有效抑制，因此可忽略；第4项反映了z轴角速度敏感性，若微机械陀螺因加工误差导致 φ 有初始偏角，则沿z轴的定常角速度输入也会造成陀螺检测模态振动，在理想情况下， φ 很小，故该项数值很小；第5项反映了离心力作用，一般情况下 $\dot{\theta}^2$ 远大于其他两项，但由于平方项产生的力为二倍频的作用力且 φ 很小，该项和弹性恢复力相比可忽略；第6项则反映了沿敏感轴的角加速度和进动作用对陀螺的影响，考虑到陀螺驱动在1KHz的频率，在驱动频率处其作用很小，且与变量 θ 、 φ 无关，可忽略。故最后可将上式简化为

$$J_{sx} \ddot{\varphi} + 2J_{sx} \omega_{by} \dot{\theta} = M_{sx} \tag{2-8}$$

在驱动坐标系中应用欧拉方程第三式，有

$$\begin{aligned} & J_{sy}(\dot{\omega}_{by}\varphi + \omega_{by}\dot{\varphi}) + J_{sz}(\ddot{\theta} - \dot{\varphi}\omega_{by} - \varphi\dot{\omega}_{by} + \dot{\omega}_{bz}) \\ & + (\omega_{bx} + \omega_{by}\theta) \left[J_{sy}(-\omega_{bx}\theta + \omega_{by} + \omega_{bz}\varphi + \dot{\theta}\varphi) - J_{sz}(\dot{\theta} + \omega_{bz})\varphi \right] \\ & - (-\omega_{bx}\theta + \omega_{by})J_{sx}(\omega_{bx} + \omega_{by}\theta + \dot{\varphi}) = M_{dz} \end{aligned}$$

略去高阶小量，上式可简化为

$$\begin{aligned} & J_{sz}\ddot{\theta} - 2J_{sx}\omega_{by}\dot{\varphi} + \left[J_{sx}(\omega_{bx}^2 - \omega_{by}^2) - J_{sy}(\omega_{bx}^2 - \omega_{by}^2) \right] \theta \\ & + \left[(J_{sy} - J_{sx})\omega_{bx}\omega_{by} + J_{sz}\dot{\omega}_{bz} \right] = M_{dz} \end{aligned} \quad (2-9)$$

9)

上式第 2 项为由检测轴角振动引起的哥氏力对驱动模态的影响，但因 $\dot{\varphi}$ 很小，故该项为小量；第 3 项反映了离心力作用，但因平方项产生的力为二倍频的作用力且 θ 很小，该项和弹性恢复力相比可忽略；第 4 项反映了沿驱动轴的角加速度和进动作用的影响，和外加驱动力 M_{dz} 相比很小，且与变量 θ 、 φ 无关，可忽略。故最后上式简化为

$$J_{sz}\ddot{\theta} = M_{dz} \quad (2-10)$$

M_{dz} 和 M_{sx} 分别包括作用在驱动轴和检测轴上的机械弹性力矩、静电力矩、空气阻尼力矩

$$\begin{cases} M_{dz} = -K_z\theta - B_z\dot{\theta} + M_{ez} \\ M_{sx} = -K_x\varphi - B_x\dot{\varphi} + M_{ex} \end{cases} \quad (2-11)$$

完整的陀螺动力学方程由 (2-7) 和 (2-9) 组成，如下所示：

$$\begin{cases} J_{sz}\ddot{\theta} + B_z\dot{\theta} - 2J_{sx}\omega_{by}\dot{\varphi} + K_z\theta + \left[J_{sx}(\omega_{bx}^2 - \omega_{by}^2) - J_{sy}(\omega_{bx}^2 - \omega_{by}^2) \right] \theta \\ + \left[(J_{sy} - J_{sx})\omega_{bx}\omega_{by} + J_{sz}\dot{\omega}_{bz} \right] = M_{ez} \\ J_{sx}\ddot{\varphi} + B_x\dot{\varphi} + 2J_{sx}\omega_{by}\dot{\theta} + 2J_{sx}\omega_{bz}\dot{\theta}\varphi + J_{sx}\dot{\omega}_{by}\theta + K_x\varphi + J_{sx}(\omega_{bz}^2 - \omega_{by}^2 + \dot{\theta}^2)\varphi \\ + J_{sx}[\dot{\omega}_{bx} + \omega_{by}\omega_{bz}] = M_{ex} \end{cases} \quad (2-12)$$

为分析方便，陀螺的动力学方程经常采用 (2-8) 和 (2-10) 的简化形式

$$\begin{cases} J_{sz}\ddot{\theta} + B_z\dot{\theta} + K_z\theta = M_{ez} \\ J_{sx}\ddot{\phi} + B_x\dot{\phi} + 2J_{sx}\omega_{by}\dot{\theta} + K_x\phi = M_{ex} \end{cases} \quad (2-13)$$

2.3.2 线振动式微机械陀螺动力学方程

线振动式微机械陀螺的运动基本可看成平面运动，为此取坐标系如图 2-6 所示。 $Ox_a y_a$ 为惯性空间参考坐标系 a 系， $Ox_b y_b$ 为陀螺载体坐标系 b 系。其中 x 和 y 分别是陀螺敏感质量的质心在载体坐标系 b 系中的坐标。

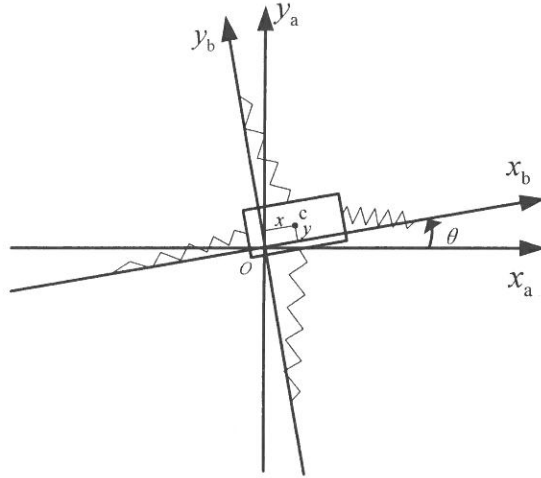


图 2-6 惯性坐标系和载体坐标系

为分析线振动陀螺的微分方程，可采用拉格朗日方程进行求解^[88]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q \quad (2-14)$$

其中 T 为质点系动能， q 为广义位移， Q 为广义力。

从 b 系到 a 系的位移和速度关系如下

$$\begin{aligned} x_b &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ y_b &= x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\begin{aligned} v_{x_b} &= \dot{x} \cos \theta - x \dot{\theta} \sin \theta - \dot{y} \sin \theta - y \dot{\theta} \cos \theta \\ v_{y_b} &= \dot{x} \sin \theta + x \dot{\theta} \cos \theta + \dot{y} \cos \theta - y \dot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \quad (2-16)$$

系统的动能为

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2}mv_{x_b}^2 + \frac{1}{2}mv_{y_b}^2 + \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}^2 \\
 &= \frac{1}{2}m(\dot{x}\cos\theta - x\dot{\theta}\sin\theta - \dot{y}\sin\theta - y\dot{\theta}\cos\theta)^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2}m(\dot{x}\sin\theta + x\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\cos\theta - y\dot{\theta}\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}^2
 \end{aligned} \tag{2-17}$$

因此

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) &= \frac{d}{dt}[m\cos\theta(\dot{x}\cos\theta - x\dot{\theta}\sin\theta - \dot{y}\sin\theta - y\dot{\theta}\cos\theta) \\
 &\quad + m\sin\theta(\dot{x}\sin\theta + x\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\cos\theta - y\dot{\theta}\sin\theta)] \\
 &= m\ddot{x} - m\dot{\theta}\dot{y} - m\ddot{y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial x} &= -m\dot{\theta}\sin\theta(\dot{x}\cos\theta - x\dot{\theta}\sin\theta - \dot{y}\sin\theta - y\dot{\theta}\cos\theta) \\
 &\quad + m\dot{\theta}\cos\theta(\dot{x}\sin\theta + x\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\cos\theta - y\dot{\theta}\sin\theta) \\
 &= m\dot{\theta}^2x + m\dot{\theta}\dot{y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right) &= \frac{d}{dt}[-m\sin\theta(\dot{x}\cos\theta - x\dot{\theta}\sin\theta - \dot{y}\sin\theta - y\dot{\theta}\cos\theta) \\
 &\quad + m\cos\theta(\dot{x}\sin\theta + x\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\cos\theta - y\dot{\theta}\sin\theta)] \\
 &= m\ddot{y} + m\dot{\theta}\dot{x} + m\ddot{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial y} &= -m\dot{\theta}\cos\theta(\dot{x}\cos\theta - x\dot{\theta}\sin\theta - \dot{y}\sin\theta - y\dot{\theta}\cos\theta) \\
 &\quad - m\dot{\theta}\sin\theta(\dot{x}\sin\theta + x\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\cos\theta - y\dot{\theta}\sin\theta) \\
 &= -m\dot{\theta}\dot{x} + m\dot{\theta}^2y
 \end{aligned}$$

利用拉格朗日方程 (2-14) 可得

$$\begin{cases} m\ddot{x} - 2m\dot{\theta}\dot{y} - m\ddot{y} - m\dot{\theta}^2x = F_x \\ m\ddot{y} + 2m\dot{\theta}\dot{x} + m\ddot{x} - m\dot{\theta}^2y = F_y \end{cases} \tag{2-18}$$

F_x 、 F_y 分别为 b 系中 x 、 y 方向静电力、弹性恢复力和阻力的总和，可表为

$$\begin{cases} F_x = f_{ex} - k_x x - B_x \dot{x} \\ F_y = f_{ey} - k_y y - B_y \dot{y} \end{cases} \quad (2-19)$$

因此得到完整的线振动式微机械陀螺动力学方程如下

$$\begin{cases} m\ddot{y} + B_y \dot{y} + 2m\dot{\theta}\dot{x} + m\ddot{\theta}x - m\dot{\theta}^2 y + k_y y = f_{ey} \\ m\ddot{x} + B_x \dot{x} - 2m\dot{\theta}\dot{y} - m\ddot{\theta}y - m\dot{\theta}^2 x + k_x x = f_{ex} \end{cases} \quad (2-20)$$

因 \dot{x} 和 x 很小, 因此 $2m\dot{\theta}\dot{x}$ 和 $m\ddot{\theta}x$ 可忽略; 在检测轴 x 轴, 又 $m\dot{\theta}^2 \square k_y = m\omega_{ny}^2$, $m\dot{\theta}^2 \square k_x = m\omega_{nx}^2$ 且其作用力为谐振频率的二倍频, 因此可忽略; 外界角速度输入的带宽一般远小于驱动频率, 故 $m\ddot{\theta}y \square 2m\dot{\theta}\dot{y}$, 而且在相位上 $m\ddot{\theta}y$ 和 $2m\dot{\theta}\dot{y}$ 相差 90° , 通过相敏解调可被抑制, 因此可以忽略。最终得到简化方程如下

$$\begin{cases} m\ddot{y} + B_y \dot{y} + k_y y = f_{ey} \\ m\ddot{x} + B_x \dot{x} - 2m\dot{\theta}\dot{y} + k_x x = f_{ex} \end{cases} \quad (2-21)$$

2.3.3 微机械陀螺动力学方程的统一形式及其通解

根据前面推导的振动轮式陀螺动力学方程 (2-13) 和线振动式陀螺动力学方程 (2-21) 可以得到

$$\begin{cases} \ddot{y} + 2\zeta_1 \omega_{n1} \dot{y} + \omega_{n1}^2 y = f_{drv}(t) \\ \ddot{x} + 2\zeta_2 \omega_{n2} \dot{x} - 2\Omega \dot{y} + \omega_{n2}^2 x = f_{sen}(t) \end{cases} \quad (2-22)$$

其中各参数的对应关系见表 2-1。

表2-1 参数对应关系表

	振动轮式微机械陀螺	线振动式微机械陀螺
y	θ	y
x	φ	x
ω_{n1}	$\omega_{n1} = \sqrt{K_z/J_{sz}}$	$\omega_{n1} = \sqrt{k_y/m}$
ω_{n2}	$\omega_{n2} = \sqrt{K_x/J_{sx}}$	$\omega_{n2} = \sqrt{k_x/m}$
ζ_1	$\zeta_1 = B_z/(2J_{sz}\omega_{n1})$	$\zeta_1 = B_y/(2m\omega_{n1})$
ζ_2	$\zeta_2 = B_x/(2J_{sx}\omega_{n2})$	$\zeta_2 = B_x/(2m\omega_{n2})$
$f_{drv}(t)$	M_{ez}/J_{sz}	f_{ey}/m
$f_{sen}(t)$	M_{ex}/J_{sx}	f_{sen}/m

1. 开环驱动条件下方程稳态解

陀螺驱动轴工作于开环状态时，陀螺动子的 x 、 y 方向运动取决于驱动力和外界输入角速度 Ω ，设驱动力为

$$\begin{cases} f_{\text{drv}}(t) = F \sin \omega_c t \\ f_{\text{sen}}(t) = 0 \end{cases} \quad (2-23)$$

利用式 (2-22) 第一式可解得：

$$y(t) = \frac{F}{\sqrt{(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n1}\omega_c/Q_1)^2}} \sin\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{\omega_{n1}\omega_c}{Q_1(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)}\right) \quad (2-24)$$

其中： Q_1 ——驱动轴品质因数

于是可得到

$$\dot{y}(t) = \frac{F\omega_c}{\sqrt{(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n1}\omega_c/Q_1)^2}} \cos\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{\omega_{n1}\omega_c}{Q_1(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)}\right)$$

代入式 (2-22) 第二式可得：

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta_2\omega_{n2}\dot{x} + \omega_{n2}^2x &= \frac{2F\omega_c\Omega}{\sqrt{(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n1}\omega_c/Q_1)^2}} \cos\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{\omega_{n1}\omega_c}{Q_1(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)}\right) \Rightarrow \\ x(t) &= \frac{2F\omega_c\Omega}{\sqrt{(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n1}\omega_c/Q_1)^2} \sqrt{(\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n2}\omega_c/Q_2)^2}} \times \\ &\quad \cos\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{\omega_{n1}\omega_c}{Q_1(\omega_{n1}^2 - \omega_c^2)} - \tan^{-1} \frac{\omega_{n2}\omega_c}{Q_2(\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)}\right) \end{aligned} \quad (2-25)$$

其中： Q_2 ——检测轴品质因数

式 (2-24) 和式 (2-25) 即为陀螺在开环下的运动方程解。

图 2-7 为不同角速率输入条件下，两轴调谐和两轴谐振频率有差时陀螺振动的仿真曲线。由仿真曲线可看出，只有在两轴调谐的条件下，其 x 、 y 方向的振动相位才真正满足正交关系。

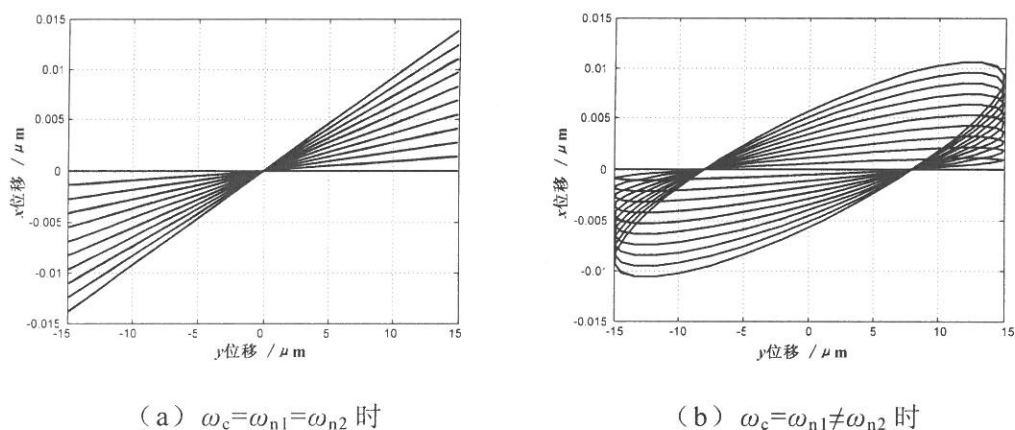


图 2-7 不同角速率输入时陀螺振动曲线图

2. 驱动模态闭环条件下方程稳态解

由于只考虑稳态条件，外加的驱动力用于稳定陀螺的驱动振幅，因此可以假设驱动模态的振幅和相位均为稳定值，即驱动模态运动为确定性运动，如下所示：

$$y(t) = A_0 \sin(\omega_c t) \quad (2-27)$$

于是可得到

$$\dot{y}(t) = A_0 \omega_c \cos(\omega_c t)$$

代入式 (2-22) 第二式可解得

$$x(t) = \frac{2A_0 \omega_c \Omega}{\sqrt{(\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n2} \omega_c / Q_2)^2}} \cos\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{\omega_{n2} \omega_c}{Q_2 (\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)}\right) \quad (2-28)$$

式 (2-27) 和式 (2-28) 即为驱动模态闭环运动时的方程解。

不论陀螺是否工作在驱动模态闭环下，当陀螺两轴谐振频率有差时，驱动模态运动和检测模态运动之间的相位差始终为：

$$\Delta\chi = 90^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega_{n2} \omega_c}{Q_2 (\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)} \quad (2-26)$$

当参考信号和 $x(t)$ 同相时，解调效率最高。

2.4 微机械陀螺误差来源分析

微机械陀螺误差来源主要有加工误差、安装误差、温度和加速度影响，其中加工误差和安装误差主要引起陀螺正交分量增大和交轴敏感性，最有效的途径是通过改进工艺来改善，而温度和加速度影响则引起陀螺零位漂移和标度因子改变，可通过适当的补偿手段获得改善，本论文主要讨论了温度对陀螺信号的影响。

2.4.1 加工误差和安装误差

陀螺的加工误差包括：梁坐标系和电极坐标系不正交、驱动极板和检测极板不正交、驱动梁与检测梁不正交和质量不均匀等。如图 2-8 所示，(a) 为梁坐标系与由驱动电极、检测电极组成的坐标系不正交的情况，(b) 为驱动梁与检测梁不正交时的情况，(c) 为驱动极板和检测极板不正交时的情况，实际情况是以上三种情况的叠加，引起陀螺的正交分量变大。另外，结构本身质量的不均匀分布也会引起陀螺的耦合分量增大。

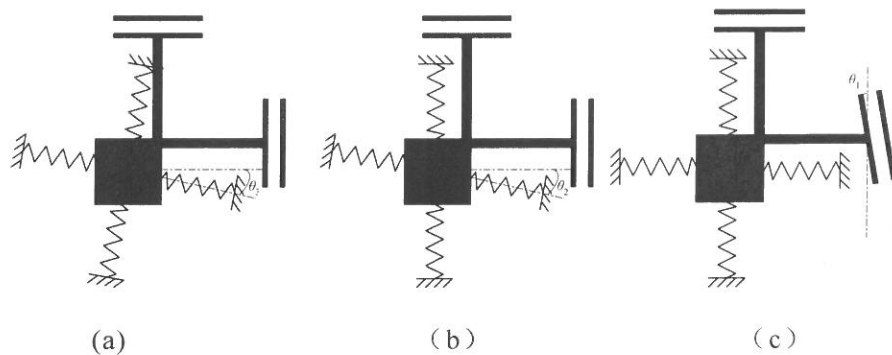


图 2-8 加工误差

安装误差包括硅结构和玻璃基体键合误差、陀螺安装误差等，使陀螺的敏感轴方向和标称方向不一致，导致出现陀螺的交轴敏感。

总体来说，工艺误差和安装误差最本质的提高需要靠提高工艺精度和安装精度来解决，另外也可通过使用附加校正电极来减弱正交分量^[10]，但是通过信号分析与补偿算法是很难消除其影响的。

2.4.2 温度影响

环境温度变化对于微机械陀螺的影响主要分为三部分：对表头结构尺寸的影响、对材料弹性模量的影响和对解调电路的影响。

在温度变化时，微机械结构主要产生两个变化：结构尺度随温度变化和弹性模量随温度变化。

1. 对表头结构尺度的影响

陀螺尺度的变化可由图 2-9 所示的平行极板电容检测结构来阐述。

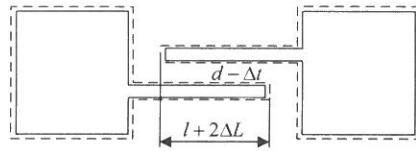


图 2-9 温度改变引起检测结构线膨胀

其电容为：

$$C = \frac{\epsilon l t}{d} \quad (2-27)$$

其中： l 为梳齿重叠长度， t 为梳齿宽度， d 为梳齿间距， L 为梳齿总长。

温度变为 T 时，由图 2-9 可计算电容变化率为：

$$C_{\text{ratio}T} = \frac{C(T)}{C(T_0)} = \frac{(d - \Delta t)(l + 2\Delta L)}{dl} = \frac{[d - \kappa_T(T - T_0)t][l + 2\kappa_T(T - T_0)L]}{dl} \quad (2-28)$$

其中： κ_T 为硅材料的热膨胀系数， $T_0 = 300K$

代入一组实际参数： $\kappa_T = 2.60\text{ppm/K}$ ， $d = 4\mu\text{m}$ ， $t = 5\mu\text{m}$ ， $l = 200\mu\text{m}$ ， $L = 220\mu\text{m}$ ，可作出如图 2-10 所示的电容变化率($C_{\text{ratio}T} - 1$)与温度的关系曲线。

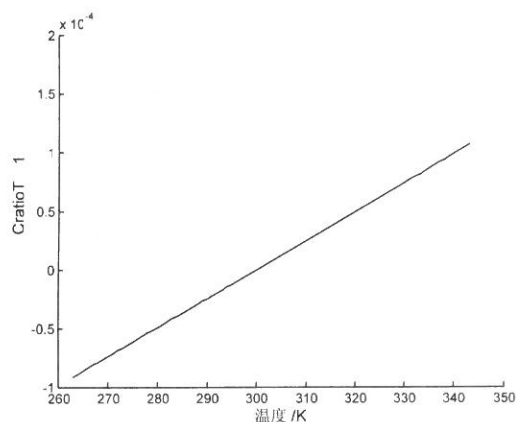


图 2-10 温度引起的结构尺度改变和电容变化率关系

由此可以给出结论：由于电容变化率和陀螺标度因子之间为线性关系，因此，尺度上的改变引起的标度因子变化小于 0.015%，也就是说结构尺度随温度的变化对陀螺性能影响很小。

2. 对谐振频率的影响

另一方面，温度的变化将引起硅材料杨氏模量的变化，其变化关系如图 2-11 所示。

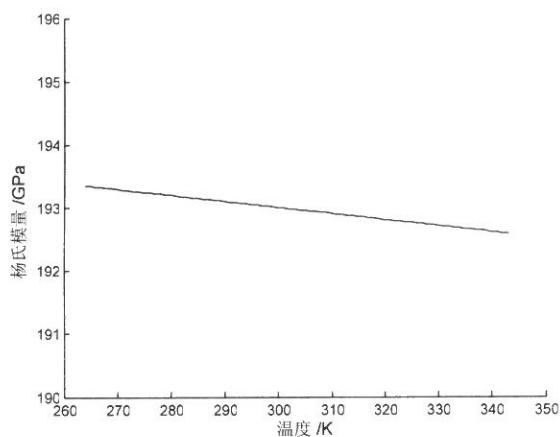


图 2-11 温度的变化将引起硅材料杨氏模量的变化

弹性模量的温度变化系数在 25ppm ~ 75ppm 之间^[11]，取均值 $\kappa_{ET} = 50\text{ppm}$ ，可用公式表为：

$$E(T) = E_0 [1 - \kappa_{ET}(T - T_0)] \quad (2-29)$$

因系统刚度和弹性模量成正比，因此刚度随温度变化关系为

$$K = K_0 [1 - \kappa_{ET}(T - T_0)] \quad (2-30)$$

系统刚度和陀螺谐振频率之间的关系式为

$$\omega_n(T) = \sqrt{K_0 [1 - \kappa_{ET}(T - T_0)] / m} \quad (2-31)$$

在 T_0 的小范围内做线性近似，可得到

$$\omega_n(T) = \omega_n(T_0) \left[1 - \frac{1}{2} \kappa_{ET}(T - T_0) \right] \quad (2-32)$$

为分析陀螺的输出信号与温度的关系，这里分成驱动模态和检测模态来讨论。

A. 对驱动模态的影响

如果考虑施加到陀螺上驱动电压频率不变（即定频驱动方案），那么结构谐振频率的漂移将改变检测信号的相位和振幅。

考虑开环情况下弹性模量温度特性对驱动模态的影响。将式（2-32）代入式（2-24）可得驱动模态输出增益、相位与温度的关系，可表示如下

$$\text{见副本} \quad (2-33)$$

$$(2-34)$$

代入陀螺参数： $\omega_c = \omega_{n1}(T_0) = 2\pi \times 1750\text{Hz}$ ， $Q_1 = 50$ ，根据式（2-33）和式（2-34）可做出温度与驱动模态振幅、相位关系如图 2-12 所示。

由图 2-12 可知，陀螺驱动振幅变化率最大达到 2.03%，且与温度为非线性关系，为了保持陀螺输出增益不变，必须要进行驱动幅度闭环；相位最大变化达到 11.28°，且相位与温度近似为线性，这就是说可由驱动模态相位变化信息直接反映陀螺结构的温度变化。

见副本

(a) 温度与振幅关系

(b) 温度与相位关系

图 2-12 温度与驱动模态输出信号幅度、相位关系

为将式 (2-34) 在 T_0 附近线性展开, 可将其转换为:

⇒

见副本 (2-35)

或:

(2-36)

利用式 (2-35) 的近似公式, 在 $-10 \sim 70^\circ\text{C}$ 范围内, 相位计算误差峰值为 0.0364° , 精度在 0.32% 内, 因此可以采用该近似公式计算相位漂移。另一方面, 利用相位值再根据式 (2-36) 可反算出陀螺结构的温度, 这是采用无温度传感器进行温度补偿的理论基础。

温度实验结果表明驱动轴检测电路造成的相移和驱动轴的因频率漂移造成的相移相比不是主要因素, 式 (2-36) 可反映表头的温度变化。由此可以给出在材料和结构方面驱动模态温度特性的三个结论, 因此可以用来测量表头的温度, 为实现温度补偿提供了一个很好的参考信息。

B. 对检测模态的影响

我们研制的陀螺, 一般其驱动模态处于闭环状态下, 幅度和相位都工作在设定值上, 因此在材料和结构方面讨论检测模态温度特性时, 可将式 (2-30) 代入式 (2-28) 来分析其增益和相位随温度的变化关系式:

$$L_{\text{sen}}(T) = \frac{2A_0\omega_c\Omega}{\sqrt{\left[\left(\omega_{n2}(T_0)\left(1-\frac{1}{2}\kappa_{\text{ET}}(T-T_0)\right)\right)^2 - \omega_c^2\right]^2 + \left(\omega_{n2}(T_0)\left(1-\frac{1}{2}\kappa_{\text{ET}}(T-T_0)\right)\omega_c/Q_2\right)^2}} \quad (2-37)$$

$$\Phi_{\text{sen}}(t) = -\tan^{-1} \frac{\omega_{n2}(T_0)\left(1-\frac{1}{2}\kappa_{\text{ET}}(T-T_0)\right)\omega_c}{Q_2\left[\left(\omega_{n2}(T_0)\left(1-\frac{1}{2}\kappa_{\text{ET}}(T-T_0)\right)\right)^2 - \omega_c^2\right]} \quad (2-38)$$

实际的陀螺驱动模态和检测模态的谐振频率是不一致的，代入一组设计参数： $\omega_c = 2\pi \times 1750\text{Hz}$ ， $\omega_{n2}(T_0) = 2\pi \times 2000\text{Hz}$ ， $Q_2 = 3$ ， $A_0 = 15\mu\text{m}$ ，并假设角速度输入为 $100^\circ/\text{s}$ ，可作出温度对检测模态振幅和相位的影响关系如图 2-13 所示。

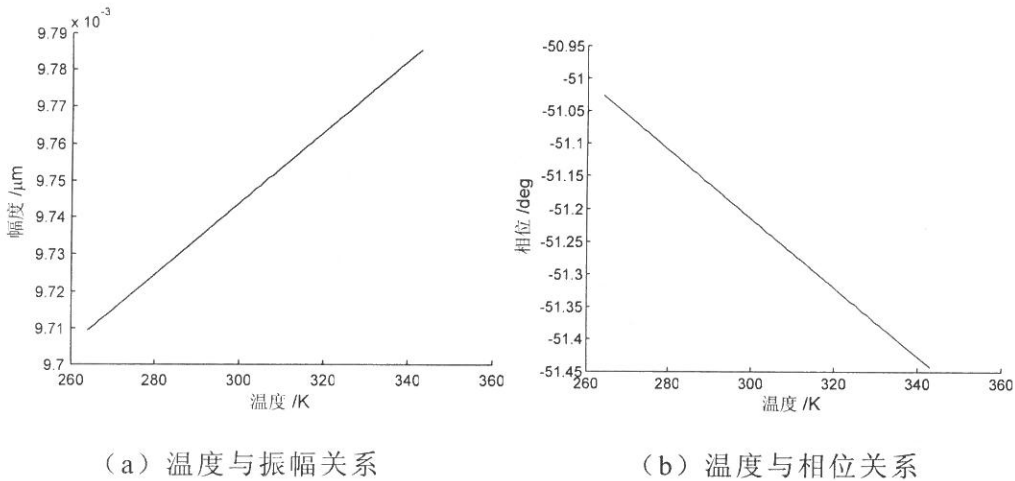


图 2-13 温度与检测模态输出信号幅度、相位关系

在 $-10 \sim 70^\circ\text{C}$ 范围内，检测模态增益变化小于 0.78% ，相位变化 0.417° ，若陀螺存在 $1000^\circ/\text{s}$ 的正交分量，那么零位漂移为 $1000^\circ/\text{s} \times \sin(0.417^\circ) = 7.28^\circ/\text{s}$ ，温度实验表明，检测轴结构谐振频率的漂移对陀螺输出零位的影响和检测轴的检测电路相位的漂移相比要小 $7 \sim 10$ 倍，因此检测轴的漂移不能作为温度观测，需要进行温度补偿处理。

可对式 (2-38) 在 T_0 附近展开得到因结构谐振频率漂移造成的相移为：

由此可给出在材料结构方面考虑下的结论：陀螺检测模态的增益受温度的变化影响不大；若陀螺存在较大的正交分量，由相位漂移引起的零位漂移受温度影响很大。

$$\Phi_{\text{sen}}(T) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega_{n2}(T_0)\omega_c}{Q_2(\omega_{n2}^2(T_0) - \omega_c^2)}\right) - \frac{\kappa_{\text{ET}}Q_2\omega_{n2}(T_0)\omega_c(\omega_{n2}^2(T_0) + \omega_c^2)}{2(\omega_{n2}^2(T_0)\omega_c^2 + Q_2^2(\omega_{n2}^2(T_0) - \omega_c^2)^2)}(T - T_0) \quad (2-39)$$

C. 对检测电路的影响

实际检测到的信号还包含有检测电路受温度的影响，由于陀螺驱动模态输出和检测模态输出都采用相同结构的检测电路，因此检测电路的温度特性在驱动轴和检测轴基本相同，但由于检测电容的初值和变化量是不同的，因此两者之间的关系讨论起来比较复杂，必须要通过实验检验，这里仅粗略的讨论。设检测电路对相位的温度特性在 T_0 附近展开为：

$$\Phi_{\text{cir}}(T) = \Phi_{\text{cir}}(T_0) + \Phi'_{\text{cir}}(T_0)(T - T_0) + \frac{1}{2}\Phi''_{\text{cir}}(T_0)(T - T_0)^2 + \dots \quad (2-40)$$

写出检测轴和驱动轴总的相位变化关系如下：

$$\Phi_{\text{drv_all}}(T) \approx -\frac{\pi}{2} + \Phi_{\text{cir}}(T_0) + (\Phi'_{\text{cir}}(T_0) - \kappa_{\text{ET}}Q_1)(T - T_0) + \frac{1}{2}\Phi''_{\text{cir}}(T_0)(T - T_0)^2 + \dots \quad (2-41)$$

$$\Phi_{\text{sen}}(T) \approx -\tan^{-1}\left(\frac{\omega_{n2}(T_0)\omega_c}{Q_2(\omega_{n2}^2(T_0) - \omega_c^2)}\right) + \Phi_{\text{cir}}(T_0) + \left(\Phi'_{\text{cir}}(T_0) - \frac{\kappa_{\text{ET}}Q_2\omega_{n2}(T_0)\omega_c(\omega_{n2}^2(T_0) + \omega_c^2)}{2(\omega_{n2}^2(T_0)\omega_c^2 + Q_2^2(\omega_{n2}^2(T_0) - \omega_c^2)^2)}\right)(T - T_0) + \frac{1}{2}\Phi''_{\text{cir}}(T_0)(T - T_0)^2 + \dots \quad (2-42)$$

对比式 (2-41) 和式 (2-42)，若检测电路的相位温度特性的二次项及高次项系数很小，则驱动轴相位和检测轴的相位在温度变化时为近似线性关系，可由驱动轴的相位信息通过简单的线性拟合来补偿检测轴输出受温度的变化，若检测电路的温度相位还有较强的非线性，则需要使用温控箱进行陀螺的温度非线性拟合来补偿，但可以期望 $\Phi_{\text{drv_all}}(T)$ 和 $\Phi_{\text{sen}}(T)$ 之

间的线性度要优于温度与 $\Phi_{\text{sen}}(T)$ 的线性度。总之，采用驱动轴相位信息作为陀螺的温度传感器，相比于直接使用温度传感器而言，由于温度信息直接从表头获得，没有温度传感器到陀螺表头的温度传递滞后问题，因此可期望获得更好的温度补偿效果，同时，也可减小电路的复杂度，降低硬件成本。

2.4.3 加速度影响

陀螺输出受外界加速度影响称为加速度敏感性 (g-sensitivity)，目前其机理尚有待继续研究，可能原因是由于陀螺结构受加速度影响产生变形，引起检测电极间距变化及产生梁的内部应力变化，从而引起陀螺的标度因子和零位变化，可期望的解决途径是通过对称的、反向振动的类音叉结构来消除加速度的影响。

2.5 小结

本章推导了振动轮式和线振动式微机械陀螺的动力学方程，给出了陀螺动力学的统一表达式，推导了驱动轴在开环和闭环状态下陀螺动力学微分方程的稳态解。

在此基础上，本章对陀螺的误差来源进行了分析，并主要分析了陀螺的温度特性，证明了结构尺寸受温度产生的变化对陀螺输出影响很小，而温度对结构弹性模量的影响是陀螺输出受温度影响的一个主要因素，并给出了温度对驱动轴运动的振幅、相位表达式，指出可以由驱动轴的相位信息直接反映陀螺表头的温度特性以进行陀螺的温度补偿，从理论上论证了无温度传感器实现温度补偿的可行性，相比于使用温度传感器实现陀螺温度补偿，不仅可以减小系统硬件复杂度，最为关键的是驱动轴相位信息直接反映了陀螺的表头温度变化，没有温度传感器到表头的温度滞后，可以改善陀螺的温度补偿性能，这是本论文的一个创新点。

第三章 总体方案选择

3.1 引言

本章主要对比了模拟式微机械陀螺和数字式陀螺的优缺点,从高 Q 系统闭环、温度补偿、自标定和自校准等几个方面阐述了模拟式微机械陀螺的所遇到的难点,并针对目前采用 Sigma- δ 和 ADC 转换两种数字化技术进行了对比,确定了数字化技术的总体方案,最后,指出了微机械陀螺数字化所需解决的关键技术。

3.2 模拟式微机械陀螺存在的几个难点

微机械陀螺模拟检测技术通过近几年的发展,逐步走向成熟,但由于微机械陀螺本身存在的一些的特殊性质,使模拟检测技术遇到了几个技术困难,减缓了微机械陀螺性能的进一步提高,尤其是随着对微机械陀螺特性的认识逐步加深,陀螺的结构和信号处理方法随之逐步趋于复杂,模拟系统在复杂性、灵活性方面逐渐显现出弱势,而数字技术在解决这些问题时则极为方便灵活,能够应付复杂度很高的信号处理需要而无需增加成本,以提高陀螺的性能,因此无论是在实验研究领域还是在工程实际应用上数字技术都体现出相对明显的优势。

下面就模拟系统所面临的几个难点加以说明数字系统研究的必要性。

3.2.1 高 Q 系统闭环控制

由第二章分析可知,陀螺的驱动模态运动可简化为质量、弹簧和阻尼的二阶系统。我们设计的微机械陀螺驱动模态即使在大气下, Q 值也可达到 50 以上。如果为了得到更高的灵敏度,降低由分子热运动造成的机械噪声,则需要对微机械陀螺抽气以提高真空度,此时 Q 值可超过 600。陀螺驱动模态振幅相同,但阻尼不同的情况下其幅频、相频特性如图 3-1 所示。

陀螺驱动模态运动的稳定性和振幅大小和陀螺性能密切相关。为了使用较小的驱动电压获得大的驱动振幅,微机械陀螺的驱动模态往往工作在

谐振频率上，通过闭环控制保持驱动模态运动的稳定性。闭环控制包括幅度闭环和相位闭环，幅度闭环控制一般直接由检幅电路和闭环控制电路组成，用以使陀螺振幅稳定；相位闭环的办法很多，常用的有 PLL 锁相环锁相、自激振荡稳相、直接调整相位法稳相等办法，其目的在于跟踪因陀螺谐振频率变化造成的相位漂移。通过后续章节的分析可知，在小范围内，陀螺驱动电压到陀螺输出振幅、陀螺驱动电压的相位到陀螺输出信号的相位之间均可近似为一阶系统，其时间常数相等，均为 $2Q/\omega_n$ ，即带宽为 $\omega_n/2Q$ ，也就是说 Q 值越大，时间常数越长，带宽越窄。

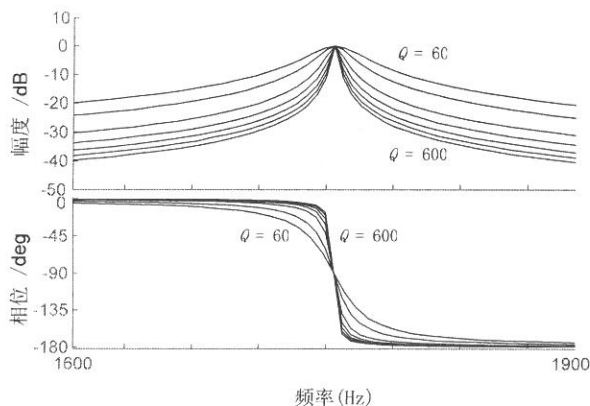


图 3-1 不同阻尼下陀螺驱动模态幅频、相频特性图

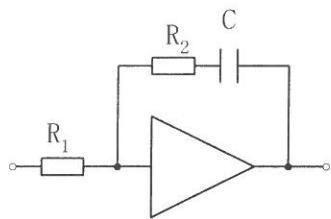


图 3-2 PI 控制器电路实现

在实际系统中，简单的闭环实现办法是采用 PI 控制器，模拟电路中常采用如图 3-2 形式的校正电路来实现。其传递函数如式 (3-1) 所示，转折频率为 $1/R_1C$ 。

$$C(s) = \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1Cs} \quad (3-1)$$

为实现良好的反馈控制，要求控制器的转折频率小于被控系统的转折频率^[2]，即

$$1/R_1C < \omega_n/2Q \Rightarrow C > \frac{2Q}{\omega_n R_1} \quad (3-2)$$

因为 R_2/R_1 决定了控制器的比例增益，一般大于 1，故 R_1 不能太大，否则易使 R_2 过大。在大气条件下， $Q=60$ ， $\omega_n = 2\pi 1750 \text{ rad/s}$ ， $R_1 = 100\text{K}$ ，可计算得到 $C > 0.1\mu\text{F}$ ；若系统工作在真空下， Q 达到 600，可计算得到 $C > 1\mu\text{F}$ 。实际闭环时，电容的取值更大。对于高温稳定性电容，其值均不大，而一般的大电容温度特性很差，在全温范围内，容值变化大于 20%，这样就会导致模拟系统在全温范围内控制性能下降。

另一方面，由于加工工艺误差相对于陀螺关键尺寸而言比较大，同一硅片做出的陀螺谐振频率相差较大，因此其闭环控制参数也不相同。在模拟系统中，调整这些参数需要更改元器件，其参数调节比较繁琐，增加了系统闭环的难度。

3.2.2 温度补偿

温度对陀螺输出影响很大，温度改变不仅会引起陀螺零位漂移，还会造成陀螺标度因子变化，过大的温度漂移会严重影响陀螺的使用，因此必须对陀螺进行温度补偿。

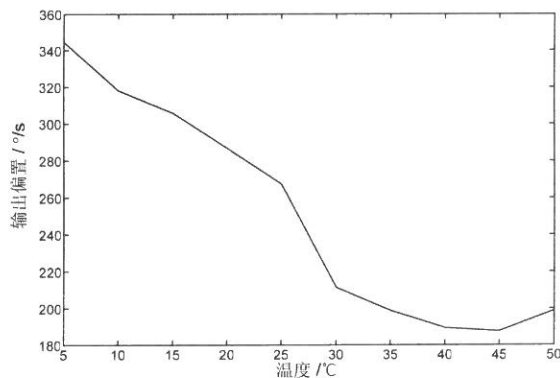


图 3-3 振动轮式陀螺温度—零位偏置特性实测图

在模拟式的微机械陀螺中，一般的温度补偿办法是使用温度传感器测出表头温度，然后根据标定得到的温度特性曲线按线性插值的办法进行温度补偿，补偿的效果取决于温度特性曲线的性质和标定的精度。如果温度特性曲线存在严重的非线性，那么用模拟电路进行的温度线性补偿办法的效果就会大幅下降，不能达到理想的补偿效果。图 3-2 所示为我们研制

的振动轮式微机械陀螺的温度—零位特性曲线，可见其温度特性并不是线性关系，具有很强的非线性，很难使用模拟电路对其进行补偿。

由第二章分析可知，另一种温度补偿办法是采用本论文提出的利用驱动模态输出相位进行无温度传感器的补偿办法，这种办法得到的驱动模态相位与陀螺零位关系特性曲线线性度较高，但需要对陀螺的驱动模态进行相位解调得到反映陀螺相位的参考信息值，而目前在模拟电路中采用的自激振荡驱动技术不能直接得到相位信息，可得到的是陀螺的谐振频率信息，要得到等效的相位变化还需要额外的处理电路，从而增加了处理电路的复杂度，另外，从拟合效果上看，由于数字电路可采用更灵活的高阶曲线或者分段拟合的办法，因此模拟电路会比数字电路的补偿效果差。

对于标度因子的温度补偿问题，模拟式陀螺在电路中须附加乘法器或者自动增益控制环节，根据陀螺的标度因子—温度特性进行补偿。数字系统在实现标度因子的补偿上相对容易的多，仅需要改变标度因子调节参数即可。

3.2.3 自标定、自补偿技术的实现

微机械陀螺在价格低廉、体积小和批量生产方面有着巨大的优势，但由于工艺误差的存在，同一个硅片上的陀螺表头其参数也有不小的差别，如果对每个表头进行测量标定则会使陀螺的人工成本增加，且费时费力。另一方面，微机械陀螺的输出易受环境参数的影响，例如温度、加速度、气压等，这些环境参数对陀螺的影响严重的制约了微机械陀螺的应用领域和性能，因此，随着对微机械陀螺特性认识的逐渐加深，自标定、自补偿技术作为微机械陀螺领域的新技术，也逐渐开始获得人们的重视。

自标定技术主要包括自动测定微陀螺谐振频率、品质因数、二阶系统特性曲线，自动确定相应的闭环参数，及在无转台条件下确定陀螺的标度因子。通过自标定技术，可使陀螺的标定过程得以简化以适应批量生产的需要，同时，其所得到的陀螺特性参数可进一步为自补偿技术所使用以提高陀螺的稳定性。

自补偿技术是指在陀螺工作状态下，根据自标定得到的参数，在陀螺上施加额外的特殊激励，根据适当的算法，自动判断系统参数变化，调整陀螺输出偏置和标度因子，以达到稳定陀螺输出偏置和标度因子的目的。

自标定、自补偿技术的实现至少需要满足两个条件：

- 能产生额外的特殊激励信号
- 能进行复杂的计算

这两个条件在模拟系统上实现都相当困难，不利于自标定、自补偿技术的研究和使用。

3.2.4 模拟式陀螺和数字式陀螺对比总结

模拟系统和数字系统两种方案在各方面的对比参见表 3-1。

表3-1 模拟式陀螺和数字式陀螺对比表

	模拟系统	数字系统
参数调整灵活性	困难	容易
驱动和检测控制难易	一般	容易
误差补偿难易	困难	容易
自标定自补偿技术	困难	容易
多传感器综合能力	困难	容易
实验研究难易度	一般	容易
噪声水平和精度	高	高
偏置稳定性（经补偿后）	一般	高
器件成本	低	较高
功耗	低	较高
集成难易	容易	一般

数字系统主要在器件成本、功耗和集成度方面存在劣势。但目前的数字化技术发展很快，许多新兴的数字化技术可用于克服这些劣势，例如低功耗的 ARM 处理器可用于降低系统功耗，ADC、DAC 和处理器集成的信号综合处理芯片可也用于降低系统成本和功耗，另外，从工艺角度考虑，数字式的 IC 芯片设计和加工难度要比模拟器件小，这些都有助于数字技术的应用。

总体来说，数字系统由于其计算能力强和参数调整灵活，在处理复杂的系统应用上有明显的优势，因此，在高精度、高稳定性要求下，微机械陀螺数字化技术的研究很有必要。

3.3 数字式微机械陀螺总体方案选择

目前，可供选择的数字化方案主要有两种：Sigma-Delta 变换和传统的 ADC、DAC 变换。

3.3.1 Sigma-Delta变换

Sigma-Delta 变换^{[12][13][14]}原理可由图 3-4 阐述。在每一个时钟周期，输入信号和经 1 位 DAC 变换得到的信号比较，其误差通过积分器后，由 1 位 ADC 变换进行量化，得到的值一方面作为输出另一方面作为 1 位 DAC 的输入，完成一个时钟循环。可采用简化的 Z 变换来表示 Sigma-Delta 变换如下式

$$Y(z) = X(z) + (1 - z^{-1})W(z)$$

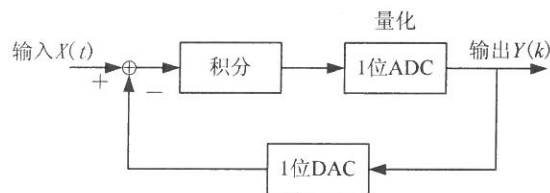


图 3-4 Sigma-Delta 变换基本原理

由于 1 位 ADC 的量化噪声很大，因此为了提高 Sigma-Delta 变换的精度，目前主要采用噪声成形技术和过采样技术来减小量化噪声，提高 AD 转换精度。噪声成形技术是采用图 3-4 的结构多级级联，这样，可采用简化的 Z 变换来表示变换原理如式 (3-3)

$$Y(z) = X(z) + (1 - z^{-1})^n W(z) \quad (3-3)$$

n 越大， $(1 - z^{-1})^n$ 在低频段对量化噪声抑制越强， $n=3$ 时 Sigma-Delta 变换的噪声谱如图 3-5 所示，可见量化噪声在低频段得到了很强的抑制，但高频噪声依然很大，必须通过高速的数字低通滤波器滤除。

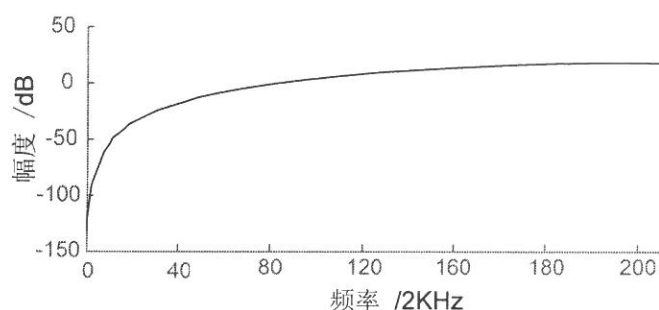


图 3-5 Sigma-Delta 变换量化噪声谱

由此可给出采用 Sigma-Delta 变换的系统方案原理如图 3-6 为所示。

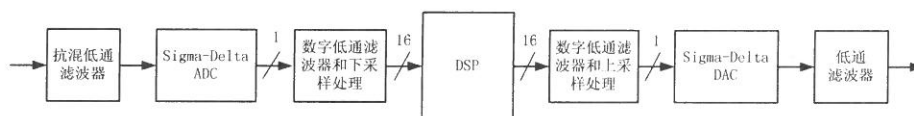


图 3-6 采用 Sigma-Delta 变换的系统方案图

由于在微机械陀螺中，采样频率至少要求为 40KHz 以上，如果采用 3 阶 Sigma-Delta 变换，要求的时钟频率必须高于 788KHz。因此 Sigma-Delta 变换要获得应用，仍需解决以下几个问题：高频、高稳定性的时钟源获取；消除时钟抖动问题；Sigma-Delta 变换所产生的高频数字噪声对模拟电路部分的影响；量化噪声抑制；系统控制带宽；对参考电压的串扰问题。

3.3.2 ADC+DSP+DAC 方案

ADC+DSP+DAC 是目前相对比较成熟的方案，其系统方案如图 3-7 所示。

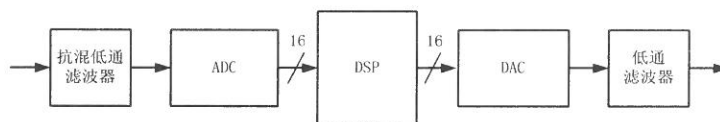


图 3-7 ADC+DSP+DAC 系统方案图

目前可得到的 16 位 ADC 采样率可达到 1MHz，而 16 位的 Sigma-Delta 变换还无法达到如此高的采样率。另一方面，常规的 ADC 转换芯片由于

没有高频时钟，其对模拟电路部分的影响要比 Sigma-Delta 变换器要小，这有利于减小电路 PCB 版图的设计难度。

3.3.3 两种方案综合比较

Sigma-Delta 变换和 ADC+DAC 两种方案各有优缺点，表 3-2 列出了这两种方案的对比。

表3-2 Sigma-Delta变换与ADC+DAC方案对比

	Sigma-Delta 变换	ADC+DAC
电路设计难易度	困难	一般
技术成熟度	一般	高
可达到的采样频率	一般	高
转换精度	高*	高
系统控制带宽	一般	大
器件成本	一般	略高
功耗	一般	略高
集成难易	一般	略难

*——需解决时钟源问题、高频数字噪声对模拟电路的干扰、量化噪声抑制等技术难点

对于表 3-2 中的关于器件成本和功耗问题，有以下两点需要说明：

1. 如果实现表头与电路全集成，那么电路部分器件的面积主要取决于 DSP 中 RAM 的面积，因此两种方案的器件成本不会有大的差别；
2. 由于 Sigma-Delta 变换需要使用专用的高速数字滤波器，而且两种方案都要使用功耗比较大的 DSP 处理芯片，因此在功耗上两种方案也不会大的差别。

在方案选择上，一方面根据表 3-2 的对比结果和电路设计制作的难易程度，另一方面根据目前调研的国内外关于微机械陀螺数字化的报道，采用 Sigma-Delta 变换方案的微机械陀螺系统其性能都不高（伯克力报道的结果只有 $3^\circ/\text{s}$ ），相反在数字化方面比较成功的例子是 HSG-IMIT 的 ADC+DAC 方案，考虑到数字化的主要目的是为了获得灵活的算法处理和高性能，因此本论文工作最终选择了 ADC 和 DAC 的方案进行数字化，但是 Sigma-Delta 变换方案在未来的研究上还是很有潜力的。

3.4 微机械陀螺数字化的关键技术

微机械陀螺数字化所需解决的关键技术如下：

1. 数字和模拟混合电路的设计和制作

要使检测电路能达到检测 0.1aF 电容变化的高分辨率要求，在数模混合电路中难度更高，因为数字系统中存在的各种脉冲噪声都会对模拟电路部分产生相当的影响，如何合理设计系统结构，从结构上保证系统的噪声水平，数字系统的噪声和分辨率是否能满足要求，如何进行 PCB 版图布线来隔离数字噪声都需要仔细考虑。

2. 核心算法

数字系统相比于模拟系统的优点之一就是算法灵活性，采用什么样的软件结构，如何充分发挥 DSP 的运算能力提高算法性能，保证算法的鲁棒性和计算速度，以提高解调性能，做到最大限度的发挥数字系统的优势。

3. 陀螺的驱动控制技术

数字化后的系统是离散系统，在模拟系统中采用的自激振荡技术不能直接套用到数字系统，如何进行有效的陀螺驱动和控制，如何发挥数字系统优势以提高驱动性能，如何更好的实现陀螺的力平衡反馈，这些是保证陀螺获得稳定的性能的主要因素之一。

4. 误差补偿

目前，微机械陀螺的误差补偿问题已逐渐成为制约其性能提高和工程化的一个重要因素，为了更有效的进行误差补偿，就要考虑如何充分发挥数字系统的优势，利用数字系统算法设计和信息获取充分方面的优势，利用数字系统可得到的所有信息，设计出有效的算法进行补偿。

3.5 小结

本章主要从高 Q 系统闭环控制、误差补偿和自标定自补偿技术实现等三个方面分析了模拟系统的不足，对模拟式微机械陀螺和数字式微机械陀

第三章 总体方案选择

螺的优缺点进行了综合的比较和分析，指出了在设计高精度、高稳定性的陀螺上，采用数字化方案的必要性。在此基础上，分析对比了 Sigma-Delta 变换和常规 ADC+DAC 方案，通过综合考虑两种数字化方案，论文工作选择了 ADC+DAC 的总体方案。最后，总结了数字化技术所需解决的关键技术。

第四章 数字系统硬件设计

4.1 引言

本章阐述了采用 DSP 进行处理的微机械陀螺数字化硬件电路的总体结构,给出了数字式微机械陀螺的硬件电路,包括表头前置放大器和一次解调电路、滤波器电路、载波发生电路、ADC 转换电路、DAC 转换及滤波电路、DSP 总线控制电路、CPLD、Flash 存储器及 RS232 UART 控制电路,分析了数字式微机械陀螺可达到的理论精度,并阐述了在数模混合电路中如何从设计上减小电路之间的串扰,以尽可能的提高 ADC 的转换精度。

4.2 硬件检测电路总体结构

微机械陀螺检测技术的本质是检测一对差动电容的微小变化量,这一对差动电容的公共极板联接在陀螺结构的动子上,另两端则通过定子电极将信号引出。要使陀螺在大气下能够敏感 $30^{\circ}/h$ 的输入角速度,则要求检测电路必须能够检测出 $0.06aF \sim 0.1aF$ 的电容变化,因此必须仔细设计电路结构,同时考虑驱动轴和检测轴的检测,在数字电路中,还需仔细考虑数字电路和模拟电路的串扰,设计合理的电路版图。

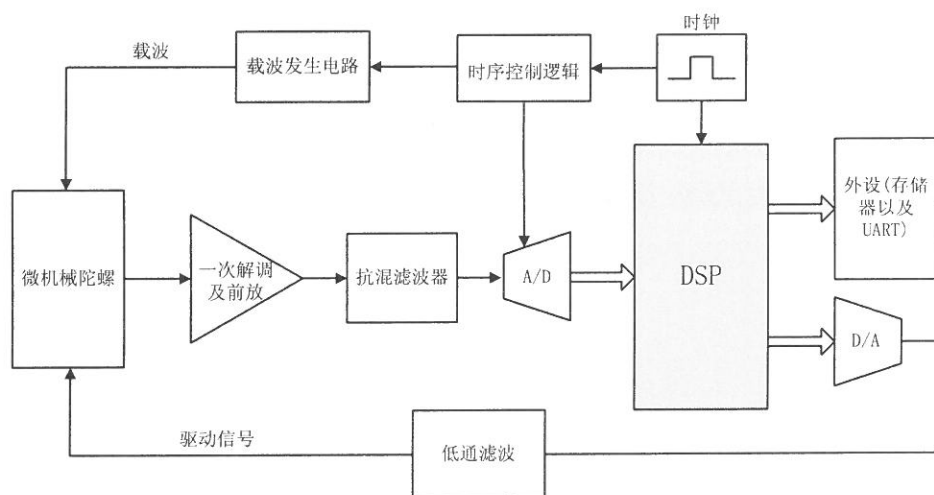


图 4-1 硬件功能框图

硬件功能框图如图 4-1 所示, DSP 控制 DAC 产生驱动电压驱动陀螺振动, 陀螺的运动信号被载波调制后输入到前置放大器和一次解调电路后, 得到陀螺实际的运动信号, 该信号经过抗混滤波器滤除带外高频噪声后输入到 ADC 中进行 A/D 转换并送入到 DSP 中进行处理, 得到的驱动模态信息用于闭环控制并通过 DAC 对陀螺驱动信号进行调节。DSP 的时钟源来自石英晶体振荡器, 该晶体振荡器的输出通过时序控制逻辑电路一方面产生 ADC 的控制信号, 另一方面用于载波发生电路。

4.3 前置放大器和一次解调电路研究

前置放大器和一次解调电路是检测系统的关键, 其性能直接决定陀螺检测电路的性能。

我们采用的微机械陀螺检测技术中需要使用高频载波来对陀螺的运动信号进行调制, 由于载波频率很高, 调制后的输出信号频率也很高, 例如采用环形二极管方案的检测电路载波频率高于 5MHz, 而采用双载波检测方案的电路载波频率高于 400KHz。根据采样定律, 不产生混叠的采样率至少是载波频率的 2 倍, 这么高的采样率无论是对 16 位 ADC 还是对 DSP 芯片的处理能力来说都是不太现实的, 因此必须对陀螺前级的检测输出进行载波解调。

可供比选的数字方案有双载波欠采样解调方案和环形二极管解调方案。

4.3.1 双载波欠采样解调方案^{【注1】}

1. 欠采样解调原理

德国 HSG-IMIT 研究所在数字化方案中采取了双载波欠采样解调方案, 如图 4-2 所示。载波和 ADC 采样控制信号均来自一个时钟和频率控制单元, 载波的生成通过两个开关分别在正负直流电压之间切换来实现。双路载波加载到陀螺的差分检测极板上去敏感差动电容的变化, 电信号从

【注1】本小节工作为作者在德国 HSG-IMIT 合作研究期间完成

陀螺定子上引出到前置放大器进行放大，时钟和频率控制单元控制 ADC 进行采样和模数转换。若为满足采样定律，则采样频率至少为载波频率 2 倍，此时仍然要保持 16 位精度不仅在 ADC 上实现难度很大，而且这样高采样率的信号处理对于 DSP 也要求过高，为此，一种带时钟控制的欠采样技术被用来降低采样速率同时进行载波解调。其原理为：ADC 的采样脉冲通过时钟和频率控制单元控制，一方面使采样频率控制为载波频率的整数分频，并降低到 30KHz 左右，另一方面，使采样时刻精确的控制到载波峰值点上。这样做的原因是，非整数分频的采样会造成的信号频移，而采样脉冲未取在载波的峰值点上会降低解调效率。图 4-3 通过一个 1/4 载波频率的采样来说明这种欠采样解调原理，图中的圈点为采样点。

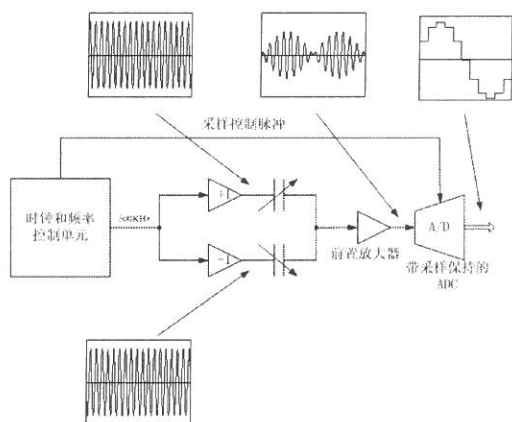


图 4-2 双载波过采样解调方案

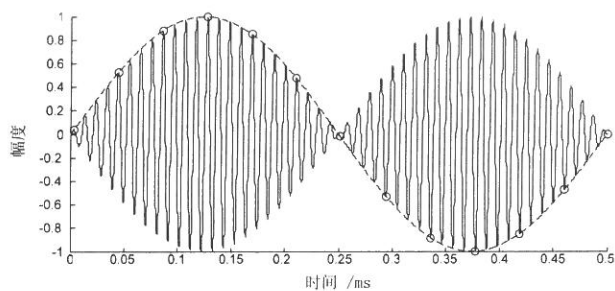


图 4-3 带时钟控制的欠采样解调原理

从频域上来理解，假设陀螺的运动信号其频谱为 $G(f)$ ，其带宽远小于 f_s ，当被载波 $\cos(2\pi f_{cp}t)$ 调制后，其频谱变成为

$$G_{\text{mod}}(f) = \frac{1}{2}G(f - f_{\text{cp}}) + \frac{1}{2}G(f + f_{\text{cp}})$$

而频率为 f_c 的采样脉冲其频域表达式可写成：

$$S(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_s)$$

其中 $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

采样过程就是将信号与采样脉冲相乘，在频域则表现为卷积，考虑到采样位置在载波的 $\pi/2$ 处，因此经过采样后陀螺输出信号频谱变为：

$$\begin{aligned} G_s(f) &= S(f) \otimes G_{\text{mod}}(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} [G(f - f_{\text{cp}} - nf_s) + G(f + f_{\text{cp}} - nf_s)] \\ &= \sum_{-\infty}^{+\infty} G(f - f_{\text{cp}} - nf_s) + \sum_{-\infty}^{+\infty} G(f + f_{\text{cp}} - nf_s) \\ &= \sum_{-\infty}^{+\infty} G(f - f_{\text{cp}} + nf_s) + \sum_{-\infty}^{+\infty} G(f + f_{\text{cp}} - nf_s) \\ &= \sum_{-\infty}^{+\infty} [G(f - (f_{\text{cp}} - nf_s)) + G(f + (f_{\text{cp}} - nf_s))] \end{aligned}$$

信号分析仪处理 $[-1/2f_s, +1/2f_s]$ 内的频谱，于是当且仅当 $f_{\text{cp}} = mf_s$ ，即载波频率为信号频率的整数倍时，信号频谱可以得到无失真恢复。推导过程有个隐含条件，即载波的相位和采样脉冲的相位均为 0，采样位置位于载波峰值点上，否则根据傅立叶变换关系，时域时移将导致频域的线性相移，从而降低解调效率。

陀螺的检测信号包括驱动轴输出和检测轴输出两路，为在定子上检测出这两路信号，采用了两路频率不同的载波分别施加到驱动模态和检测模态的差动电容上，于是载波将电容变化调制到各自的频谱上，从而实现了驱动和检测模态输出在频域上进行分离。这两路载波频率取为 500KHz 和 470KHz 左右，整个电路的检测原理如图 4-4 所示。

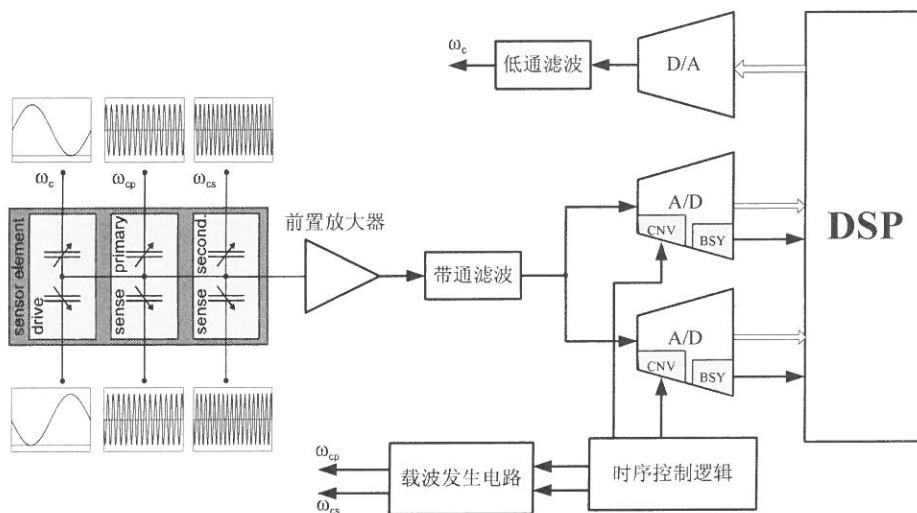


图 4-4 双载波欠采样方案的数字化检测电路原理框图

双载波检测方案的前置放大电路可以采用高阻电压放大电路或者低阻电流放大电路。

2. 高阻电压放大电路

如图 4-5 所示，两路幅度相等相位相反的载波分别施加到差动电容 C_{01} 、 C_{02} 的两端，检测信号从公共极板引出，通过电阻 R_0 分压，经运算放大器放大后输出。图中 $(C_p + C_g)$ 为陀螺信号引出线的对地分布电容与运算放大器输入端对地分布电容之和。

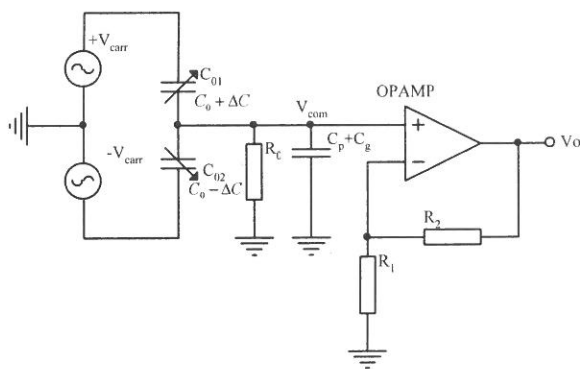


图 4-5 双载波检测前置放大电路

其输入输出关系如下：

$$V_{\text{com}} = V_{\text{carr}} \left[\frac{\frac{1}{(C_p + C_g + C_{02})s} // R_0}{\frac{1}{(C_p + C_g + C_{02})s} // R_0 + \frac{1}{C_{01}s}} - \frac{\frac{1}{(C_p + C_g + C_{01})s} // R_0}{\frac{1}{(C_p + C_g + C_{01})s} // R_0 + \frac{1}{C_{02}s}} \right]$$

$$= -\frac{2R_0\Delta Cs}{R_0(C_{01} + C_{02} + C_p + C_g)s + 1} V_{\text{carr}} = -\frac{2R_0\Delta Cs}{R_0(2C_0 + C_p + C_g)s + 1} V_{\text{carr}}$$

故有

$$V_o = V_{\text{com}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = -\frac{2R_0\Delta Cs}{R_0(2C_0 + C_p + C_g)s + 1} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{\text{carr}} \quad (4-1)$$

(//表示阻值并联)

考虑到当载波的频率较高，且 R_0 和 $(2C_0 + C_p + C_g)$ 较大时，有 $2\pi f_{cs} R_0(2C_0 + C_p + C_g) \square 1$ ，此时式 (4-1) 可简化为

$$V_o = -\frac{2\Delta C}{2C_0 + C_p + C_g} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{\text{carr}} \quad (4-2)$$

由式 (4-2) 可看出，对地分布电容的存在严重影响了电路的放大倍数，解决办法是通过等电位屏蔽。

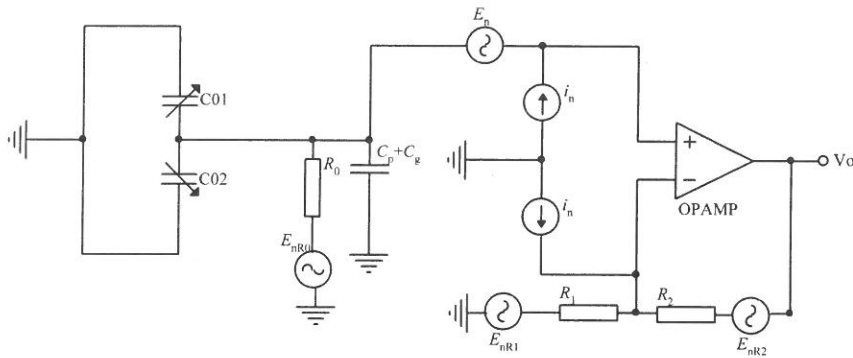


图 4-6 双载波检测前置放大器等效噪声图

其等效噪声模型如图 4-6 所示，其中 E_n 、 i_n 分别为运算放大器的电压噪声和电流噪声， E_{nR_0} 、 E_{nR_1} 和 E_{nR_2} 分别为电阻 R_0 、 R_1 和 R_2 的热噪声，电阻热噪声可用下式表示：

$$E_{nR} = \sqrt{4kTR}$$

其中 k 为波耳兹曼常数, T 为开氏温度, R 为电阻值

这样, 可计算得到该电路噪声为

$$\begin{aligned} V_n &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sqrt{E_n^2 + (4kTR_0) + (4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) + (i_n \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})^2 + (i_n \frac{R_0}{R_0(2C_0 + C_g + C_p)s + 1})^2} \\ &\approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sqrt{E_n^2 + (4kTR_0) + (4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) + (i_n \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})^2 + (i_n \frac{1}{(2C_0 + C_g + C_p)s})^2} \end{aligned} \quad (4-3)$$

上式分析起来比较复杂, 因此考虑实际使用的运算放大器 OPA604, 其电压噪声为 $E_n = 10nV/\sqrt{Hz}$, $i_n = 4.0fA/\sqrt{Hz}$, $R_0 = 100K\Omega$, $(2C_0 + C_p + C_g) \approx 15pF$, R_1 、 R_2 的阻值和 R_0 相比很小, 其上噪声可忽略, 载波频率为 500KHz, 由式 (4-3) 计算可得:

$$V_n \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sqrt{(10)^2 + (40.694)^2 + (4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) + (i_n \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})^2 + (0.085)^2} \text{ (nV)}$$

可见, 噪声主要取决于根号内第二项的值, 即电阻 R_0 上的热噪声是噪声主要来源。

由式 (4-1) 和式 (4-3) 还可计算出电路噪声等效的差动电容变化率为:

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} = \frac{R_0(2C_0 + C_p + C_g)s + 1}{2R_0 C_0 s V_{\text{carr}}} \sqrt{E_n^2 + (4kTR_0) + (4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) + (i_n \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})^2 + (i_n \frac{R_0}{R_0(2C_0 + C_g + C_p)s + 1})^2} \quad (4-4)$$

定义噪声增益为:

$$G_n = \frac{R_0(2C_0 + C_p + C_g)s + 1}{2R_0 C_0 s} = \frac{2C_0 + C_p + C_g}{2C_0} + \frac{1}{2R_0 C_0 s} \quad (4-5)$$

若载波频率很高使在载波频率处满足 $2R_0 C_0 s \gg 1$, 则可将式 (4-5) 近似为

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} \approx \frac{2C_0 + C_p + C_g}{2C_0 V_{\text{carr}}} \sqrt{E_n^2 + (4kTR_0) + (4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) + (i_n \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})^2 + (i_n \frac{1}{(2C_0 + C_g + C_p)s})^2}$$

可见，欲减小前置放大器的电路噪声等效的电容变化率，可采用的途径包括：尽可能增大载波电压；减小电阻 R_0 ，并提高载波频率以使噪声增益不增加；综合考虑电压噪声和电流噪声选择运放，可适当增大电流噪声和减小电压噪声。当通过提高载波频率、减小电阻 R_0 到一定程度时，式 (4-4) 的噪声可以达到极限值：

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} \approx \frac{2C_0 + C_p + C_g}{2C_0 V_{\text{carr}}} E_n \quad (4-6)$$

3. 低阻电流放大电路

另一种前置放大器结构为采用如图 4-7 所示的低阻电流放大器结构， R_b 为偏置电阻，提供静态工作点，其阻值很大；电阻 R_f 提供一个大的直流增益以使系统稳定，其阻值很大。

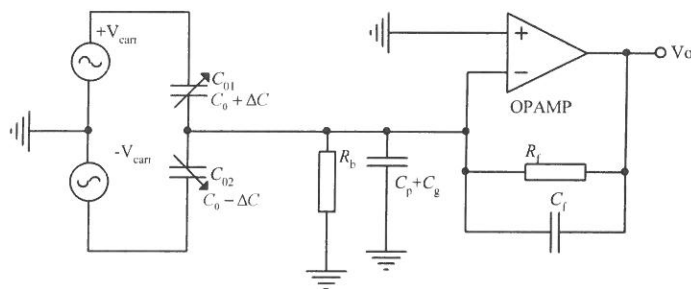


图 4-7 低阻电流放大器

其输入输出关系如下：

$$V_o = -V_{\text{carr}} \left[C_{01}s \frac{R_f}{R_f C_f s + 1} - C_{02}s \frac{R_f}{R_f C_f s + 1} \right] = V_{\text{carr}} \frac{2\Delta C}{C_f} \frac{R_f C_f s}{R_f C_f s + 1} \quad (4-7)$$

在载波频率范围内，一般有 $R_f C_f s \gg 1$ ，因此式 (4-7) 可简化为：

$$V_o \approx \frac{2\Delta C}{C_f} V_{\text{carr}} \quad (4-8)$$

其等效噪声模型如图 4-8 所示, 其中 E_n 、 i_n 分别为运算放大器的电压噪声和电流噪声, E_{nRb} 为 R_b 上的电阻热噪声, E_{nRf} 为反馈电阻 R_f 上的热噪声。

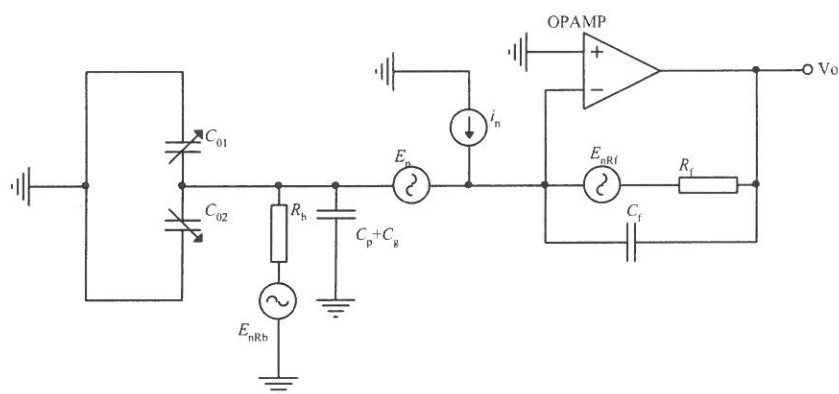


图 4-8 低阻电流放大器等效噪声图

于是可计算得到低阻电流放大器输出噪声为:

$$V_n = \sqrt{\left\{ E_n \left[1 + \frac{R_f(R_b(C_0 + C_p + C_g)s + 1)}{R_b(R_f C_f s + 1)} \right] \right\}^2 + \left[4kT \frac{1}{R_b} \left(\frac{R_f}{R_f C_f s + 1} \right)^2 \right] + \left[4kT \frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{C_f s} \right)^2 \right] + \left(i_n \frac{R_f}{R_f C_f s + 1} \right)^2} \quad (4-9)$$

9)

考虑到在载波频率范围内, $R_f C_f s \gg 1$, $R_b(C_f + C_p + C_g)s \gg 1$, 因此上式可简化为:

$$V_n \approx \sqrt{\left(E_n \frac{C_f + C_0 + C_p + C_g}{C_f} \right)^2 + \left[4kT \frac{1}{R_b} \left(\frac{1}{C_f s} \right)^2 \right] + \left[4kT \frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{C_f s} \right)^2 \right] + \left(i_n \frac{1}{C_f s} \right)^2} \quad (4-10)$$

利用式 (4-8) 和式 (4-10) 可得到电路噪声等效的差动电容变化率为:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_n}{C_0} &\approx \frac{C_f}{2C_0 V_{\text{carr}}} \sqrt{\left(E_n \frac{2C_0 + C_f + C_p + C_g}{C_f} \right)^2 + \left[4kT \frac{1}{R_b} \left(\frac{1}{C_f s} \right)^2 \right] + \left[4kT \frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{C_f s} \right)^2 \right] + \left(i_n \frac{1}{C_f s} \right)^2} \\ &= \frac{2C_0 + C_f + C_p + C_g}{2C_0 V_{\text{carr}}} \times \\ &\sqrt{E_n^2 + \left[4kT \frac{1}{R_b} \left(\frac{1}{(2C_0 + C_f + C_p + C_g)s} \right)^2 \right] + \left[4kT \frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{(2C_0 + C_f + C_p + C_g)s} \right)^2 \right] + \left(i_n \frac{1}{(2C_0 + C_f + C_p + C_g)s} \right)^2} \end{aligned} \quad (4-10)$$

需要说明的是，为了获得比较大的一级增益， C_f 往往很小，因此 C_f 和 $2C_0$ 大小基本相同，一般均比 (C_p+C_g) 小很多。对于低阻电流放大器要减小电路噪声的等效电容变化率，应该：尽可能增大载波电压；增大电阻 R_b 和 R_f ；提高载波频率使容抗减小从而减小噪声；综合考虑电压噪声和电流噪声选择运放，可适当增大电流噪声和减小电压噪声。当采用电流噪声很小的运放，且使 R_b 、 R_f 在载波频率上比容抗 $1/(2C_0+C_f+C_p+C_g)s$ 大很多时，低阻电流放大电路的噪声可达到噪声极限值：

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} \approx \frac{2C_0+C_f+C_p+C_g}{2C_0V_{\text{carr}}} E_n \quad (4-11)$$

4. 双载波欠采样前置放大器及方案优缺点分析

通过以上分析，并比较式 (4-6) 和式 (4-11)，可得出以下结论：由于 C_p+C_g 往往比 C_0 大很多，可以认为高阻电压放大电路和低阻电流放大电路的噪声极限水平基本相同；尽管低阻电流放大电路的增益对分布电容不敏感，但反馈电容 C_f 不能取得很小以及从运放输入端到输出端的分布电容却严重限制了前置放大电路的增益，第一级增益往往只有 1~2；高阻电压放大电路增益会受分布电容影响导致实际增益的衰减，但当 $(1+R_2/R_1)$ 取得较大时，其第一级增益还是可以达到 2 以上，如果采用等电位屏蔽，增益还会有所增加。

从整体方案来看，不论采用低阻电流放大电路或高阻电压放大电路，双载波欠采样方案的总体优缺点阐述如下。

双载波欠采样方案具有的优点是：一次解调无需额外的解调乘法器，模拟器件少；驱动模态和检测模态信号共用同一前置放大通道，因此通道的参数扰动会对驱动模态和检测模态信号产生基本相同的影响，又因通道参数的扰动位于驱动模态闭环的前向通道中，驱动模态闭环后可将通道参数变化的影响大幅减弱，从而可减小通道参数扰动对检测模态信号的影响，因此温度特性较好。

从微机械陀螺数字化角度看，该检测方案在如下几个方面存在不足：

存在混叠现象。以实际解调电路参数为例，驱动轴载波频率 $f_{cp}=500\text{KHz}$ ，检测轴载波频率 $f_{cs}=470\text{KHz}$ ，ADC 欠采样频率 $f_s=50\text{KHz}$ ，由于驱动轴输出和检测轴输出使用同一前置放大电路和抗混滤波电路，因此输入到 ADC 的检测信号带宽至少为 $f_{cp}-f_{cs}=30\text{KHz}>1/2f_s=25\text{KHz}$ ，因此驱动轴和检测轴在 ADC 采样后均会有混叠现象，这就造成两个模态上的检测信号互相影响，每个轴上的检测噪声互相影响，使噪声水平变差。

抗混滤波器设计难度大，受宽带噪声影响大。为避免低频和高频段的噪声及宽带噪声干扰，信号输入到 ADC 之前要采用抗混滤波器。为保证有用信号尽可能的被限制在 $[f_{cs}, f_{cp}]$ 内，可计算得到抗混带通滤波器其品质因数应尽量满足：

$$Q \approx \frac{1}{2}(f_{cs} + f_{cp}) / (f_{cp} - f_{cs}) = 485\text{KHz} / 30\text{KHz} = 16.17$$

这对于采用模拟电路实现的带通滤波器而言，难度极大，更不用说保持全温范围内的参数稳定性。如果使用低 Q 的抗混滤波器则必然引起宽带噪声增大。

对采样保持器要求高。由于载波频率很高，在峰值点可供采样的时间更短，这就要求采样保持器能用很高的频率进行采样保持操作，增加了对采样保持器的要求。

为克服这些不足，我们制定了采用环形二极管作为前置级的数字化方案。

4.3.2 环形二极管解调

1. 单载波环形二极管前置放大器解调原理

图 4-9 为环形二极管前置放大器原理图^[50]，其中假设 4 个环形二极管特性完全相同，其导通压降均为 V_D ，电阻 $R_1=R_2=R$ ，电容 $C_1=C_2=C \gg C_0$ ，为简化分析，假设载波 V_{carr} 为方波，其数学表示为： $V_{carr} = V_c \cdot \text{SQUARE}(\omega_c)$ ，其中 $\text{SQUARE}(\omega_c)$ 表示幅值为 1，频率为 ω_c 的方波， $V_c > V_D$ 。

由环形二极管前放原理图可知，在载波的正半周，二极管 D_1 、 D_3 导通，方波分别通过 C_{01} 、 D_1 和 C_{02} 、 D_3 对 $(R_1//C_1)$ 、 $(R_2//C_2)$ 充电；在载波的负半周，二极管 D_2 、 D_4 导通，方波分别通过 C_{02} 、 D_2 和 C_{01} 、 D_4 对 $(R_1//C_1)$ 、 $(R_2//C_2)$ 放电。由于 C_{01} 、 C_{02} 容值不等，从而造成对 $(R_1//C_1)$ 、 $(R_2//C_2)$ 充放电不等，造成运放输入端有压差，该压差经过放大后即得到反映电容差 ΔC 的电压。从以上过程可知，环形二极管起到了一个自适应开关的作用，在载波正半周和负半周自动切换状态。

见副本

图 4-9 环形二极管前置放大器原理图

假设在载波频率处 $RC_s \gg 1$ ，当考虑对电容 $(R_1//C_1)$ 充放电过程电荷守恒有：

$$(V_c - V_D - V_{C1})(C_0 + \Delta C) = (V_c - V_D + V_{C1})(C_0 - \Delta C)$$

于是可解得：

$$V_{C1} = \frac{(V_c - V_D)\Delta C}{C_0}$$

同理可由 C_2 的充放电过程解得：

$$V_{C2} = -\frac{(V_c - V_D)\Delta C}{C_0}$$

考虑单位增益运放，于是输出电压可解得：

$$V_o = V_{C1} - V_{C2} = \frac{2\Delta C}{C_0}(V_c - V_D) \quad (4-12)$$

12)

由此可见，由于在仪表放大器前采用了环形二极管，被载波调制的陀螺信号得到了一次解调，放大器输出电压直接反映了差动检测电容的变化。

另外，从式 (4-12) 可知，只要使 $C \gg C_0$ ，则增益对电容 C 的大小不敏感，也就是说运放输入管脚对地分布电容不会影响增益。

2. 电路噪声分析

电路的等效噪声如图 4-10 所示, 需要说明的是当环形二极管从 C_{01} 切换到 C_{02} 时, 其电容变化很小, 为简化噪声分析, 假设 C_{01} 和 C_{02} 的值均为 C_0 。

见副本

图 4-10 环形二极管前置放大电路等效噪声图

计算可到电路噪声表达式为:

$$V_n = \sqrt{E_n^2 + 4kTR_1 + 4kTR_2 + \left(i_n \frac{R_1}{R_1(C_0 + C_1)s + 1}\right)^2 + \left(i_n \frac{R_2}{R_2(C_0 + C_2)s + 1}\right)^2}$$

将 $R_1=R_2=R$, $C_1=C_2=C$ 代入上式可得:

$$V_n \approx \sqrt{E_n^2 + 8kTR + 2\left(i_n \frac{R}{R(C_0 + C)s + 1}\right)^2}$$

实际电路中, 在载波频率处满足 $R(C_0 + C)s \gg 1$, 因此上式进一步可简化为:

$$V_n = \sqrt{E_n^2 + 8kTR + 2\left(i_n \frac{1}{(C_0 + C)s}\right)^2} \quad (4-13)$$

利用式 (4-12) 和式 (4-13) 可得到电路噪声等效的差动电容变化率为:

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} = \frac{1}{2(V_c - V_D)} \sqrt{E_n^2 + 8kTR + 2\left(i_n \frac{1}{(C_0 + C)s}\right)^2} \quad (4-14)$$

由于环形二极管方案无论增益还是噪声都对前置放大器输入管脚的对地分布电容不敏感, 因此降低了噪声等效的电容变化率。由 (4-14) 可知, 要减小前置放大器的电路噪声, 可采取的途径为: 增加载波电压; 增大载波频率使由运放电流噪声产生的噪声项可忽略; 减小电阻 R , 但要始终保证在载波频率范围内 $RCs \gg 1$ 。

当选用频率合适的载波及电阻时，可使噪声项主要来源于电压噪声，此时单载波环形二极管前置放大器噪声水平可到达极限值：

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} = \frac{1}{2(V_c - V_D)} E_n \quad (4-15)$$

3. 采用环形二极管的数字化电路方案及其优缺点

采用环形二极管的前置放大电路由于具有解调功能，因此其输出直接就反映了陀螺的运动信息。因此，当将前置放大器的输出转为数字信号时就可以直接使用 ADC 进行转换。为同时敏感驱动轴和检测轴的输出，电路可采用两路环形二极管前置放大器进行处理，从而在检测通道上保证了驱动轴和检测轴的分离。以振动轮陀螺检测为例，其电路原理框图如图 4-11 所示。

采用环形二极管前置放大器的数字化方案有如下优点：

由于运放输入管脚对地分布电容不敏感，因此有效增益大，前放输出噪声小；前放和解调功能一体化，电路简单；输出信号频率低，因此对抗混滤波器和采样保持器设计要求低，非常适合采用 ADC 进行数字化处理；驱动轴和检测轴通道分离，信号耦合小；另外，由于从环形二极管前置放大器输出的信号频率较低，检测轴和驱动轴的信号可通过一个模拟开关来切换进行检测，这样可以节省一个 ADC 转换器从而可降低成本。

但采用环形二极管方案也存在一些缺点，即由于二极管的导通压降受温度影响较大，因此温度特性较差，另外，驱动轴和检测轴通道分离虽然对减小耦合有好处，但驱动轴闭环对通道参数扰动的减弱作用不能等效作用到检测轴上，因此不利于提高系统的稳定性。

见副本

图 4-11 采用环形二极管的数字化电路原理框图

4.3.3 数模混合电路性能优化方法

由于微机械陀螺需要检测的信号非常微弱，其表头和前置放大电路部分很容易受到干扰，在数字化微机械陀螺中，电路板的设计和布局难度更大幅增加，在实践中，主要有以下几个手段来尽可能高的提高系统性能：

将电路板上的模拟器件和数字器件分开放置在两个不同的区域上。对于 ADC、DAC、采样保持器以及通道选择开关之类的数字模拟混合器件，应该将其上的模拟信号管脚放置在模拟器件区域，而数字信号管脚放置在数字器件区域，这也包括和这些管脚连接的导线、过孔和焊盘也应如此放置。通过将数字电路和模拟电路在物理上分开，可有效的减小耦合到模拟输入管脚上的数字噪声信号。

将地平面分开成数字地和模拟地。若两个地平面放置不同层上，则地平面之间的耦合电容会增大，因此，数字地和模拟地应该放置在同一层上，并隔开足够的距离。数字地和模拟地的连接点应只有一个，可位于电路板上的电源输入接点或靠近电源，也可考虑放置在 ADC 转换器上。数字地和模拟地总体上应分别分布在数字器件区域和模拟器件区域上。通过分割地平面，可大幅减小从模拟地上流回到电源的电流噪声，避免数字地上的回溯电流对模拟地的影响，从而减小耦合到模拟信号上的数字噪声。

每个器件放置电源去耦电容。在高频的信号处理应用中，电容和器件之间的连线电感会影响去耦效果，因此电容应尽可能靠近器件的电源管脚放置。对于 ADC 和 DAC 转换器，由于转换过程的冲击电流大，为获得更好的去耦效果，电容应该使用大的电解电容和小的陶瓷电容并联去耦。去耦电容由于在离器件最近的电源管脚之间形成耦合回路，从而可以减弱不同器件之间从电源线上耦合的各种冲击电流噪声。

避免使用多个晶体振荡器或异步时钟。在数字电路部分，DSP 需要时钟，ADC 转换需要触发脉冲，RS232 接口电路需要时钟源；在模拟检测部分，环形二极管需要高频载波，这些不同的脉冲应尽可能使用同一个晶体振荡器生成，并通过时序控制逻辑芯片同步。多个频率不同的时钟源或异步时钟之间的串扰一旦产生则很容易在解调信号中出现一些不希望的低

频成分，而单一晶体振荡器和同步时钟源之间的串扰反映到解调信号中往往为直流成分，可通过偏置校准消除。

重要的模拟信号应该用模拟地平面进行屏蔽。多层板中，除了在某一层中使用模拟地、数字地平面之外，在模拟器件放置的表面应该再用一层模拟地进行屏蔽，以达到良好的信号屏蔽效果。

电路板双面布器件时，应尽量减少数字器件区域和模拟器件区域的重叠。进入模拟电路区域的数字信号线应尽可能短。时钟信号线应尽可能远离模拟输入管脚和电压参考管脚以避免数字噪声对这些管脚的影响。

根据这些手段，仔细对电路板进行布局和走线可尽可能提高系统的性能。

4.4 载波发生电路和数模接口处理电路

4.4.1 载波发生电路

载波生成可以使用现成的芯片或者采用石英晶体振荡电路产生，但因为数字电路中已经有供 DSP 和 ADC 采样控制用的高频晶体振荡器，因此为简化电路并避免在电路上使用过多的高频信号源，可使用模拟开关来实现载波生成，同时对数字和模拟电路进行隔离。其电路如图 4-12 所示。模拟开关的一个输入连接直流放大调整电路，另一输入接模拟地，模拟开关的控制端连接数字的载波控制信号，输出端经过一个电容隔直后输出。由于数字信号仅连接在模拟开关的控制端，因此数字噪声不会串扰到模拟载波信号中。而载波幅度可通过 R_2/R_1 改变运放的放大倍数，从而得到不同的载波幅度。

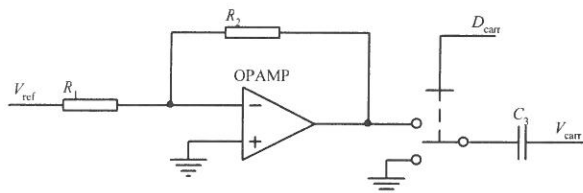


图 4-12 载波发生电路

这种载波生成方式简单，且幅度可调，在数字系统中容易实现。

4.4.2 数模接口处理电路

数字和模拟接口处理电路包括：抗混滤波器、ADC 转换电路、DAC 转换电路和低通滤波电路。

1. 抗混滤波器

经过环形二极管前置放大和一次解调电路之后，有用信号的频段一般在 3KHz 以下，除了宽带噪声外基本没有其他的高频成分，且由于采样频率为 50KHz，因此，只要保证抗混滤波器在 25KHz 处有 20dB 左右的衰减就完全可以满足要求，且原则上只需要低通滤波器。

但是，在前置放大器输出信号中，除了 1~3KHz 的陀螺信号外，也会包含因低频 (<10Hz) 晃动陀螺造成的加速度敏感信号，这种低频成分根据加工参数不同有时会很强，如果不滤除这一低频成分，则当晃动或转动陀螺时会使前置放大器输出信号超出 ADC 的输入范围，因此为了对这种低频扰动起到一定的抑制并保证 25KHz 处的衰减，一个简单的带通滤波器仍然是需要的。图 4-13 即为一种参考电路。

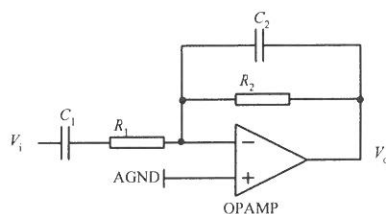


图 4-13 带通滤波器

2. 低通滤波器电路

DAC 转换后的信号中还有较多的高阶谐波，且谐波分量较强，因此需要经过低通滤波处理，以免影响驱动质量。低通滤波器结构如图 4-14 所示。

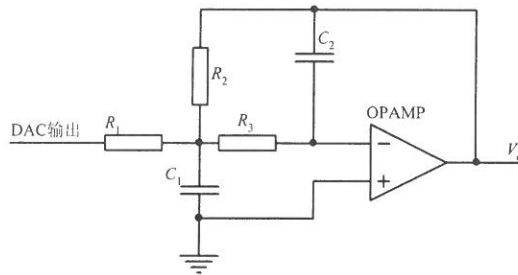


图 4-14 低通滤波器

3. ADC和DAC转换电路

数模转换电路选用的是 16 位 ADC 芯片，模数转换则选用了 4 通道 14 位的 DAC 芯片，在设计中的主要考虑是数字信号地和模拟信号地分开，其电路原理图如图 4-15 所示。

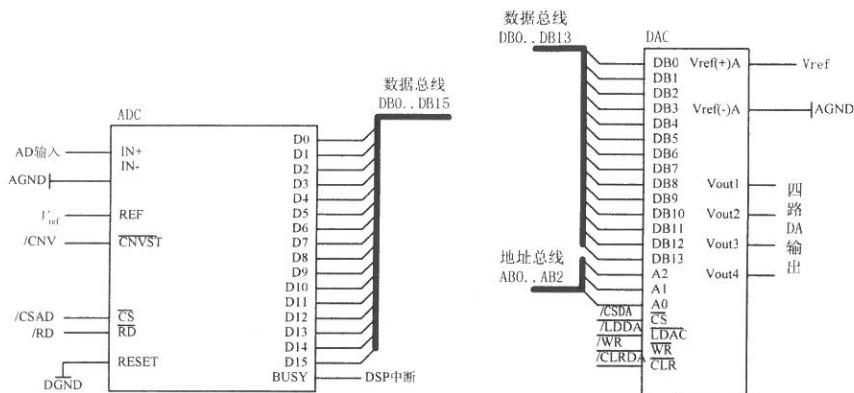


图 4-15 ADC 和 DAC 转换电路

四路 DA 输出中有两路用于陀螺的驱动，有一路用于数字式微机械陀螺的检测输出。

4.5 DSP及附属接口电路

对于微机械陀螺的应用而言，采用定点计算的 DSP 通常也能满足要求，但定点 DSP 在算法设计上要考虑更多的数字精度问题，不利于后续的研究开发；另外考虑到和其他惯性仪表进行组合的算法通常比较复杂，而数字化技术的前景之一就是和其他惯性仪表组合，尽管浮点 DSP 的功耗高

于定点 DSP，但综合考虑下本课题选用了浮点 DSP 进行数学计算和信号处理。

DSP 的附属接口电路包括 Flash 存储器、RS232 接口芯片和时序逻辑控制芯片，其电路原理如图 4-16 所示。

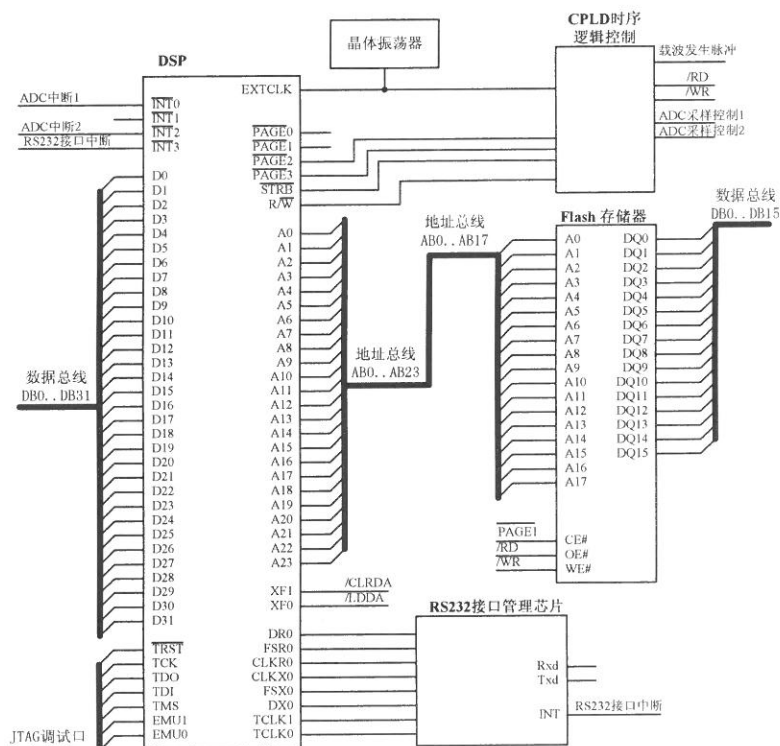


图 4-16 DSP 及其附属接口电路

4.6 数字式微机械陀螺系统噪声分析

数字式微机械陀螺的噪声来源包括：陀螺机械噪声 V_{th} 、前置放大器噪声 V_e 、数字量化噪声 V_{quan} 和转换噪声 V_{trans} 、宽带噪声混叠，前置放大器噪声 V_e 已经在前面分析过，下面分别分析阐述其余的噪声源。

4.6.1 陀螺机械热噪声

微机械陀螺由于结构尺寸小至微米量级，其运动会受到周围的气体分子热运动撞击影响产生噪声运动，这种噪声运动我们称为机械热噪声^[87]。

为导出机械热噪声表达式，首先分析一个标准二阶系统其机械热噪声公式。

在绝热条件下，根据能量均分理论，一个系统在某个储能模态下其分子热平衡平均能量为

$$E = \frac{1}{2} k_B T \quad (4-15)$$

其中 k_B 是玻尔兹曼常数， T 是开氏绝对温度。

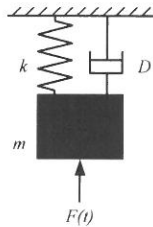


图 4-17 标准二阶系统示意图

在图 4-17 所示的标准二阶系统中，其动力学微分方程可表示如下：

$$m \ddot{x} + D \dot{x} + kx = F \sin 2\pi ft \quad (4-16)$$

其中 m 是二阶系统质量， D 是阻尼， k 是刚度， F 为外加正弦激励幅度， f 为外加激励力频率。

该微分方程的解为

$$x(f) = F \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \sin(2\pi ft - \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta\lambda}{1-\lambda^2}) \quad (4-17)$$

其中 $\lambda = \frac{f}{f_0}$ ， $\zeta = \frac{D}{2m\omega_0} = \frac{D}{2\sqrt{km}}$ ， f_0 是二阶系统的谐振频率。

在绝热条件下，二阶系统的弹性势能与气体分子热运动能量守恒，于是有：

$$\int_0^\infty \frac{1}{2} k |x(f)|^2 df = \frac{1}{2} k_B T \quad (4-18)$$

根据乃奎斯特关系, 气体分子热运动作用到二阶系统上产生的噪声力可看成是一个白噪声作用在二阶系统上, 该白噪声力谱密度设为 F_n , 为计算 F_n 的大小, 将式 (4-17) 关系代入式 (4-18) 可得:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{2} k \cdot \frac{F_n^2}{k^2} \cdot \frac{1}{(1-\lambda^2)^2 + 4\zeta^2 \lambda^2} df = \frac{1}{2} k_B T \quad (4-19)$$

$$\therefore \int_0^{\infty} \frac{1}{(1-\lambda^2)^2 + 4\zeta^2 \lambda^2} df = \frac{f_0}{4\sqrt{1-\zeta^2}} \int_0^{\infty} \left[\frac{-\lambda + 2\sqrt{1-\zeta^2}}{\lambda^2 - 2\sqrt{1-\zeta^2} \lambda + 1} + \frac{\lambda + 2\sqrt{1-\zeta^2}}{\lambda^2 + 2\sqrt{1-\zeta^2} \lambda + 1} \right] d\lambda$$

并使用积分公式:

$$\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx = \frac{m}{2a} \ln |ax^2+bx+c| + \frac{2an-bm}{a\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}$$

(当 $4ac-b^2 > 0$)

可得如下关系:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{1}{(1-\lambda^2)^2 + 4\zeta^2 \lambda^2} df &= \frac{f_0}{4\sqrt{1-\zeta^2}} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\lambda^2 + 2\sqrt{1-\zeta^2} \lambda + 1}{\lambda^2 - 2\sqrt{1-\zeta^2} \lambda + 1} \right| + \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{\lambda + \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\lambda - \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right] \right\}_0^{\infty} \\ &= \frac{\pi f_0}{4\zeta} \end{aligned}$$

即得:

$$\frac{1}{2} F_n^2 \frac{1}{k} \frac{\pi f_0}{4\zeta} = \frac{1}{2} F_n^2 \frac{\frac{1}{2} \omega_0}{4k \frac{D}{2m\omega_0}} = \frac{1}{2} F_n^2 \frac{1}{4D} = \frac{1}{2} k_B T \Rightarrow F_n = \sqrt{4k_B T D} \quad (4-20)$$

由式 (4-20) 并由二阶系统振幅和驱动力关系可导出

$$x_{\text{noise}} = \frac{F_n}{k} \beta = \sqrt{\frac{4k_B T D}{k^2}} \beta = \sqrt{\frac{4k_B T}{k\omega_n Q}} \beta = \sqrt{\frac{4k_B T}{m\omega_n^3 Q}} \beta \quad (4-21)$$

其中 $\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$, 为不同频率下噪声放大倍数, 当 $\lambda=1$ 时有

$\beta=Q$, 即在谐振频率下, 噪声位移达到最大。

由式 (4-21) 可知, 尽管气体分子热运动产生的噪声力是白噪声力, 但它作用到二阶系统上所产生的噪声位移却是有限的。

假设陀螺驱动模态振幅为 A_0 (对振动轮而言为 θ_0)，并设其工作在驱动模态谐振频率 ω_{n1} 附近，即 $\omega_c \approx \omega_{n1}$ ，则有：

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} = \frac{\omega_{n2}^2}{\sqrt{(\omega_{n2}^2 - \omega_c^2)^2 + (\omega_{n2}\omega_c/Q_2)^2}} \approx \frac{\omega_{n2}^2}{\sqrt{(\omega_{n2}^2 - \omega_{n1}^2)^2 + (\omega_{n2}\omega_{n1}/Q_2)^2}}$$

若输入角速度为 Ω ，根据第二章陀螺动力学分析可知，陀螺由哥氏力造成的检测模态振幅为：

$$x_{\text{sec}} = \frac{F_c}{k_2} \beta = \frac{2A_0\Omega\omega_{n1}}{\omega_{n2}^2} \beta \quad (4-22)$$

取 $\Omega = 1^\circ/\text{s}$ ，即可计算得到噪声力相当的角速度。

根据表 2-1 所示的参数替代关系，可分别得到振动轮结构和线振动结构的陀螺机械噪声表达式如下：

对于振动轮结构，有

$$\Omega_{\text{th/R}} = \frac{x_{\text{noise}}}{x_{\text{sec}} (1^\circ/\text{s})} = \frac{\left(\sqrt{\frac{4k_B T}{J_{\text{sx}} \omega_{n2}^3 Q_2}} \beta \right)}{\frac{2A_0 (\pi/180) \omega_{n1}}{\omega_{n2}^2} \beta} = \frac{90}{\pi \theta_0 \omega_{n1}} \cdot \frac{J_{\text{sx}}}{J_{\text{sz}}} \cdot \sqrt{\frac{4k_B T \omega_{n2}}{J_{\text{sx}} Q_2}} \left(^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}} \right) \quad (4-23)$$

对于线振动结构，有

$$\Omega_{\text{th/L}} = \frac{x_{\text{noise}}}{x_{\text{sec}} (1^\circ/\text{s})} = \frac{\left(\sqrt{\frac{4k_B T}{m \omega_{n2}^3 Q_2}} \beta \right)}{\frac{2A_0 (\pi/180) \omega_{n1}}{\omega_{n2}^2} \beta} = \frac{90}{\pi A_0 \omega_{n1}} \sqrt{\frac{4 \omega_{n2} k_B T}{m Q_2}} \left(^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}} \right) \quad (4-24)$$

考虑到最后检测的信号为电压信号，因此将热噪声转换为检测电压变化应乘上前置放大器对角速度输入的有效电压放大倍数 K_e ，即

$$V_{\text{th}} = K_e \Omega_{\text{th}} \left(\text{V}/\sqrt{\text{Hz}} \right) \quad (4-25)$$

式 (4-23) 和式 (4-24) 对进行结构设计有指导意义，仅从噪声水平上看，要提高陀螺精度，应该：增大驱动振幅；增大敏感质量或转动惯量；提高检测模态品质因数；减小驱动模态谐振频率，提高检测模态谐振频率。

设线振动结构的陀螺质量 $m=0.26\text{mg}$, $\omega_{n1}=2\pi\times 1750\text{ rad/s}$, $\omega_{n2}=2\pi\times 2000\text{ rad/s}$, $Q_2=3$, $A_0=10\mu\text{m}$, 代入式(4-24)可计算得到 $\Omega_{\text{th/L}}\approx 0.00424^\circ/\text{s}=15.26^\circ/\text{h}$ 。而检测轴信号经电路的前置级一次解调并放大后, $\Omega=1^\circ/\text{s}$ 的角速度输入会造成约 2.5mV 的电压振幅变化, 对于 $\Omega_{\text{th/L}}\approx 0.00424^\circ/\text{s}$ 的热噪声, 仅相当于电压噪声为: $V_{\text{th/L}}\approx 10.6(\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}})$ 。

4.6.2 数字量化噪声和ADC转换噪声

上节中计算的热噪声等效的电压变化为 $10\mu\text{V}$ 量级, 如此小的电压噪声对于 ADC 转换器提出了很高的要求, 下面分析一个 N 位的 ADC 转换器中的数字量化噪声和 ADC 转换噪声所产生的噪声水平。

为此, 先考虑一个在 $[b, a]$ 上均匀分布的白噪声, 其概率密度为 $f(x)=1/(a-b)$, 可计算得到:

$$\text{均值: } \mu = \int_b^a xf(x)dx = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$\text{方差: } \sigma^2 = \int_b^a (x-\mu)^2 f(x)dx = \frac{1}{12}(a-b)^2, \text{ 均方差: } \sigma = \frac{(a-b)}{\sqrt{12}}$$

一个 N 位的 ADC, 理论上其量化误差在 $+1/2\text{LSB}\sim-1/2\text{LSB}$ 之间波动, 若假设其概率分布为均匀分布, 则根据上述关系可得到 ADC 采样之后其量化噪声的 RMS (有效值) 为

$$\sigma_q = \frac{1\text{LSB}}{\sqrt{12}} \quad (4-26)$$

量化噪声仅和 ADC 位数有关, 该值不随采样频率变化。

考虑在满量程采样的情况下, 输入正弦信号幅度最大值为 2^{N-1}LSB , 其有效值为 $2^{N-1}\text{LSB}/\sqrt{2}$, 这样, 量化噪声造成的 ADC 采样信噪比为

$$\text{SNR}_q = 20\log(2^{N-1} \cdot \sqrt{12}/\sqrt{2}) = 6.02N + 1.761 \quad (4-27)$$

因此, 理论上一个 16 位的 ADC 可达到的量化信噪比为 98.081dB 。

但是, 量化噪声的有效值是不随 ADC 采样频率变化的, 因此这就为我们提供了途径去减小 ADC 量化噪声的影响。在微机械陀螺系统中, 需

要检测的信号最高频率小于 3KHz, 如果使用很高的采样频率例如 50KHz 对该信号进行采样, 则量化噪声在 3KHz 内的分布则小很多, 而真正需要解调输出的信号带宽一般为 100Hz, 量化噪声将更进一步减小, 如果分析在有效带宽内的信噪比, 则其信噪比要提高很多, 其关系式如下:

$$\begin{aligned} SNR_{\text{过采样}} &= 20 \log \left[(2^{N-1} \text{LSB} / \sqrt{2}) / (\sqrt{2BW / f_s} \text{LSB} / \sqrt{12}) \right] \\ &= 6.02N + 1.761 + 10 \log \left(\frac{f_s}{2BW} \right) \end{aligned} \quad (4-28)$$

例如: $BW = 100\text{Hz}$, 采样频率 50KHz, 则量化后信号信噪比可达 122.06dB。

如果用噪声水平来表示量化噪声, 则有:

$$LN_{\text{quan}} = \sqrt{\frac{1}{6f_s}} (\text{LSB} / \sqrt{\text{Hz}}) \quad (4-29)$$

若假设 ADC 量程为 $\pm V_{\text{ref}}$, 则量化噪声等效为电压噪声可表达为:

$$V_{\text{quan}} = \frac{V_{\text{ref}}}{2^{N-1}} \sqrt{\frac{1}{6f_s}} (\text{V} / \sqrt{\text{Hz}}) \quad (4-30)$$

ADC 转换器在过程中也会产生噪声, 这种转换噪声也会影响系统性能, 其值一般可以从数据收册中查到, 如上分析以可得到其相应的噪声水平为

$$LN_{\text{trans}} = \sqrt{\frac{N_{\text{trans}}}{6f_s}} (\text{LSB} / \sqrt{\text{Hz}}) \Rightarrow V_{\text{trans}} = \frac{V_{\text{ref}}}{2^{N-1}} \sqrt{\frac{N_{\text{trans}}}{6f_s}} (\text{V} / \sqrt{\text{Hz}}) \quad (4-$$

31)

其中 N_{trans} 为转换噪声相应的 LSB

转换噪声一般均小于量化噪声。当 $V_{\text{ref}} = 5\text{V}$, $N = 16$, 采样频率 $f_s = 50\text{KHz}$ 时, 可计算得 $V_{\text{quan}} \approx 0.279 \mu\text{V} / \sqrt{\text{Hz}}$, 而 $V_{\text{trans}} < V_{\text{quan}}$, 和上节的计算的机械噪声结果对比可知, 量化噪声和 ADC 转换噪声远小于上节计算得到的机械噪声水平, 因此可得出结论: 数模转换所产生的量化噪声和转换噪声对系统性能基本没有影响, 数字化方案完全可以满足高精度、高分辨率的检测要求。

4.6.3 宽带噪声混叠

在数字采样系统中，器件噪声在宽带上，根据香农采样定律，大于采样频率 $1/2f_s$ 的信号会发生混叠现象，如图 4-18 所示，在频带外的噪声会反映到采样信号中。

这种噪声在环形二极管解调方案中很容易通过合理的抗混滤波器设计将其抑制到可忽略的地步，因此其噪声不是主要因素。

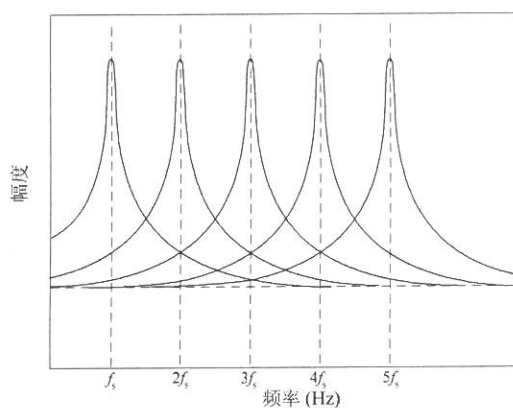


图 4-18 混叠现象示意图

4.6.4 总噪声合成

数字系统的总噪声可以通过公式合成表示为：

$$V_n = \sqrt{V_{th}^2 + V_e^2 + V_{quan}^2 + V_{trans}^2} \quad (4-32)$$

其中 V_{th} 由式 (4-25) 计算， V_e 可由式 (4-13) 乘以实际的电路增益计算， V_{quan} 和 V_{trans} 分别由式 (4-30) 和式 (4-31) 计算得到。

考虑到量化噪声和 ADC 转换噪声同机械热噪声比较是小量，上式可简化为：

$$V_n = \sqrt{V_{th}^2 + V_e^2} \quad (4-33)$$

4.7 小结

本章介绍了数字式微机械陀螺硬件电路的各主要部分并对系统的噪声极限进行了分析。前置放大器和一次解调电路中主要对比了双载波欠采样解调原理和环形二极管解调方案，对双载波欠采样方案从前置放大器到解调原理进行了分析，指出了双载波欠采样原理在驱动轴和检测轴的信号耦合、噪声混叠和对采样保持器的要求等方面的劣势，而采用环形二极管解调和作为前置放大电路由于电路有解调功能，因此输出信号频率较低，加之驱动轴检测轴信号通道分离，灵敏度高，从而能够克服这些不足，在数字化方面有明显的优势。通过比较，确定微机械陀螺数字化电路的最终方案，对抗混滤波器、ADC 转换和 DAC 转换电路、DSP 及其外围接口电路进行了设计，并介绍了一种在数字式电路中相对比较简单的载波发生电路。

这些电路成功的完成了模拟信号和数字信号之间的相互转换，整个硬件电路基本成熟，保证了良好的陀螺检测和解调性能的获得，并为后续的计算设计、陀螺驱动和闭环控制以及今后的自校准、自标定工作奠定了基础。

本章最后对数字式微机械陀螺系统的精度极限进行了分析，给出了噪声水平的表达式，从理论上证明了数字化技术不会影响陀螺的精度极限，在噪声水平上数字系统完全可以达到和模拟系统相同的性能。

第五章 系统软件和算法设计

5.1 引言

本章阐述了数字式微机械陀螺的系统软件结构，建立了数字系统信号处理模型，并根据该模型推导和对比了最小均方误差解调（Least Mean Square Demodulation, LMSD）、递归最小方差解调（Recursive Least Square Demodulation, RLSD）和 Kalman 滤波（Kalman Filter Demodulation, KFD）等三种解调算法的性能和计算量，充分利用了 DSP 处理算法的优势，通过实验对比了最小均方误差解调和经典的乘法解调，给出了 LMSD 算法综合性能最优的结论。

5.2 数字式微机械陀螺系统软件结构

微机械陀螺的输出信号有两路，一路是驱动轴检测信号，反映驱动轴的运动信息，另一路是敏感轴检测信号，反映了陀螺在哥氏力作用下，敏感轴的运动。这两路信号均被驱动信号所调制，要进行算法处理才能反映陀螺的运动幅度和相位信息。系统算法的总体结构如图 5-1 所示。

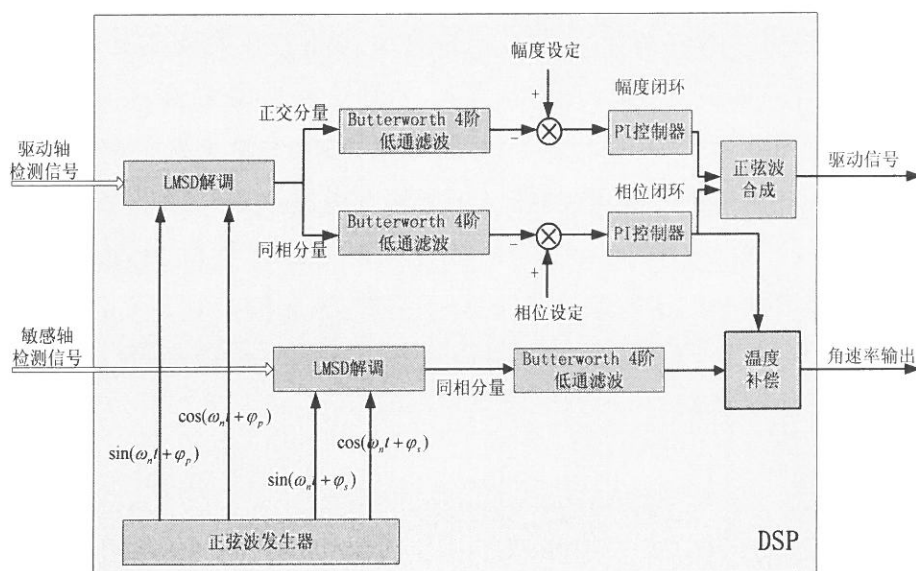


图 5-1 系统算法总体框图

驱动轴检测信号进行 LMSD 解调得到的正交分量反映了陀螺驱动模态运动的振幅，将解调得到的振幅和设定的振幅比较，通过 PI 控制器进行驱动模态幅度稳定控制。而 LMSD 解调得到的同相分量则反映了陀螺驱动模态运动的相位，该相位值与相位设定值比较，通过相位 PI 控制器进行相位闭环，同时相位控制器的输出又作为温度参考信号对角速率信号进行温度补偿算法。

整个算法主要包括解调算法、正弦波生成算法、低通滤波算法和驱动环反馈控制算法，其中驱动环反馈控制将在下章展开讨论。

对算法的整体考虑主要有以下几点：

- 性能
- 算法稳定性
- 参数调节能力
- 计算量

采用 DSP 芯片进行运算，给予了系统极其强大和灵活的计算能力，但通用的 DSP 其处理字长仍然有限，因此即使在浮点型 DSP 中其计算精度也是有限的，因此，算法的设计不仅要发挥 DSP 的优点来获得好的性能，另一方面，也要保证算法的稳定性，主要表现在设计解调算法时要考虑算法的鲁棒性、数字滤波器算法结构的设计以避免计算发散。为此，有必要对系统进行合理建模，选择合适的解调算法获得高的解调性能、鲁棒性并减小计算量，对于数字 IIR 滤波器设计则要求采用合理的计算结构避免舍入误差带来的计算发散。

5.3 系统模型

陀螺表头输出经前置放大器和环形二极管完成一次解调和放大后，经 ADC 采样输入到 DSP 中信号为被驱动电压调制的信号，可建立模型如下

$$d(k) = s(k) + n(k) \quad (5-1a)$$

$$s(k) = A_1 \sin \omega_c k + A_2 \cos \omega_c k \quad (5-1b)$$

$$\mathbf{r}(k) = [r_1(k) \quad r_2(k)]^T \quad (5-1c)$$

$$r_1(k) = \sin \omega_c k, \quad r_2(k) = \cos \omega_c k \quad (5-1d)$$

其中： $d(k)$ ——ADC 采样后的陀螺信号 $s(k)$ ——陀螺运动信号的真实值

$n(k)$ ——系统噪声 $\mathbf{r}(k)$ ——参考信号

ω_c ——驱动频率 $A_1、A_2$ ——分别为同相、正交分量幅度

假设： $n(k)$ 均值为 0，且与 $s(k)、\mathbf{r}(k)$ 不相关，方差为 σ_n^2

解调算法的目的是由参考信号 $\mathbf{r}(k)$ 来解调 $d(k)$ ，获得 $A_1、A_2$ 的值。

根据式 (5-1) 的系统模型，下面分别推导了最小均方误差解调 (LMSD)、递归最小方差解调 (RLSD) 和 Kalman 滤波解调 (KFD) 三种算法及其实现。

5.4 解调算法分析

5.4.1 最小均方误差解调 (LMSD)

最小均方误差解调的原理如图 5-2 所示，参考信号 $\mathbf{r}(k)$ 通过和预测矩阵 \mathbf{W} 做内积，得到输入信号的估计值，该值与输入信号 $d(k)$ 做差得到误差 $err(k)$ ，调整预测矩阵 \mathbf{W} 使误差 $err(k)$ 的平方期望值最小，这样得到的预测矩阵 \mathbf{W} 中的单元即为 $A_1、A_2$ 的估计。

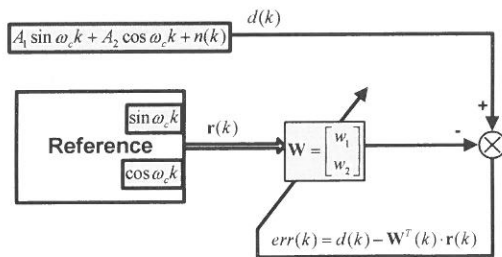


图 5-2 最小均方误差解调原理

1. 优化目标

定义以下两种误差：

$$\eta(k) = s(k) - \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{r}(k)$$

$$err(k) = d(k) - \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{r}(k) \quad (5-2)$$

其中 $\eta(k)$ 为真值与估计值之差， $err(k)$ 为输入信号与估计值之差。

原则上，应该使真值 $s(k)$ 与估计值之差的均方期望最小，即

$$\text{MIN} \left\{ E \left[\eta^2(k) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{\text{opt}}} \quad (5-3)$$

但由于真值未知，可得到的只有估计值与已引入噪声的输入信号 $d(k)$ 之差，根据假设 $n(k)$ 与 $s(k)$ 、 $\mathbf{r}(k)$ 不相关，因此有

$$E \left[err^2(k) \right] = E \left[(\eta(k) + n(k))^2 \right] = E \left[\eta^2(k) \right] + \sigma_n^2$$

$$\text{即：} \text{MIN} \left\{ E \left[\eta^2(k) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{\text{opt}}} = \text{MIN} \left\{ E \left[err^2(k) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{\text{opt}}}$$

于是实用的优化目标如下

$$\text{MIN} \left\{ E \left[err^2(k) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{\text{opt}}} \quad (5-4)$$

2. 最小均方误差解

根据优化目标 (5-4)，有：

$$\frac{\partial E \left[err^2(k) \right]}{\partial \mathbf{W}} \approx -2 \cdot err(k) \cdot \mathbf{r}(k)$$

因此按最速下降法^[3]可得到最小均方误差的逼近解为：

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + 2\mu \cdot err(k) \cdot \mathbf{r}(k) \quad (5-5)$$

其中 μ 为步长因子

在式 (5-5) 中，参考信号的范数 $\|\mathbf{r}(k)\|_2=1$ ，这一重要性质使得最小均方误差解满足归一化形式 NLMS 的解形式^[28]，这样，参数 μ 的选择变得简单容易，在任何不同的系统中，只要 μ 相同，算法都得到相同的收敛特性。另一方面， μ 也和信号输出的带宽相关联，减小 μ 可以减小解调结果的带宽，即实现类似改变低通滤波器截止频率的效果，合适的 μ 值有利于降低后续滤波器的阶次。

3. 算法实现

具体的算法实现步骤如下：

初始化

$$\mathbf{W}(0) = [0 \ 0]^T$$

迭代

$$\mathbf{r}(k) = [r_1(k) \ r_2(k)]$$

$$err(k) = d(k) - \mathbf{W}^T(k-1) \cdot \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + 2\mu \cdot err(k) \cdot \mathbf{x}(k)$$

$$In_phase(k) = w_1(k)$$

$$Quadrature_phase(k) = w_2(k)$$

结束

考虑到其中的向量运算，每次迭代所需的计算量为：乘法 6 次，加减法 4 次。

图 5-3 为采样频率 50KHz 时，阶跃输入 $d(t) = 0.01\sin(2\pi 1750t) + n(t)$ 经 LMSD 算法解调结果，其中 $\sigma_n^2 = (0.002)^2$ ， $\mu = 0.034$ 。可见采用 LMSD 解调之后，解调结果中基本不含与载波频率相同或倍频分量，高频分量小，因此若输入信号中的噪声不大，则完全可以直接使用 LMSD 解调结果输出，无需后续低通滤波器。相比于经典的乘法相敏解调，由于其解调结果中含有很强的二倍频成分，必须经过一个高阶的低通滤波器来滤除倍频成分。在这种情况下，由于 LMSD 算法省略了数字低通滤波器，因此可简化计算，提高计算速度以及减小因低通滤波器造成的相移。

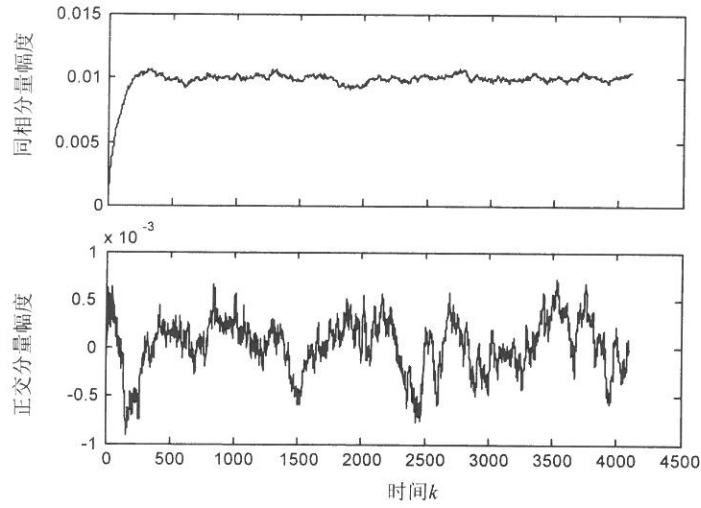


图 5-3 LMSD 解调结果仿真

图 5-4 为误差 $err(k)$ 值与噪声 $n(k)$ 的比较，图中实线为噪声，虚线为估计误差，可见估计误差基本反映了噪声 $n(k)$ 的大小。

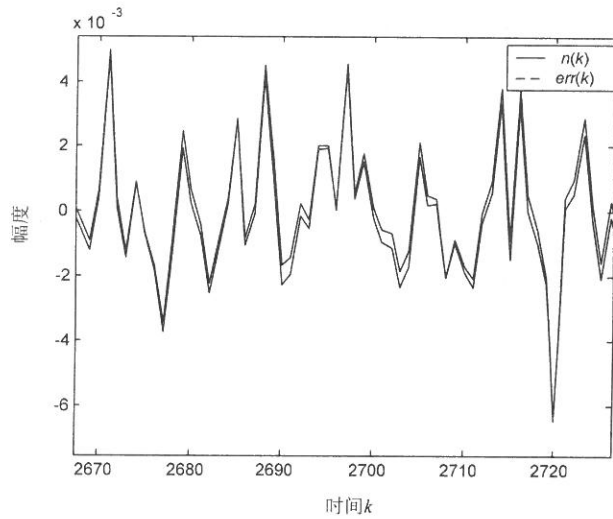


图 5-4 噪声和估计误差对比

关于参数 μ 的选择，图 5-5 和图 5-6 给出了在不同参数 μ 下的

阶跃输入： $d(t) = 0.01\sin(2\pi 1750t) + n(t)$

正弦输入： $d(t) = (0.01\sin 2\pi 100t) \cdot \sin(2\pi 1750t) + n(t)$

解调结果的对比，由内向外、幅度由小到大依次为 $\mu=0.01$, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09。参数 μ 的大小决定了阶跃响应的速率和对正弦输入的幅度衰减量， μ 越大响应越快，也即输出信号带宽越宽。由图中可看出 $\mu>0.03$ 之后响应的速率和正弦波的振幅增加的不很明显。因此，综合考虑算法的估计性能和跟踪性能，参数 $\mu=0.03$ 左右比较合适。

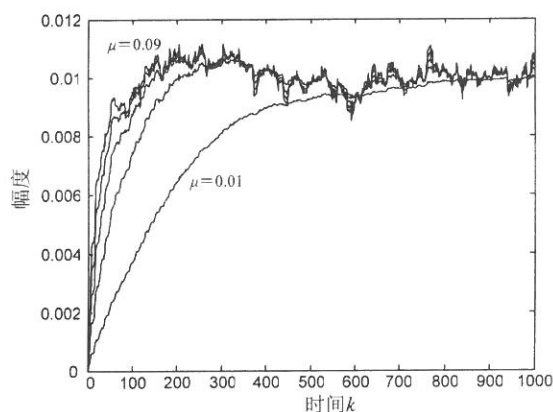


图 5-5 在不同参数 μ 下 LMSD 解调的阶跃响应

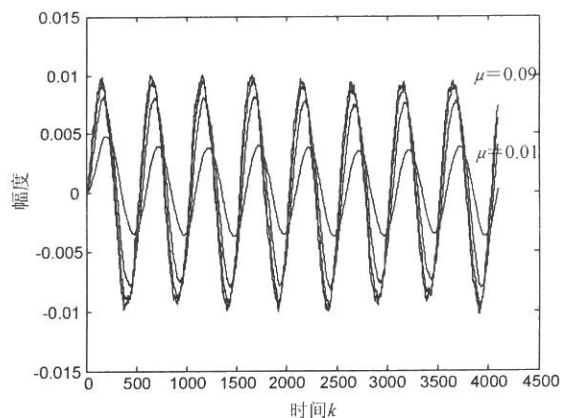


图 5-6 在不同参数 μ 下 LMSD 解调的正弦激励响应

根据以上分析和仿真可知，LMSD 解调算法简单，其解在均方意义上最优，且仅含有少量的乘法和加、减法，因此计算速度快，复杂度小。尤其是 LMSD 的解满足归一化的 NLMS 解形式，使得参数 μ 具有一致性，容易调整，算法收敛性好。

5.4.2 递归最小方差解调 (RLSD)

前述的 LMSD 解调算法其优化目标仅对一步误差的方差进行优化, 那么如果对每步误差均进行优化就可以得到递归最小方差解调 (RLSD), 其原理如图 5-7 所示。

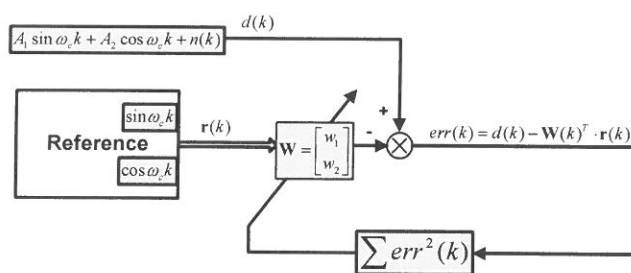


图 5-7 递归最小方差解调原理

1. 优化目标

根据 LMSD 类似的办法, 可以得到等效的优化目标如下式

$$\text{MIN} \left\{ E \left[\sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \text{err}^2(i) \right] \right\} |_{\mathbf{w}_{opt}} \quad (5-6)$$

其中 λ 为遗忘因子, $0 < \lambda < 1$

2. 递归最小方差解

为求出式 (5-6) 的解, 定义如下向量和矩阵:

$$\text{误差向量: } \mathbf{e}(k) = [\text{err}(0) \ \cdots \ \text{err}(k)]^T$$

$$\text{输入向量: } \mathbf{d}(k) = [d(0) \ \cdots \ d(k)]^T$$

$$\text{参考矩阵: } \mathbf{\Gamma}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_1(1) & r_2(1) \\ \vdots & \vdots \\ r_1(k) & r_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\text{遗忘因子向量: } \mathbf{\Lambda}(k) = \text{diag} \{ \lambda^k, \dots, \lambda, 1 \} \quad (5-7)$$

根据这些矩阵和向量定义, 可将误差向量表示为:

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}(k) - \Gamma(k) \cdot \mathbf{W}(k)$$

$$\sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \text{err}^2(i) = \mathbf{e}^T(k) \Lambda(k) \mathbf{e}(k) \quad (5-8)$$

代入式 (5-6) 可将优化目标表述为:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \left\{ E \left[\sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \text{err}^2(i) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{opt}} &= \text{MIN} \left\{ E \left[\mathbf{e}^T(k) \Lambda(k) \mathbf{e}(k) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{opt}} \\ &= \text{MIN} \left\{ E \left[(\mathbf{d}(k) - \Gamma(k) \cdot \mathbf{W}(k))^T \Lambda(k) (\mathbf{d}(k) - \Gamma(k) \cdot \mathbf{W}(k)) \right] \right\} |_{\mathbf{W}_{opt}} \end{aligned} \quad (5-9)$$

式 (5-9) 是一个关于 $\mathbf{W}(k)$ 的二次多项式, 按矩阵求导准则对 $\mathbf{W}(k)$ 求偏导可得解为 Yule-Walker 方程:

$$\mathbf{W}(k) = [\Gamma^T(k) \Lambda(k) \Gamma(k)]^{-1} \times \Gamma^T(k) \Lambda(k) \mathbf{d}(k) \quad (5-10)$$

式 (5-10) 中的 λ 也能起到控制输出信号带宽的作用, 减小 λ 意味着更快的遗忘历史数据, 使当前数值的权重变大, 即系统响应变快, 达到增加带宽的目的。由于直接使用 (5-10) 式求解计算量很大, 为此可采用递归的办法来求解。

3. 算法实现

根据经典 RLS 算法给出的递归过程, 可得到 RLSD 解调的算法实现步骤如下:

初始化

$$W(0) = [0 \ 0]^T, \quad P(0) = I_{2 \times 2}$$

迭代

$$\Phi(n) = [r1(k) \ r2(k)]$$

$$\text{err}(k) = d(k) - \Phi^T(k) W(k-1)$$

$$K(k) = P(k-1) \Phi(k) \times [\lambda + \Phi^T(k) P(k-1) \Phi(k)]^{-1}$$

$$P(k) = 1/\lambda \times [P(k-1) - K(k) \Phi^T(k) P(k-1)]$$

$$W(k) = W(k-1) + K(k) \cdot err(k)$$

$$In_phase(k) = w_1(k), \quad Quadrature_phase(k) = w_2(k)$$

结束

考虑到矩阵和向量运算，每次迭代所需的计算量为：乘法 26 次，除法 1 次，加/减法 20 次。

其计算量大于 LMSD 所需的计算量，尤其除法在 DSP 运算中会占用较多的计算周期。

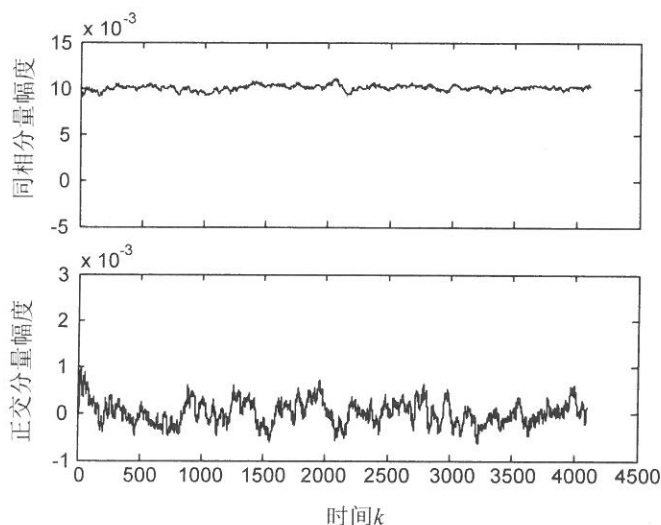


图 5-8 RLSD 解调结果仿真

图 5-8 中，仿真的数据仍然使用采样频率 50KHz 的阶跃输入 $d(t) = 0.01 \sin(2\pi 1750t) + n(t)$ ，其中 $\sigma_n^2 = (0.002)^2$ ， $\lambda = 0.982$ 。为具有可比性， λ 取值大小保证了 RLSD 解调结果和仿真中所采用的 $\mu = 0.03$ 的 LMSD 解调结果具有相同带宽，即保证在同样幅度、频率的正弦激励输入下解调结果输出相同的正弦幅度。由图可知，RLSD 解调结果中与载波同频或倍频的分量也很小，和 LMSD 算法比较其阶跃响应跟踪速率明显要快，这得益于选择的优化目标——最小化所有误差平方和，所有历史数据都被用来进行自适应解调处理，因此提高了算法的收敛速度。

参数 λ 的影响仍然采用以下输入信号进行仿真

阶跃输入: $d(t) = 0.01\sin(2\pi 1750t) + n(t)$

正弦输入: $d(t) = (0.01\sin 2\pi 100t) \cdot \sin(2\pi 1750t) + n(t)$

这两种情况下的解调结果的对比见图 5-9 和图 5-10, 由上到下、正弦波幅度由大到小依次为 $\lambda = 0.95, 0.96, 0.97, 0.98, 0.99$ 。由图 5-9 可知, 由于 RLSD 收敛速度很快, 因而参数 λ 对阶跃响应的跟踪速率影响很小, 其大小主要决定了算法的动态跟踪能力, 从图 5-10 中可看出 λ 影响正弦输入的幅度衰减量, λ 越大, 幅度衰减越大, 也即输出信号的带宽变小。

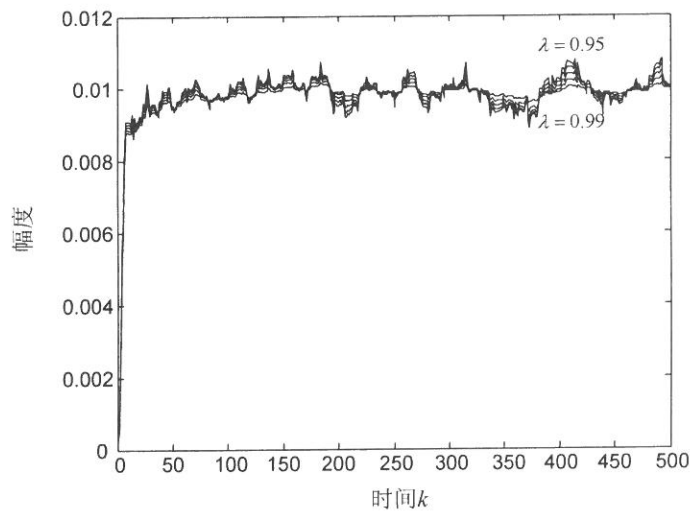


图 5-9 在不同参数 λ 下 RLSD 解调的阶跃响应

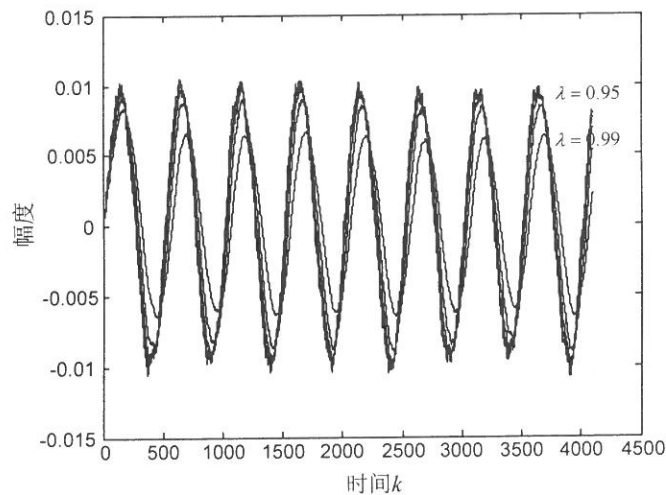


图 5-10 在不同参数 λ 下 RLSD 解调的正弦激励响应

5.4.3 Kalman 滤波解调 (KFD)

要采用 Kalman 滤波器进行解调, 关键是建立系统的状态空间方程。

由于在微机械陀螺的实际应用中, 陀螺的驱动频率远高于角速率信号变化的频率, 因此可以假设在两个相邻的时间间隔内, 角速率基本保持不变, 靠噪声项驱动其变化。这样就可以得到以下状态空间方程:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \\ z(k) = \mathbf{r}^T(k) \cdot \mathbf{x}(k) + v(k) \end{cases} \quad (5-11)$$

其中:

$\mathbf{A} = \mathbf{I}_2$, 表示角速率在相邻的两个时间间隔内基本保持不变

$\mathbf{x}(k) = [A_1(k) \ A_2(k)]^T$ 代表角速率的同相和正交分量

$\mathbf{w}(k)$ 表示状态方程白噪声, 代表角速率的微小变化

$v(k)$ 表示观测白噪声

基本假设:

$$E[\mathbf{w}(k)] = \mathbf{0}, \quad E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(j)] = \mathbf{Q}(k)\delta(kj),$$

$$E[v(k)] = 0, \quad E[v(k)v(j)] = R(k)\delta(kj)$$

利用 Kalman 方程, 可直接得到式 (5-10) 的解如下:

$$\hat{\mathbf{x}}(k/k-1) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k-1)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{K}(k)(z(k) - \mathbf{r}^T(k)\hat{\mathbf{x}}(k-1))$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{r}(k) \times (\mathbf{r}^T(k)\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{r}(k) + R(k))^{-1}$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k-1)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}(k-1)$$

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{K}(k)R(k)\mathbf{K}^T(k) + (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{r}^T(k))\mathbf{P}(k/k-1)(\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{r}^T(k))^T \quad (5-11)$$

由于式(5-11)中牵涉到矩阵求逆,因此必然包含有除法运算,总的来说,KFD解调方法相对于LMSD和RLSD方法而言运算量较大,由于在数字式微机械陀螺中,采样速率高达100KHz,每个中断周期能处理的指令数有限,因而没有足够的时间进行KFD解调的运算,因此,其在实际DSP系统中并不适合采用,但可用来分析和比较其他算法的性能。

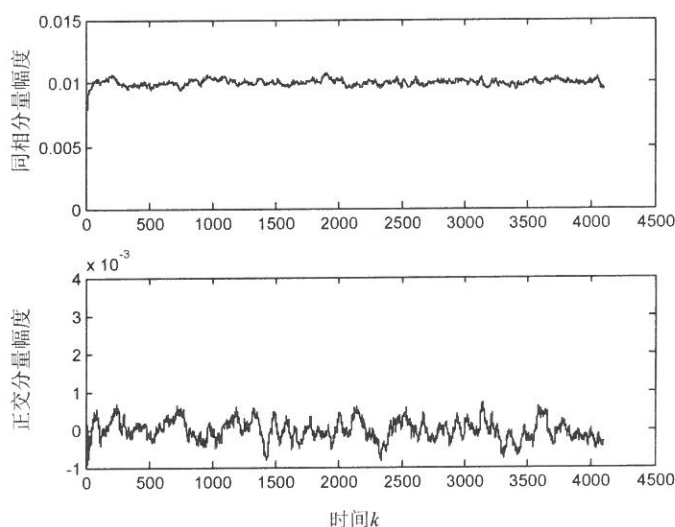


图 5-11 KFD 解调结果仿真

图 5-11 中所示为采样频率 50KHz 的阶跃输入下算法解调结果,其中:

$$\text{输入: } d(t) = 0.01 \sin(2\pi 1750t) + n(t), \quad \sigma_n^2 = (0.002)^2$$

$$\text{状态矩阵的噪声取值: } \mathbf{Q}(k) = 0.0002 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R(k) = 0.3。$$

为具有可比性, $Q(k)$ 的系数和 $R(k)$ 的系数之比调整到了合适的大小以保证可以与前述的LMSD、RLSD解调结果基本有一样的带宽。由图5-8可知,KFD解调结果中与载波同频或倍频的分量小,其收敛速度比LMSD算法快。 $Q(k)$ 和 $R(k)$ 的系数也可用于调整系统带宽, $Q(k)$ 减小、 $R(k)$ 增大表示来自通道的噪声减小,即待估计的信号噪声减小,而观测噪声增大,

算法对观测到的噪声置信度下降，因此最后解调的结果起伏变小引起带宽减小。

$Q(k)$ 、 $R(k)$ 参数变化的影响仍采用以下输入信号进行仿真

阶跃输入： $d(t) = 0.01\sin(2\pi 1750t) + n(t)$

正弦输入： $d(t) = (0.01\sin 2\pi 100t) \cdot \sin(2\pi 1750t) + n(t)$

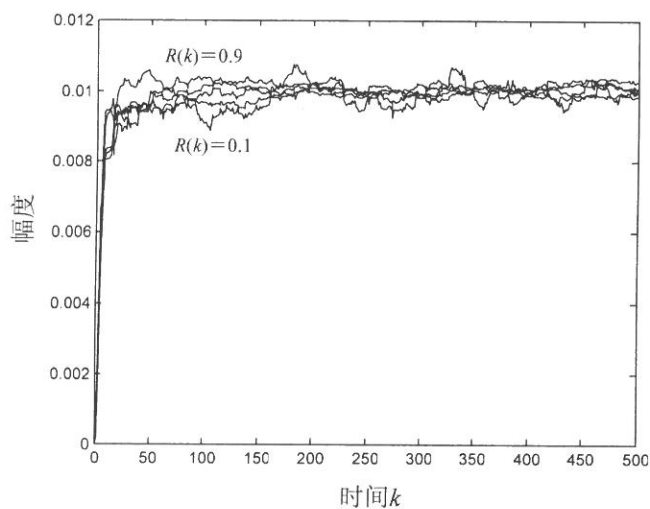


图 5-12 在不同参数 $R(k)$ 下 KFD 解调的阶跃响应

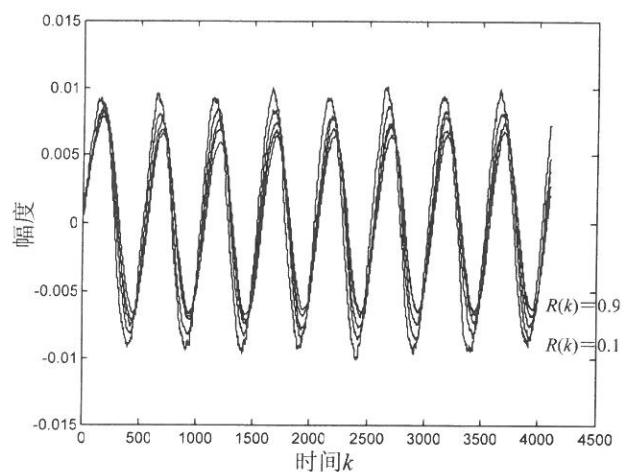


图 5-13 在不同参数 $R(k)$ 下 KFD 解调的阶跃响应

这两种情况下的解调结果的对比见图 5-12 和图 5-13, 由下到上、正弦波幅度由大到小依次为 $R(k)=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$, $Q(k)$ 保持不变。由图 5-12 可知, KFD 算法中 $Q(k)$ 、 $R(k)$ 对阶跃响应的跟踪速率影响很小, 其大小主要决定了算法的动态跟踪能力, 从图 5-12 中可看出 $R(k)$ 影响正弦输入的幅度衰减量, $R(k)$ 越大, 幅度衰减越大, 也即输出信号的带宽变小。

需要说明的是, KFD 算法中假设的状态方程实际是对信号进行了一个惯性环节的处理, 因此解调时, 载波的相位不能直接用 0° 计算。

5.4.3 各种算法的性能仿真和实验对比

算法对比主要从三个方面进行: 对阶跃响应的收敛速度、对动态信号的跟踪能力和均方误差对比。

仿真对比条件如下:

LMSD 参数: $\mu=0.034$

RLSD 参数: $\lambda=0.982$

KFD 参数: $\mathbf{Q}(k)=0.0002 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $R(k)=0.3$

阶跃输入: $d(t)=0.01 \sin(2\pi 1750t)+n(t)$

正弦输入: $d(t)=(0.01 \sin 2\pi 100t) \cdot \sin(2\pi 1750t)+n(t)$

1. 算法收敛速度对比

图 5-14 为仿真计算的 LMSD、RLSD 和 KFD 在阶跃响应下的收敛速度对比图, 从图中可看出 RLSD 和 KFD 的收敛速度基本相同, 两者均明显快于 LMSD 算法, 可见对所有误差和作为优化目标可提高收敛速度。

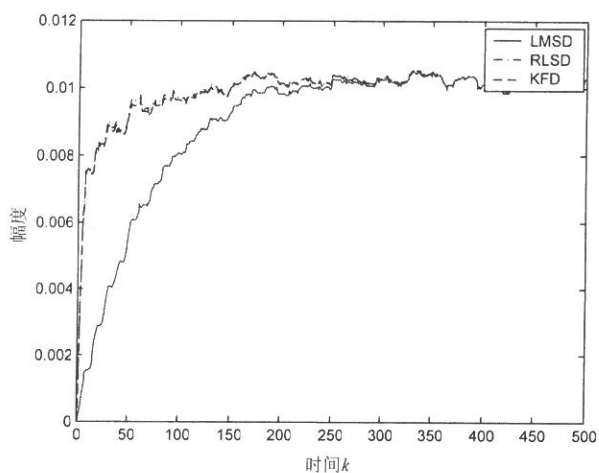


图 5—14 阶跃响应下算法收敛速度对比

2. 对正弦激励的动态跟踪能力

图 5—15 为仿真计算的 LMSD、RLSD 和 KFD 对 100Hz 正弦规律变化的调幅波解调结果对比图,从图中可看出在计算的起始段,RLSD 和 KFD 跟踪速度快于 LMSD 算法,但三种算法在稳态的情况下其解调结果很接近,无论是解调结果的峰峰值还是相位,都基本一致。

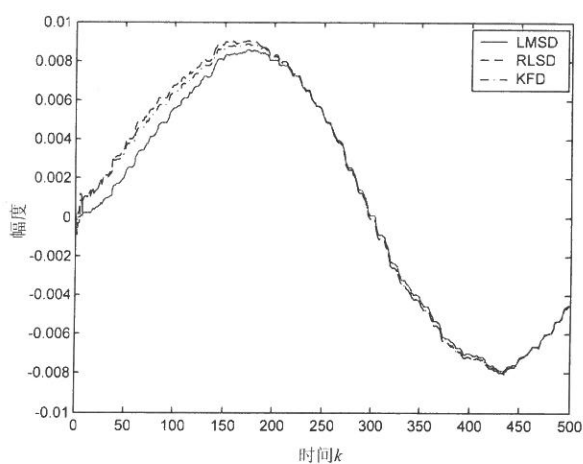


图 5—15 正弦激励下算法动态特性对比

3. 对常值输入的均方差 (MSE) 对比

图 5-16 所示为 LMSD、RLSD 和 KFD 的均方差 (MSE) 对比, 仿真结果为 1000 次平均。由于本质上三种方法的优化目标都是使均方差最小, 因此当算法到达稳态后, 其均方差均基本相等。

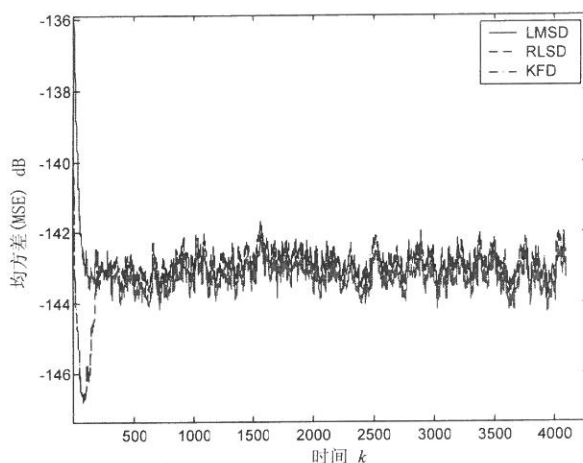


图 5-16 LMS、RLSD 和 KFD 解调结果的 MSE 直接对比

常规的解调算法为乘法相敏解调, 将待解调值和参考信号相乘再通过一个低通滤波器即可得到信号幅值, 但解调结果中往往含有很强的 2 倍频成分, 无法直接和上述算法对比, 为此可将所有的解调的结果通过一个 100Hz 的 4 阶 Butterworth 低通滤波器处理之后再对比其 MSE 值, 图 5-17 为这四种算法仿真结果的 1000 次 MSE 平均, 最上面的实线为乘法解调结果的 MSE 值, 新开发的算法比采用乘法解调的结果的 MSE 小 2.99dB, 因此其噪声水平将下降 33.89%。

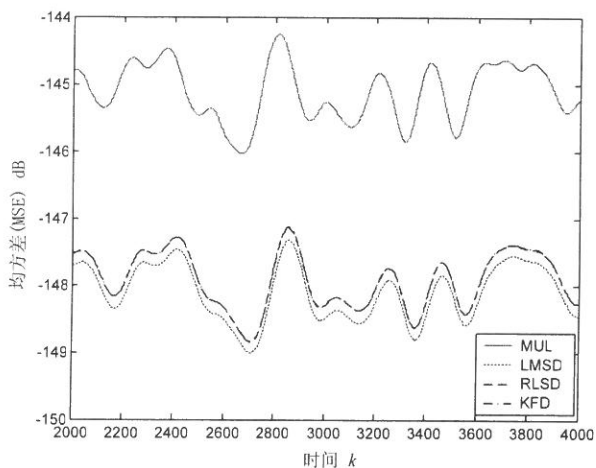


图 5-17 各种算法解调结果使用低通滤波器后的 MSE 比较

4. 实验对比

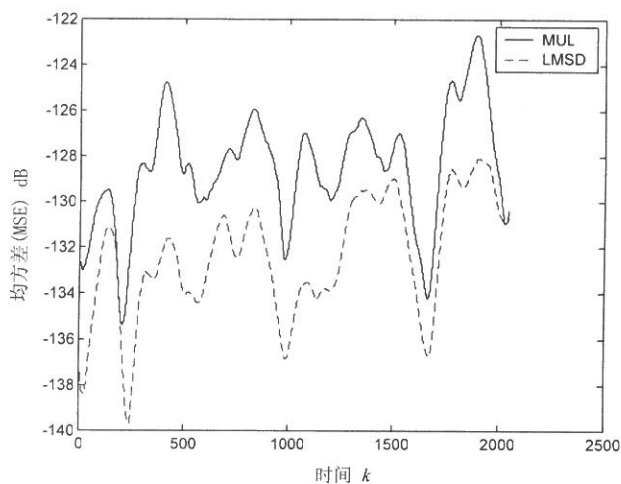


图 5-18 乘法解调和 LMSD 解调算法在实际系统中的对比

通过仿真分析可以知道 LMSD 解调在稳态的性能和 RLSD、KFD 基本相同，考虑到在 DSP 处理器上的计算效率问题，只在实际系统中实现了 LMSD 方法，另外实际系统要进行 1000 次实验数据的下载比较费时，因此图 5-18 给出的是 20 次 MSE 对比结果，解调结果通过了 DSP 内部的 100Hz 四阶 Butterworth 低通滤波器，其中的起伏较大是由于平均次数太少造成的。

实验结果表明, LMSD 解调比乘法解调的均方差 MSE 小 3.902dB, 噪声水平提高 56.71%, 大于理论计算量, 一方面是因为 DSP 处理器的位数有限, 而乘法解调对数值计算误差比较敏感, 尤其是在经过低通滤波器时, 因为其中含有很强的倍频成分, 引起滤波计算较大的舍入误差, 从而使解调噪声增加; 另一方面, 实际运行 DSP 程序时的解调结果易受环境干扰, 而平均次数太少。

由此可给出结论: 在实际系统中, 同乘法解调相比, 采用 LMSD 的解调算法有效的提高了解调结果的噪声水平, 提高了数字处理精度; 算法对数值舍入误差不敏感; 算法容易实现, 计算速度快; 可通过参数来控制解调结果的带宽。

5.5 数字滤波器和正弦波发生器算法

5.5.1 数字滤波器算法

在实际的 DSP 系统中, 由于其计算精度有限, 因此对于采样频率为 50KHz, 截止频率 100Hz 的一个 4 阶 Butterworth 滤波器而言, 如果采用其直接表达式进行数值计算, 那么舍入误差将使滤波器的计算发散, 无法达到滤波的目的, 为此需要将滤波器的结构改成级联形式, 通常每级级联的为二阶滤波器。

一个 $2n$ 阶 IIR 滤波器的级联形式可写成:

$$H(z) = k_c \cdot \frac{1+b_{11}z^{-1}+b_{12}z^{-2}}{1+a_{11}z^{-1}+a_{12}z^{-2}} \cdot \frac{1+b_{21}z^{-1}+b_{22}z^{-2}}{1+a_{21}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \cdots \frac{1+b_{n1}z^{-1}+b_{n2}z^{-2}}{1+a_{n1}z^{-1}+a_{n2}z^{-2}} \quad (5-12)$$

为编程计算, 可考虑一个简化的二阶滤波器, 如下:

$$H(z) = k_c \cdot \frac{1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$$

可将上式表述成两个子系统的乘积:

$$H(z) = H_1(z)H_2(z) \quad (5-13)$$

$$\text{其中: } H_1(z) = \frac{Y_1(z)}{X(z)} = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}, \quad H_2(z) = \frac{Y(z)}{Y_1(z)} = 1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}$$

对 $H_1(z)$ 可写出其递推表达式为： $x(n) = y_1(n) + a_1y_1(n-1) + a_2y_1(n-2)$

对 $H_2(z)$ 其递推表达式为： $y(n) = y_1(n) + b_1y_1(n-1) + b_2y_1(n-2)$

根据这两个递推表达式即可计算出系统的输出 $y(n)$ ，其计算步骤可采用如图 5-19 所示的二阶系统结构图来表示。

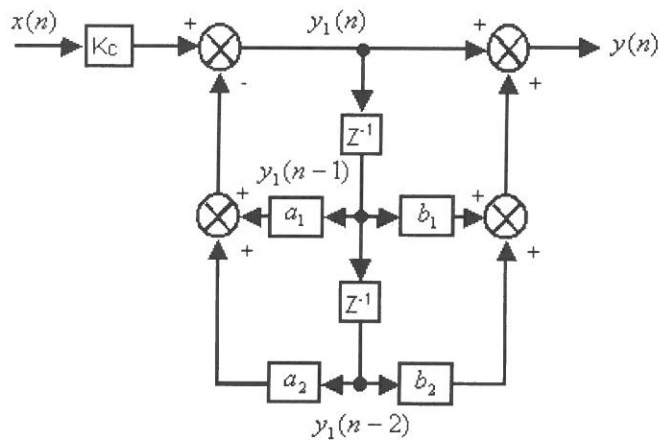


图 5-19 二阶滤波器计算结构

对于级联滤波器的每一个二阶系统，依次采用图 5-19 所示的结构进行计算即可得到最终的滤波结果。

5.5.2 正弦波发生算法

DSP 中直接使用正余弦函数进行即时正弦波发生器所需要的计算量很大，在实际系统的实现中是不现实的，为此可采用查表和线性插值的办法生成正弦波。

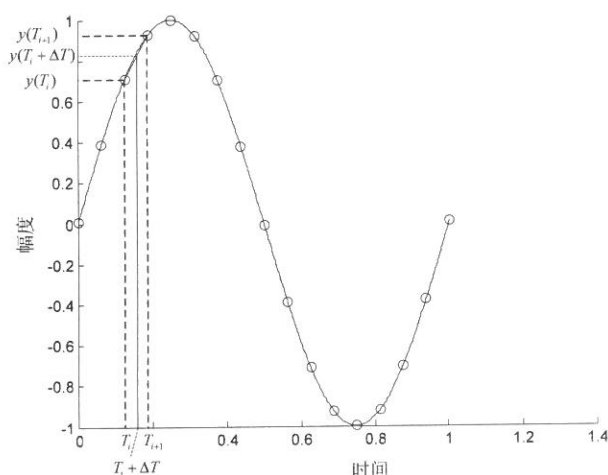


图 5-20 正弦波插值示意图

图 5-20 为正弦波插值计算的示意图，圈点代表正弦波表中存储的精确正弦值。正弦波发生时刻不处于正弦波表对应的时刻时，需要采用插值来计算正弦值。图中 $y(T_i)$ 和 $y(T_{i+1})$ 为精确值，为计算则 $T_i + \Delta T$ 时刻的正弦值计算公式可表为：

$$y(T_i + \Delta T) = y(T_i) + \frac{y(T_{i+1}) - y(T_i)}{T_{i+1} - T_i} = y(T_i) + [y(T_{i+1}) - y(T_i)] f_s \quad (5-14)$$

其中： f_s 为采样频率

由于 DSP 使用高稳定性的晶体振荡器作为其时钟基准，因此时间可以定的很准，这样，当每次采样中断时，记录当前计数器时钟，使用当前时钟根据式 (5-14) 进行查表和插值运算，可快速精确的生成正弦波，用于解调算法和陀螺驱动。

5.6 小结

本章确定了系统的软件结构，建立了系统的信号模型，推导了改进的核心的解调算法，并给出了数字滤波器结构设计和正弦波发生算法。通过建立解调信号的数学模型，利用最小均方准则推导了最小均方误差解调 (LMSD) 算法，并给出了相应的算法实现及计算量。作为比较，还根据该数学模型推导了递归最小方差解调算法 (RLSD) 和 Kalman 滤波解调

(KFD) 算法, 并对这三种模型进行了仿真和实验对比。仿真和实验结果显示, LMSD、RLSD 和 KFD 三种算法在解调结果与真值的均方误差(MSE)上要优于经典的乘法相敏解调, 在 100Hz 带宽内的噪声水平可以提高约 34%; 在收敛速度上, LMSD 算法不如 RLSD 和 KFD 算法, 但当系统达到稳态时, 由于所采用的优化准则相同, 因此均方差都基本相等, 因此考虑到计算速度, 在具体实现中采用的是 LMSD 算法, 新算法是本论文的创新点之一。最后部分给出了数字滤波器和正弦波发生算法。

软件算法的研究充分发挥了 DSP 算法设计灵活的优势, 确保了系统能够在数字式微机械陀螺中利用硬件系统所采集的信息获得最优的性能, 至此陀螺信号处理的主要功能已经实现。

第六章 半频驱动及其闭环实现

6.1 引言

本章主要分析了微机械陀螺的驱动理论和半频驱动方案，给出了适合于数字系统的定频闭环方案，并给出了相应的实验结果。

6.2 陀螺驱动理论基础

6.2.1 陀螺静电驱动原理

在微机械陀螺中，通常采用静电电容器作为其执行机构来对陀螺进行驱动。从静电驱动结构上看，主要分为两类：差动式平行极板结构和差动式梳齿结构。平行极板结构的驱动器在我们研制的微机械陀螺中主要用于力平衡闭环，在驱动轴迫使结构保持几乎静止状态；而梳齿结构的驱动器则被用于驱动轴，使陀螺驱动模态振动并达到额定振幅。

1. 差动式平行极板电容驱动器原理

差动式平行极板电容驱动器^[54]基本原理如图 6-1 所示，左右两侧的平板电容 C_1 、 C_2 的下极板固定并分别连在不同的电极上，两电容的上极板通过梁约束在电气上连接在一起，并从中心公共支点连接到中心电极上，可以绕中心支点转动。电压 U_1 、 U_2 分别施加在电容 C_1 、 C_2 的下极板上。相关尺寸如图所示，电容极板面积为 S 。

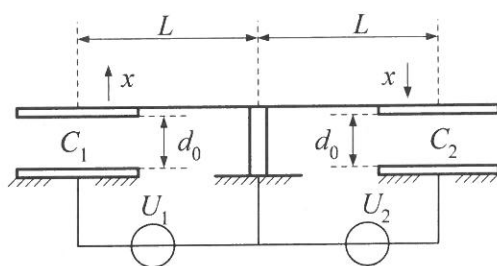


图 6-1 差动式平行极板电容驱动原理

电容 C_1 、 C_2 可表为：

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{d_0 + x} \quad C_2 = \frac{\varepsilon S}{d_0 - x}$$

其中 ε 为介电常数

对于左侧驱动电容 C_1 , 其上极板在 x 方向所受的静电力可用下式表示:

$$F_{x1} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_1}{\partial x} U_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{(d_0 + x)^2} U_1^2$$

即左侧驱动电容的上极板受到向下的驱动动力 F_{x1} 。

右侧驱动电容 C_2 , 其上极板在 x 方向所受的静电力可用下式表示:

$$F_{x2} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_2}{\partial x} U_2^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{(d_0 - x)^2} U_2^2$$

即右侧驱动电容的上极板也受到向下的驱动动力 F_{x2} 。

力矩按图示中使 x 发生正方向位移的旋向为正, 则两力对中心支点产生的力矩合成为

$$M = (F_{x1} + F_{x2})L = -\frac{L}{2} \left[\frac{\varepsilon S}{(d_0 + x)^2} U_1^2 - \frac{\varepsilon S}{(d_0 - x)^2} U_2^2 \right] \quad (6-1)$$

在 $x=0$ 附近按一阶近似展开, 可得:

$$M \approx -\frac{\varepsilon SL}{2d_0^2} (U_1^2 - U_2^2) + \frac{\varepsilon SL}{d_0^3} (U_1^2 - U_2^2)x \quad (6-2)$$

式 (6-2) 中, 第一项为驱动力, 第二项则会引起系统刚度发生变化, 产生静电负刚度效应, 其中静电负刚度大小为:

$$K_e = \frac{\varepsilon SL}{d_0^3} (U_1^2 - U_2^2) \quad (6-3)$$

若将差动式平行极板驱动结构用在陀螺的力平衡回路去平衡因哥氏加速度造成的陀螺检测模态振动, 则由于检测轴的振动非常微弱, 考虑静电负刚度 K_e 和检测模态的刚度 K_2 的比较, 由于静电平衡力矩 M 应该和 $K_2 x / Q_2$ 在一个量级上, 或者写为 $x \approx M Q_2 / K_2$, 而 x 比 d_0 至少小 4 到 5 个量级, 因此有:

$$|x| \approx |MQ_2/K_2| \approx \left| \frac{\varepsilon SL}{2d_0^2 K_2} (U_1^2 - U_2^2) \right| Q_2 \square d_0$$

$$\text{即 } |x| \approx |MQ_2/K_2| \approx \left| \frac{\varepsilon SL}{2d_0^3} (U_1^2 - U_2^2) \right| Q_2 \square K_2, \text{ 即 } |K_e| \square \frac{K_2}{Q_2}$$

当检测模态品质因数不高或者工作频率离检测模态的谐振点较远时，则：

$$|K_e| \square K_2 \quad (6-4)$$

目前设计的陀螺驱动频率离检测模态谐振点至少 100Hz 以上，且大气条件下，检测轴 Q 小于 10，因此 (6-4) 的近似关系是满足的，故式 (6-1) 可近似为：

$$M \approx \frac{\varepsilon SL}{2d_0^2} (U_1^2 - U_2^2) \quad (6-5)$$

2. 差动式梳齿电容驱动器原理

差动式梳齿电容驱动器^{[63][64]}原理图 6-2 所示。图 (a) 为单侧梳齿结构及其相关尺寸，设左侧极板固定，两侧梳齿重叠长度为 L_0 ，梳齿对数设为 N ；图 (b) 为差动驱动原理，两侧的梳齿电容极板固定，中心的动子由于在 y 、 z 方向刚度很大，可认为仅可在 x 方向振动，则当动子发生位移 x 时，两侧梳齿形成的电容分别为：

$$C_1 = \frac{2n\varepsilon(L_0 - x)h}{d}, \quad C_2 = \frac{2n\varepsilon(L_0 + x)h}{d}$$

则左右两侧电极分别对动子产生的静电力为：

$$F_{x1} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_1}{\partial x} U_1^2 = -\frac{n\varepsilon h}{d} U_1^2, \quad F_{x2} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_2}{\partial x} U_2^2 = \frac{n\varepsilon h}{d} U_2^2$$

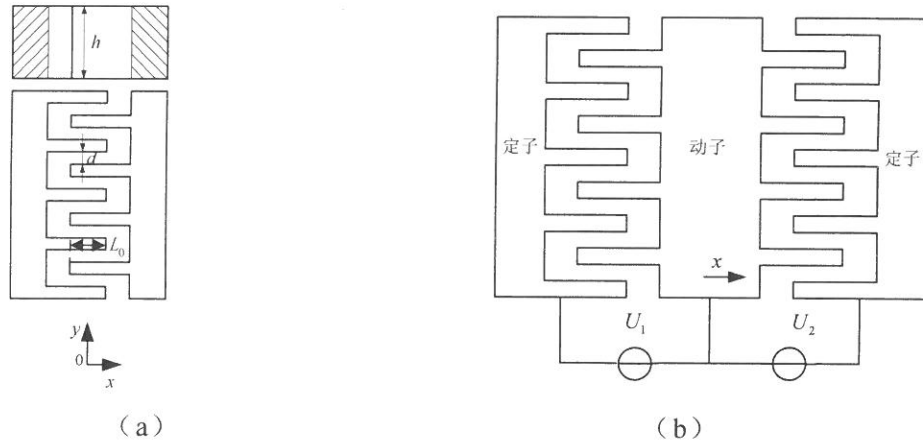


图 6-2 差动式梳齿电容驱动器原理

由此可计算得到动子上所受到的合力为：

$$F = F_{x1} + F_{x2} = -\frac{n\epsilon h}{d}(U_1^2 - U_2^2) \quad (6-6)$$

可见梳齿驱动器其驱动力不随位移 x 变化，非常适合用于大幅度振动的情况下作为执行机构。

综合 1、2 的分析可知，静电差动式的电容驱动器在一定条件下其产生的作用力可近似表述成：

$$F = K_s(U_1^2 - U_2^2) \quad (6-7)$$

其中 K_s 为与驱动结构相关的常数。

6.2.2 驱动力与陀螺振动的振幅和相位之间的传递函数

为对陀螺进行驱动轴闭环控制，有必要研究一下从驱动力的幅度、相位到陀螺振动的振幅、相位之间的传递函数。

由第二章分析可知，陀螺驱动模态运动可简化为一个二阶系统，又为保证得到足够大的驱动位移，陀螺驱动轴一般工作在谐振频率上，当外界激励力的振幅为 $F(t)$ 时，可将式 (2-22) 式中第一式表述如下：

$$\ddot{y} + 2\zeta_1\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = F(t)\sin\omega_n t \quad (6-8)$$

由于陀螺工作在谐振频率上，其输出信号总是假设与激励力相差 90° ，因此假设幅度解调信号为 $\cos \omega_{n1}t$ ，正交分量解调使用 $\sin \omega_{n1}t$ 。

1. 驱动力振幅到陀螺振动振幅的传递函数

为分析驱动力的振幅即 $F(t)$ 到陀螺振动振幅之间的传递函数，可假设一个振幅作缓慢正弦变化的驱动力输入系统：

$$F(t) = F \cos \omega_s t, \quad \omega_s \ll \omega_{n1}$$

代入式 (6-5) 可得：

$$\ddot{y} + 2\zeta_1 \omega_{n1} \dot{y} + \omega_{n1}^2 y = F \cos \omega_s t \cdot \sin \omega_{n1} t \Rightarrow$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_1 \omega_{n1} \dot{y} + \omega_{n1}^2 y = \frac{1}{2} F [\sin(\omega_{n1} + \omega_s)t + \sin(\omega_{n1} - \omega_s)t] \Rightarrow$$

$$y(t) = \frac{F}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_1)^2}} \sin \left[(\omega_{n1} + \omega_s)t - \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_1}{1-\lambda_1^2} \right] + \frac{F}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_2)^2}} \sin \left[(\omega_{n1} - \omega_s)t - \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_2}{1-\lambda_2^2} \right] \quad (6-9)$$

$$\text{其中： } \lambda_1 = \frac{\omega_{n1} + \omega_s}{\omega_{n1}}, \quad \lambda_2 = \frac{\omega_{n1} - \omega_s}{\omega_{n1}}$$

为得到 $y(t)$ 的幅度信息，可对式 (6-9) 用 $\cos \omega_{n1}t$ ，若采用第 5 章所述的 LMSD 解调算法，则解调结果可简单的理解为取出式 (6-9) 中 $\cos \omega_{n1}t$ 项的系数：

$$D(y(t))|_{\cos \omega_{n1}t} = \frac{F}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_1)^2}} \sin(\omega_s t - \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_1}{1-\lambda_1^2}) - \frac{F}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_2)^2}} \sin(\omega_s t + \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_2}{1-\lambda_2^2}) \quad (6-10)$$

$$\text{令： } k_1 = \frac{F}{\sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_1)^2}}, \quad \varphi_1 = \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_1}{1-\lambda_1^2}$$

$$k_2 = \frac{F}{\sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_2)^2}}, \quad \varphi_2 = \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_2}{1-\lambda_2^2}$$

则可得

$$D(y(t))|_{\cos \omega_s t} = A_s = \frac{1}{2\omega_{n1}^2} \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} \\ \times \cos[\omega_s t - (\pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{k_1 \cos \varphi_1 - k_2 \cos \varphi_2}{k_1 \sin \varphi_1 + k_2 \sin \varphi_2})]$$

因此可得到从驱动力幅度到陀螺振动幅度之间的幅频和相频特性:

$$\begin{cases} A(\omega_s) = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} / (2\omega_{n1}^2 F) \\ \varphi(\omega_s) = -(\pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{k_1 \cos \varphi_1 - k_2 \cos \varphi_2}{k_1 \sin \varphi_1 + k_2 \sin \varphi_2}) \end{cases} \quad (6-11)$$

11)

根据假设的 $\omega_s \ll \omega_{n1}$, 因此有以下简化关系

$$k_1 = \frac{F}{\sqrt{(2\frac{\omega_s}{\omega_{n1}} + \frac{\omega_s^2}{\omega_{n1}^2})^2 + [2\zeta_1(1 + \frac{\omega_s}{\omega_{n1}})]^2}} \approx \frac{F}{2\sqrt{(\frac{\omega_s}{\omega_{n1}})^2 + \zeta_1^2}}$$

$$k_2 = \frac{F}{\sqrt{(2\frac{\omega_s}{\omega_{n1}} - \frac{\omega_s^2}{\omega_{n1}^2})^2 + [2\zeta_1(1 - \frac{\omega_s}{\omega_{n1}})]^2}} \approx \frac{F}{2\sqrt{(\frac{\omega_s}{\omega_{n1}})^2 + \zeta_1^2}}$$

$$\varphi_1 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_1}{1 - \lambda_1^2} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{1 - \lambda_1^2}{2\zeta_1 \lambda_1} \approx \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\omega_s / \omega_{n1}}{2\zeta_1} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega_s}{\zeta_1 \omega_{n1}} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{2Q_1 \omega_s}{\omega_{n1}}$$

$$\varphi_2 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\zeta_1 \lambda_2}{1 - \lambda_2^2} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{1 - \lambda_2^2}{2\zeta_1 \lambda_2} \approx \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\omega_s / \omega_{n1}}{2\zeta_1} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega_s}{\zeta_1 \omega_{n1}} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2Q_1 \omega_s}{\omega_{n1}}$$

代入式 (6-11) 即可得到幅频和相频特性的简化关系:

$$\begin{cases} A(\omega_s) \approx \frac{1}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(\frac{\omega_s}{\omega_{n1}})^2 + \zeta^2}} = \frac{1}{2\omega_{n1} \sqrt{\omega_s^2 + (\frac{\omega_n}{2Q_1})^2}} \\ \varphi(\omega_s) \approx -\operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega_s}{\zeta_1 \omega_{n1}} = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{2Q_1 \omega_s}{\omega_{n1}} \end{cases}$$

由此可得到驱动力幅度到陀螺振动幅度之间的传递函数可由下式表述:

$$G_{\text{amp}}(s) = \frac{A_s(s)}{F(s)} = \frac{1}{2\omega_{n1}(s + \zeta_1\omega_{n1})} = \frac{Q_1/\omega_{n1}^2}{2[(2Q_1/\omega_{n1})s + 1]} \quad (6-12)$$

由此可知幅度响应的时间常数为 $T_{\text{amp}} = 2Q_1/\omega_{n1}$ 。

2. 驱动力相位到陀螺振动相位的传递函数

驱动力相位到陀螺振动相位的关系并不是一个简单的比例关系，且若相位抖动幅值很大时，其传递函数也是非线性的。为此，考虑一个单位振幅但相位作正弦变化的驱动力 $\sin(\omega_{n1}t + P(t)) = \sin(\omega_{n1}t + P \cos \omega_s t)$ 输入到系统中，并考虑小范围内的情况，假设相位变化的幅值 $P \ll 1 \text{ rad}$ ，且 $\omega_s \ll \omega_{n1}$ 。于是由式 (2-22) 第一式可得：

$$\ddot{y} + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{y} + \omega_{n1}^2 y = \sin(\omega_{n1}t + P \cos \omega_s t) \Rightarrow$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{y} + \omega_{n1}^2 y = \cos(P \cos \omega_s t) \cdot \sin \omega_{n1}t + \sin(P \cos \omega_s t) \cdot \cos \omega_{n1}t$$

考虑到 P 很小，故 $\cos(P \cos \omega_s t) \approx 1$ ， $\sin(P \cos \omega_s t) \approx P \cos \omega_s t$ ，于是有

$$\ddot{y} + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{y} + \omega_{n1}^2 y = \sin \omega_{n1}t + P \cos \omega_s t \cdot \cos \omega_{n1}t \Rightarrow$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{y} + \omega_{n1}^2 y = \sin \omega_{n1}t + \frac{1}{2}P [\cos(\omega_{n1} + \omega_s)t + \cos(\omega_{n1} - \omega_s)t] \Rightarrow$$

$$y(t) = -\frac{Q_1}{\omega_{n1}^2} \cos \omega_{n1}t + \frac{P}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_1)^2}} \cos \left[(\omega_{n1} + \omega_s)t - tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_1}{1-\lambda_1^2} \right] \\ + \frac{P}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_2)^2}} \cos \left[(\omega_{n1} - \omega_s)t - tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_2}{1-\lambda_2^2} \right]$$

$$\text{其中： } \lambda_1 = \frac{\omega_{n1} + \omega_s}{\omega_{n1}}, \quad \lambda_2 = \frac{\omega_{n1} - \omega_s}{\omega_{n1}}$$

对 $y(t)$ 进行同相分量解调应求 $\cos \omega_{n1}t$ 的系数，由于 P 很小，因此可近似为：

$$D(y(t))|_{\cos \omega_{n1}t} \approx -\frac{Q_1}{\omega_{n1}^2} \quad (6-13)$$

要求出陀螺振动的相位还应对正交分量进行解调，即求 $\sin \omega_{n1}t$ 的系数：

$$D(y(t))|_{\sin \omega_{n1}t} = -\frac{P}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_1)^2}} \sin\left(\omega_s t - tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_1}{1-\lambda_1^2}\right) + \frac{P}{2\omega_{n1}^2 \sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_2)^2}} \sin\left(\omega_s t + tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_2}{1-\lambda_2^2}\right) \quad (6-14)$$

可由式 (6-13) 和 (6-14) 可将陀螺振动的相位表示为

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{\pi}{2} - tg^{-1} \left(\frac{D(y(t))|_{\sin \omega_{n1}t}}{D(y(t))|_{\cos \omega_{n1}t}} \right) \approx -\frac{\pi}{2} - \frac{D(y(t))|_{\sin \omega_{n1}t}}{D(y(t))|_{\cos \omega_{n1}t}} \\ &= -\frac{\pi}{2} - \left\{ \frac{P}{2Q_1 \sqrt{(1-\lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_1)^2}} \sin\left(\omega_s t - tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_1}{1-\lambda_1^2}\right) - \frac{P}{2Q_1 \sqrt{(1-\lambda_2^2)^2 + (2\zeta_1\lambda_2)^2}} \sin\left(\omega_s t + tg^{-1} \frac{2\zeta_1\lambda_2}{1-\lambda_2^2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (6-15)$$

15)

以谐振点相位 $-\pi/2$ 为原点, 定义新的陀螺振动相位为:

$$\Phi_s = -\frac{\pi}{2} - \Phi \quad (6-16)$$

利用计算驱动力振幅到陀螺振动振幅之间的传递函数的同样推导过程, 可得到驱动力相位到陀螺振动相位的传递函数为:

$$G_{\text{amp}}(s) = \frac{\Phi_s(s)}{P(s)} = \frac{1}{2[(2Q_1/\omega_{n1})s+1]} \quad (6-17)$$

由上推导可见驱动力相位到陀螺振动相位并不能按照简单的比例关系处理, 在小范围内, 其关系近似为一阶系统, 时间常数为 $T_\Phi = 2Q_1/\omega_{n1}$, 与幅度响应的的时间常数 T_{amp} 相等。

式 (6-17) 的结果从一个侧面反映了由驱动力频率到陀螺振动相位的动态关系也决非简单的比例关系。

通过式 (6-12) 和 (6-17) 即可为采用定频闭环驱动方案的参数选择给出理论指导。

6.3 半频驱动研究

在研究陀螺的力平衡闭环实现技术时, 实验中发现当在陀螺检测轴的反馈电极上加载上电压信号时, 陀螺角速率输出信号的低频噪声明显增大, 分析表明这一问题可能和驱动电压上的 $1/f$ 噪声有关系, 为了验证这一判断, 论文工作在驱动轴上进行了实验和理论分析进行证实, 并提出了一种半频驱动技术来克服这一问题, 下面将从半频驱动方式和噪声分析上来进行阐述和说明。

6.3.1 半频驱动原理

半频驱动方式是在静电差动式的电容驱动器驱动力极板上施加一对幅度相等相差 90° 的交流电压进行驱动的办法, 电压的频率为驱动力频率的一半, 用公式可描述为:

$$U_1 = A \cos\left(\frac{1}{2} \omega_c t\right), \quad U_2 = A \sin\left(\frac{1}{2} \omega_c t\right) \quad (6-18)$$

根据前面关于差动式静电电容驱动器给出的驱动力公式(6-7)可知, 陀螺动子受力为:

$$F = K_s (U_1^2 - U_2^2) = K_s A^2 \left(\cos^2\left(\frac{1}{2} \omega_c t\right) - \sin^2\left(\frac{1}{2} \omega_c t\right) \right) = K_s A^2 \cos \omega_c t \quad (6-19)$$

由上式可知, 欲使陀螺按频率 ω_c 振动, 需要施加的电压频率为 $1/2 \omega_c$, 这即为半频驱动的含义。另外, 可以看出, 由于交流电压幅度和驱动力幅度的关系并不是线性关系, 但由于其关系仅仅是代数上的平方关系, 因此这在数字系统中处理起来并不困难, 对于模拟系统中, 则需要在小范围内进行近似线性化。

6.3.2 噪声分析与比较

1. DC+AC驱动方案的噪声分析

为了分析和对比噪声特性, 先来考察常规的 DC+AC 驱动方案。

为获取驱动力, 通常的办法是在左右两侧驱动电极上加载一对带直流偏置的反相交流电压, 交流电压的频率与生成的驱动力频率相同, 这种方

式简记为 DC+AC 驱动。为进行噪声分析，可用下式来描述 DC+AC 驱动方式

$$U_1 = D + A\cos(\omega_c t) + w_1, \quad U_2 = D - A\cos(\omega_c t) + w_2 \quad (6-20)$$

其中因电子器件的噪声特性大多为 $1/f$ 性质，故设 w_1 和 w_2 为 $1/f$ 噪声

则由式 (6-7) 可得到加载在动子上的驱动力为：

$$F_{DC+AC} = K_s \left[4DA\cos\omega_c t + 2A\cos\omega_c t(w_1 + w_2) + 2D(w_1 - w_2) + w_1^2 - w_2^2 \right] \quad (6-21)$$

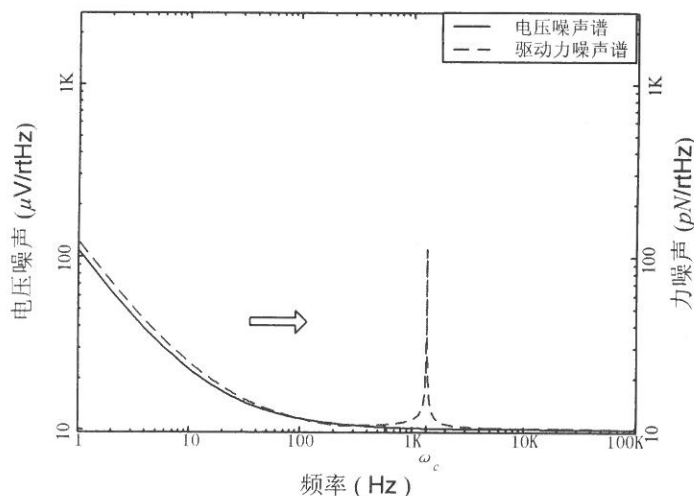


图 6-3 DC+AC 方案的噪声频移效果示意

第一项为所需要的驱动力，可见驱动力和直流电压与交流电压的乘积成正比，如果固定直流来调节交流，那么驱动力和交流电压幅度之间为线性关系，这是个很好的性质，但考察其噪声，忽略最后两个的噪声的平方项，从第 2 项可看出电压噪声被 $\cos\omega_c t$ 调制了，噪声中的低频成分将被直接调制到频率 ω_c 处，这正好是驱动力的频率，而 $1/f$ 噪声的特性是频率越低噪声谱密度越强，因此造成 $1/f$ 噪声中谱密度最大的段直接作用在驱动频率上而使驱动力噪声变大。第 3 项则是噪声与 DC 的乘积，图 6-3 显示了噪声调制的效果示意，低频段是第式 (6-21) 中第 3 项作用的效果，频率 ω_c 段则是第 2 项噪声调制效果。

2. 半频驱动方案的噪声分析

为分析噪声，可按 1 中的处理办法，设驱动电压如下：

$$U_1 = A \cos\left(\frac{1}{2}\omega_c t\right) + w_1, \quad U_2 = A \sin\left(\frac{1}{2}\omega_c t\right) + w_2 \quad (6-22)$$

其中 w_1 、 w_2 为 $1/f$ 噪声

那么根据式 (6-7) 可得驱动力公式：

$$F_{drv} = K_s [A^2 \cos(\omega_c t) + 2Aw_1 \cos\left(\frac{1}{2}\omega_c t\right) - 2Aw_2 \sin\left(\frac{1}{2}\omega_c t\right) + w_1^2 - w_2^2] \quad (6-23)$$

上式中第 1 项为所需产生的驱动力；第 4、5 项为噪声小量的平方，可忽略；第 2、3 项则是噪声调制项，可见噪声被调制到了频率 $1/2\omega_c$ 处，根据 $1/f$ 噪声的性质，其噪声谱强的段被转移到 $1/2\omega_c$ 而非频率 ω_c 处，大大减小了噪声在 ω_c 的影响，图 6-4 为噪声调制效果示意图，虚线为力噪声谱，实线为电压噪声谱。

可见，相比于常规的 DC+AC 驱动方案，半频驱动具有消除驱动电压上 $1/f$ 噪声的作用，同时，由于驱动电压的频率为 $1/2\omega_c$ ，如果有电场空间耦合到检测电极上，那么由于结构振动频率为 ω_c ，解调后，这种耦合也会被消除，因此半频驱动也有利于改善电气耦合特性。

但是从出力系数来看，如果考虑直流电压和交流电压幅度相等的情况下，半频驱动的出力系数仅为 DC+AC 驱动方案的 $1/4$ ，从这一点来说，陀螺的驱动轴仍应采用 DC+AC 方式，但对于检测轴的力平衡闭环，由于所需驱动的振幅非常微小，不会出现驱动能力的问题，因此在力平衡闭环中使用半频驱动是非常适合的，这将会大幅减弱电压上噪声对陀螺噪声性能的影响。

半频驱动方案的提出是本论文的创新点之一。

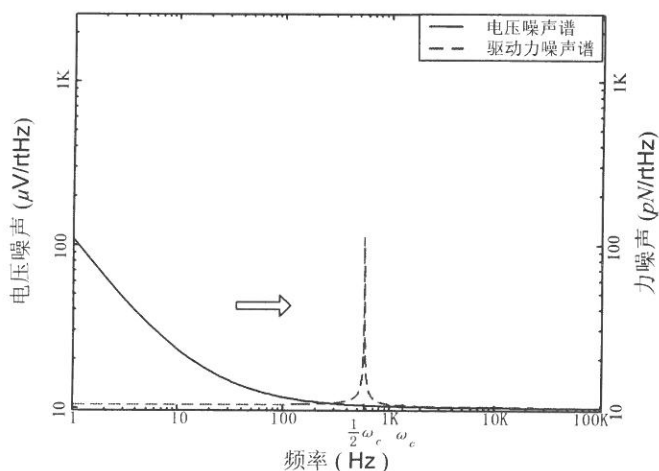


图 6-4 半频驱动方案的噪声频移效果示意

3. 实验验证

实验系统采用我们自行研制的振动轮式微机械陀螺，利用其中的梳齿驱动器，谱分析仪使用的是 HP35670A 动态信号分析仪。为了比较常规的 DC+AC 方案和半频驱动方案，实验采用了同一传感器，使用完全相同的放大解调电路，交流信号发生电路也相同，唯一不同的是驱动方案和交流电压频率，驱动方案的切换在硬件上通过跳线端子，软件上则是更改 DSP 程序。

图 6-5 是用动态信号分析得到的驱动电压上的噪声谱密度，其中的尖峰是工频干扰造成的。图中可明显的看出噪声谱不是白噪声，而是随频率降低谱密度变强的 $1/f$ 噪声。

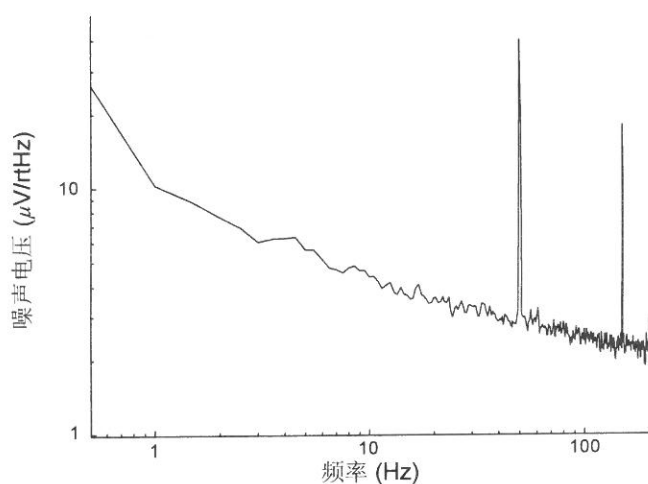


图 6-5 驱动电压低频端噪声谱

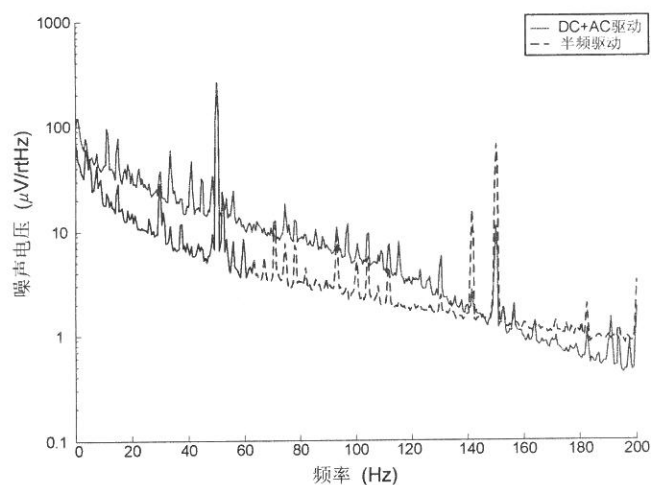


图 6-6 两种驱动检测输出噪声谱比较

图 6-6 所示为噪声谱显示了两种驱动方案在相同振幅下，输出信号噪声谱对比，噪声谱上的尖峰为工频干扰影响。图中的实线所示 DC+AC 方式的输出位移的噪声谱密度反映了驱动力噪声的特性，可见其谱密度也具有 $1/f$ 性质，低频段噪声谱明显强于高频段，这也从一个侧面证实了驱动电压上的噪声的确是 $1/f$ 噪声。虚线所示为改成半频驱动后驱动轴输出噪声谱，和 DC+AC 方案相比，噪声水平减小了 $1/2 \sim 2/3$ 以上，但输出噪

声谱仍具有 $1/f$ 性质，不过其转折频率明显往低频段转移，可见还有其他 $1/f$ 噪声干扰在其中，不过明显比 DC+AC 方案有所改进。

6.4 陀螺驱动模态闭环

在数字系统中，利用 DSP 产生自激振荡有一定的困难，一方面 DSP 通过中断和高频晶振的时钟可将正弦波的频率定的很准，另一方面，采用定频驱动可获得驱动轴的相位信息以便进行温度补偿，因此闭环方案最终选择了定频驱动的闭环方案，图 6-7 所示的为半频驱动闭环实现的原理框图。

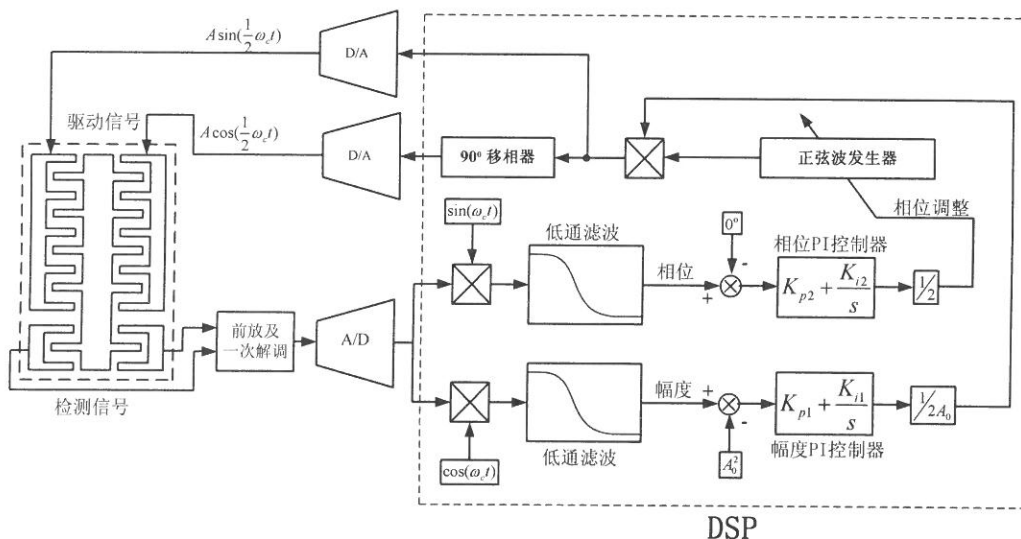


图 6-7 半频驱动闭环原理图

为消除半频驱动中平方关系的影响，可考虑将幅度 A 在设定值 A_0 附近作线性化处理：

$$\Delta A = A - A_0 \approx \frac{A^2 - A_0^2}{2A_0} = \frac{\Delta(A^2)}{2A_0} \quad (6-24)$$

因此可得到一个幅度调整因子用于实现近似线性化。

另外，由于半频驱动的驱动电压相位反映到驱动力的相位关系为：

$$U_1 = A \cos\left(\frac{1}{2} \omega_c t + \phi_c\right), \quad U_2 = A \sin\left(\frac{1}{2} \omega_c t + \phi_c\right) \Rightarrow$$

$$F = K_s A^2 \cos(\omega_c t + 2\phi_c) = K_s A^2 \cos(\omega_c t + \phi_d) \Rightarrow$$

$$\phi_c = \frac{1}{2} \phi_d \quad (6-25)$$

其中 ϕ_c 为控制电压的相位， ϕ_d 为驱动力的相位

为了消除稳态误差，一个简单的 PI 控制器被用于系统的闭环实现。PI 控制器连续形式和离散形式^[1]如下所示：

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (6-26a)$$

$$C(z) = \frac{K_p - (K_p - K_I T)z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (6-26b)$$

其中 T 为采样时间间隔

在前述理论基础中已经推导出了近似的幅度和相位传递函数，由于系统简化成一阶系统后，其闭环控制变得相对容易实现，但要注意将相位裕量留大些，因为在解调过程中，解调算法和低通滤波器都会造成系统的相位滞后。另外，由于采样频率和驱动频率之间满足： $f_s > 20f_c$ ，因此系统控制器的设计完全可以先对连续系统进行设计然后采用式（6-26b）转换为离散形式在 DSP 中实现。

当系统近似线性化后并将所有的比例系数折算到开环增益中后的传递函数方块图如图 6-8 和图 6-9 所示。

幅度环：

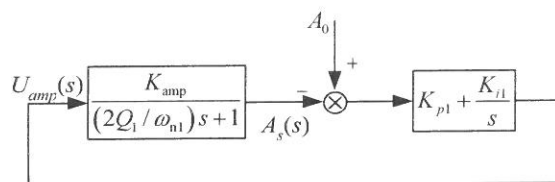


图 6-8 幅度闭环系统方块图

相位环：

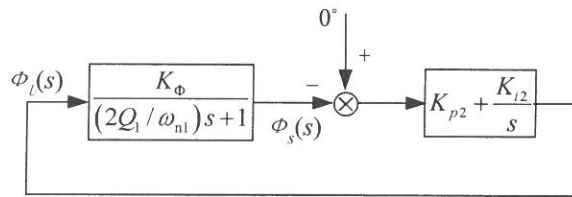


图 6-9 相位闭环系统方块图

以幅度闭环为例，实测一微机械陀螺的大气下驱动轴特性为：
 $\omega_{n1} = 2\pi 1490(\text{rad/s})$ ， $Q=33$ ，环路的幅度总增益为 $K_{\text{amp}} \approx 3750$ ，采样速率为
 57KHz，根据式（6-12）可得到其开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K_{\text{amp}}}{(2Q_1/\omega_{n1})s+1} = \frac{3750}{0.00705s+1}$$

控制器参数为：

$$C(s) = 2 \times 10^{-5} + \frac{5.7 \times 10^{-3}}{s} \Rightarrow C(z) = \frac{2 \times 10^{-5} - 1.99 \times 10^{-5} z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

幅度闭环前系统的开环幅频特性如图 6-10 所示。

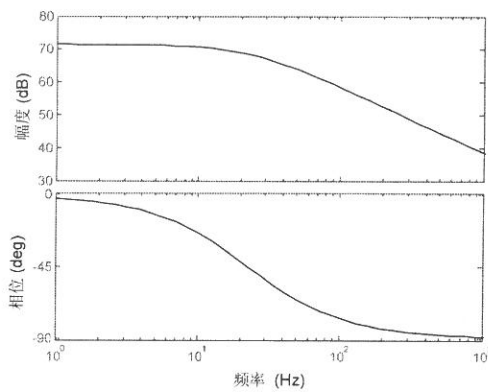


图 6-10 幅度环的开环幅频特性

由此可得到系统闭环传递函数的 bode 图如图 6-11 所示。

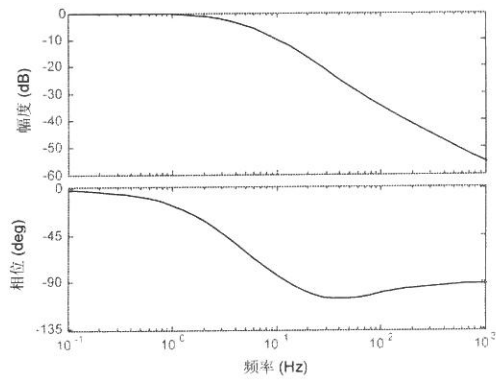


图 6-11 幅度环的闭环幅频特性系统

仿真所显示的系统阶跃响应如图 6-12 所示：

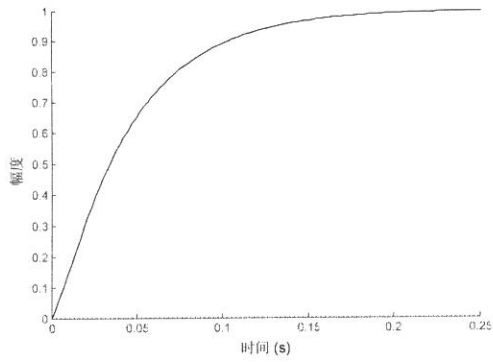


图 6-12 幅度环阶跃响应的仿真结果

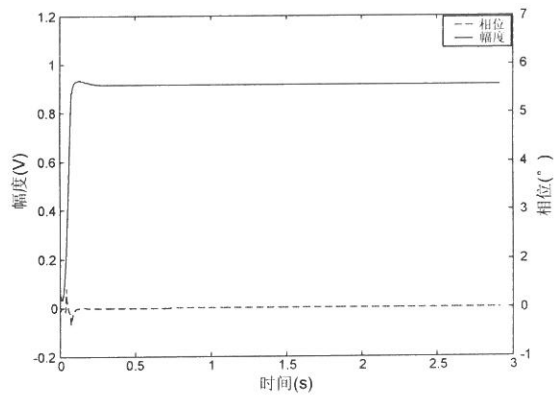


图 6-13 实测的系统上电过程

实测的数字式微机械陀螺系统上电过程如图 6-13 所示。

实验结果和仿真结果对比,可见其阶跃响应的稳定时间都基本相等,为 0.2s 左右,这说明了闭环控制是有效的,但是实测系统的上电过程幅度响应有超调,而仿真结果中没有,这是由于采用了线性化近似的办法去处理电压和驱动力的平方关系,在幅度远未达到设定值时近似公式的计算误差很大,其作用相当于将系统增益减小,从而引起超调;另外,相位环和幅度环两者之间有相互影响,它们并不是独立的,这一方面分析工作希望以后能得到解决。

最后,给出在 DSP 中具体的闭环实现步骤如下:

1. DSP 通过扫频程序得到驱动轴振动的二阶特性曲线,由此可得到其谐振频率 ω_{n1} 和品质因数 Q ,并可得到系统在谐振频率处的总放大倍数 K_a
2. 根据需要的性能以及系统参数,根据式(6-12)和(6-17)分别对幅度和相位进行控制器设计,并将控制器数字化
3. 调整 DSP 程序,实现闭环控制

由此可见,闭环控制在 DSP 系统中的实现变得相当容易,适当的加以改进即可实现完全自动的操作。

6.5 小结

本章主要对微机械陀螺的半频驱动及其闭环实现进行了理论分析,并通过实验结果进行了验证。

在噪声分析上,理论推导表明半频驱动可将 $1/f$ 噪声中的低频段转移到工作频率的 $1/2$ 处,而 $1/f$ 噪声中大噪声谱密度就在低频段,从而达到改善驱动性能的目的。同时,经过和常规的 AC+DC 方案对比实验,证实了半频驱动的确能减小驱动轴输出的低频段噪声,从而验证了半频驱动的有效性。半频驱动方式是本论文的一个创新点,为今后实现力平衡闭环提供了一个很好的驱动方案。

在驱动轴闭环实现上,首先从理论上推导了驱动力的幅度和相位到陀螺振动的幅度和相位之间的传递函数,指出了驱动力的相位到陀螺振动的

相位不能按简单的比例关系计算，而是一个一阶系统，并在数字式微机械陀螺中，给出了定频驱动的闭环方案，实现了陀螺的驱动轴闭环，上电过程显示，系统能在 0.2s 内完成闭环过程，进一步显示数字解决方案在系统闭环上的优势。

第七章 数字系统性能测试及温度补偿实验

7.1 引言

本章主要对数字式微机械陀螺进行了性能测试,给出了测试方法和所采用的实验装置,并利用 Allan 方差给了陀螺所达到的性能指标,最后对无温度传感器进行温度补偿的方案给出了实验结果和结论。

7.2 数字式微机械陀螺性能测试

7.2.1 数据处理方法——Allan方差分析方法

Allan 方差^[79]最早是用来分析振荡器频率稳定性的一种时域分析技术,后来逐渐为激光陀螺和光纤陀螺所采用,利用 Allan 方差可方便的从测量数据中获取其中各随机过程的特征。Allan 方差方法适用于各种仪器的噪声特性研究,目前,该技术也开始用于微机械陀螺的噪声特性研究。

Allan 方差方法认为数据的不确定性都来自于各不同噪声源的各自特征,因此从测量数据可以估计出每个噪声源的协方差幅度,Allan 方差的具体方法如下:

设得到的陀螺测量数据为 $\Omega(n)$, n 从 1 到 N , 采样周期为 τ_0 , 将陀螺的数据分别按长度 $\tau_0, 2\tau_0, \dots, m\tau_0, \dots, k\tau_0 (k \leq N/2, 1 \leq m \leq k)$ 对 $\Omega(n)$ 进行分组得到如下 k 组新数据:

$$\begin{aligned} \tau_0: & \{\{\Omega(1)\}, \{\Omega(2)\}, \dots, \{\Omega(N)\}\} \\ 2\tau_0: & \{\{\Omega(1), \Omega(2)\}, \{\Omega(3), \Omega(4)\}, \dots, \{\Omega(2 \cdot [N/2]-1), \Omega(2 \cdot [N/2])\}\} \\ & \dots \\ k\tau_0: & \{\{\Omega(1), \dots, \Omega(k)\}, \{\Omega(k+1), \dots, \Omega(2k)\}, \dots, \{\Omega(k \cdot [N/k]-k+1), \dots, \Omega(k \cdot [N/k])\}\} \end{aligned} \quad (7-1)$$

其中 $[\]$ 表示取整操作

对每种分组方式中的各段求平均,可得到 k 组做局部平均处理后的数据

$$\begin{aligned} \tau_0: & \{\bar{\Omega}_1(1), \bar{\Omega}_1(2), \dots, \bar{\Omega}_1(N)\} \\ 2\tau_0: & \{\bar{\Omega}_2(1), \bar{\Omega}_2(2), \dots, \bar{\Omega}_2([N/2])\} \\ & \dots \\ k\tau_0: & \{\bar{\Omega}_k(1), \bar{\Omega}_k(2), \dots, \bar{\Omega}_k([N/k])\} \end{aligned} \quad (7-2)$$

于是, Allan 方差定义为分组时间长度 $i\tau_0$ 的函数, 其函数值为式 (7-2) 中各组数据的方差, 计算公式可表述如下

$$\begin{aligned}\sigma^2(\tau) &= \sigma^2(m\tau_0) = \text{Var}\{\bar{\Omega}_m(1), \bar{\Omega}_m(2), \dots, \bar{\Omega}_m([N/m])\} \\ &= \frac{1}{2(m-1)} \sum_{j=2}^{[N/m]} (\bar{\Omega}_m(j) - \bar{\Omega}_m(j-1))^2\end{aligned}\quad (7-3)$$

Allan 方差和双边功率谱密度函数 $S_\Omega(f)$ 之间的关系可用下式表述:

$$\sigma^2(\tau) = 4 \int_0^\infty S_\Omega(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (7-4)$$

对于陀螺性能参数而言, 比较关心的是其角度随机游走、偏置稳定性、速率斜坡, 下面分别阐述。

1. 角度随机游走

角度随机游走其数学模型可表示为一个白噪声的积分过程, 其功率谱密度为:

$$S_\Omega(f) = K_{rw}^2 \quad (7-5)$$

其中 K_{rw} 为角度随机游走系数

利用式 (7-4) 对式 (7-5) 积分可得到

$$\sigma^2(\tau) = \frac{K_{rw}^2}{\tau} \quad (7-6)$$

2. 偏置稳定性

偏置不稳定的噪声来源于电子器件或其他元件的闪烁噪声, 由于其低频变化的特性, 使输出表现为起伏波动特性, 一般 $1/f$ 噪声性质, 其功率谱密度可表为:

$$S_\Omega(f) = \begin{cases} \left(\frac{B^2}{2\pi}\right) \frac{1}{f} & f \leq f_0 \\ 0 & f > f_0 \end{cases} \quad (7-7)$$

其中 B 为偏置稳定性系数, f_0 为截止频率

同样，根据式（7-4）可得到这种类型噪声的 Allan 方差为：

$$\sigma^2(\tau) = \frac{2B^2}{\tau} \left[\ln 2 - \frac{\sin^3 x}{2x^2} (\sin x + 4x \cos x) + C_i(2x) - C_i(4x) \right] \quad (7-8)$$

其中： $x = \pi f_0 \tau$ ， C_i 为余弦积分函数： $C_i(z) = - \int_z^{+\infty} \frac{\cos(t)}{t} dt$

3. 速率斜坡

速率斜坡可能产生的原因可能是一个长时间存在的干扰源，例如非常小加速度或者发热器件，它可表述为：

$$\Omega = Rt \quad (7-9)$$

其中 R 为速率斜坡系数

直接根据 Allan 方差的定义计算速率斜坡的公式为：

$$\sigma^2(\tau) = \frac{R^2 \tau^2}{2} \quad (7-10)$$

所有噪声的 Allan 之和可用下式合成：

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{rw}}^2 + \sigma_{\text{bs}}^2 + \sigma_{\text{rr}}^2 + \dots \quad (7-11)$$

可得到总 Allan 方差分析结果如图 7-1 所示。这样就可以依据该图对数据进行分析处理，一次得到所有的噪声特性。

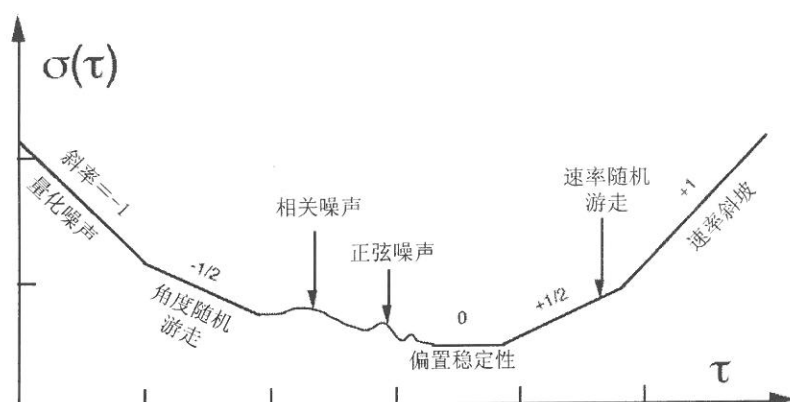


图 7-1 Allan 方差分析结果

7.2.2 驱动轴和检测轴特性测试

测试条件：线振动式微机械陀螺表头，数字式微机械陀螺电路，带 JTAG 调试接口的 DSP 仿真器，大气条件下测试。

测试电路如图 7-2 所示。

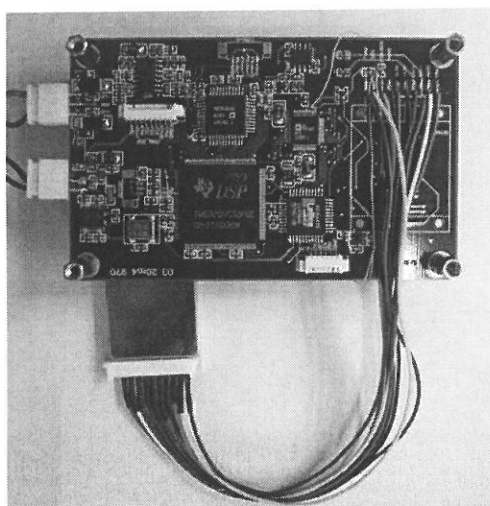


图 7-2 数字式微机械陀螺测试电路照片

1. 半频驱动方式下驱动轴幅频和相频特性

测试方法：采用半频驱动方式驱动陀螺。编制 DSP 扫频程序，利用 JTAG 调试接口将程序下载到陀螺电路中，频率变化步长为 2Hz，扫频范

围 800Hz~2852Hz，驱动电压幅值为 12V，对驱动轴的输出信号进行幅值和相位解调。

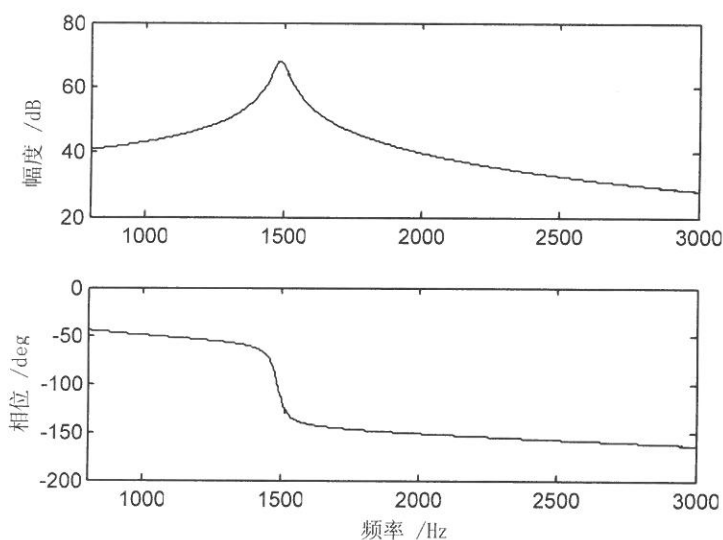


图 7-3 陀螺驱动轴频率特性

测量结果如下：

如图 7-3 所示，谐振峰值：68.40dB，谐振频率：1489.90Hz，谐振相位：-99.56°，谐振峰值-3dB 处频率为：1461.91Hz/1506.61Hz，由此可得到品质因数为：

$$Q = \frac{1489.90}{1506.61 - 1461.91} \approx 33.33$$

图 7-3 中，谐振峰对应的相位并不是 -90°，而是 -99.56°，这个 -9.56° 的滞后主要是由于硬件电路和解调软件引起的。驱动环路在 DA 变换输出后经过了一个低通滤波器，这个低通滤波器对驱动电压造成了一定的相移，而前置放大器也会对输出信号产生相移，最后在 DSP 内部的解调过程，解调算法和数字低通滤波器都会对计算结果造成相移，因此利用 DSP 电路进行扫描得到的这个频谱特性不仅仅是陀螺表头本身的频谱特性，而是包含了表头、驱动电路、检测电路和解调算法的总频谱特性。因此，利用数字式微机械陀螺电路本身进行扫频的结果更能准确的反映整个系统

的频谱特性，从而可以为将来实现自标定、自校准技术提供准确的系统信息。

2. 半频驱动的交流电压幅值和驱动轴输出幅值的关系

测试方法：采用半频驱动方式驱动陀螺。DSP 程序下载到数字式机械陀螺电路中，通过 DAC 产生两路相差 90° 、频率为 $f_c=1490\text{Hz}$ 的正弦波驱动陀螺，并通过仿真器在线更改不同驱动电压，驱动电压变化范围从 1.5V 到 12.75V。利用 DSP 内部的程序进行解调计算得到陀螺的振幅。

测量结果如表 7-1 和图 7-4 所示。

交流电压振幅单位：V，驱动轴振幅解调输出单位：V

表 7-1 交流电压振幅和驱动轴振幅

驱动增益	1.5	2.25	3	3.75	4.5	5.25	6	6.75
陀螺振幅	0.01233	0.02718	0.04957	0.07743	0.1113	0.1507	0.1969	0.2492
驱动增益	7.5	8.25	9	9.75	10.5	11.25	12	12.75
陀螺振幅	0.3080	0.3721	0.4425	0.5186	0.6002	0.6871	0.7785	0.8754

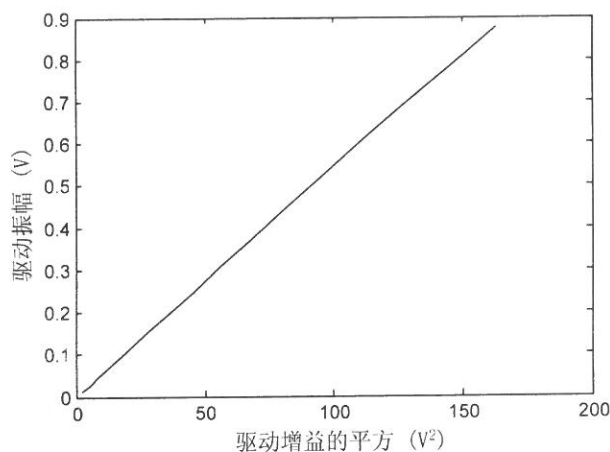


图 7-4 驱动增益平方和驱动振幅的关系

从驱动电压振幅的平方到驱动增幅的关系如果经过线性拟合，可得到非线性度为 0.25%，于是驱动电压的平方到驱动振幅的关系可认为是线性的，从而验证了半频驱动的电电压和驱动振幅的关系式（6-20）。

3. 驱动轴到检测轴的耦合

测试方法：采用半频驱动方式驱动陀螺。加载扫频程序到 DSP 电路中，频率变化步长为 2Hz，扫频范围 800Hz~2852Hz，驱动电压幅值为 12V，陀螺静止放置，对检测轴的信号进行幅度和相位解调。

测试结果如图 7-5 所示。谐振峰值：90.43dB，谐振频率：1489.90Hz，谐振峰值-3dB 处频率：1462.77Hz/1507.57Hz，由此可得品质因数为：

$$Q = \frac{1489.90}{1507.57 - 1462.77} \approx 33.26$$

因此陀螺的检测轴的谐振峰、谐振频率和品质因数都基本和驱动轴一致，由于检测轴的 Q 值低，因此检测轴的谐振峰主要反映了是驱动轴的谐振峰特性。

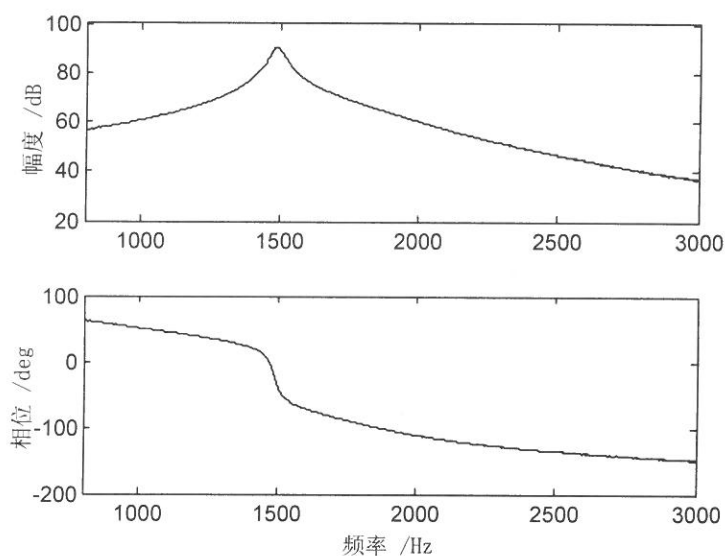


图 7-5 驱动轴到检测轴的耦合

如果陀螺驱动轴和检测轴完全正交，那么当没有角速度输入时，检测轴应该没有振动信号，但实际上由于工艺误差，驱动轴和检测轴并不能保证正交，驱动轴的运动或力就会耦合到检测轴上，这样即使在没有角速度输入的情况下，检测轴也会运动。从这个陀螺的测试数据看，当陀螺工作

在谐振点附近时，由耦合信号造成的检测轴正交分量输出折合成角速率输入约为 $1500^{\circ}/s$ 。

7.2.3 半频驱动和DC+AC驱动方案的对比实验

测试条件：线振动式微机械陀螺表头，数字式微机械陀螺电路，带 JTAG 调试接口的 DSP 仿真器，HP35670A 动态信号分析仪，大气条件下测试。

测试方法：利用陀螺的梳齿驱动电路，陀螺电路上有跳线端子可由 DC+AC 驱动方案切换到半频驱动方案。为尽量保证客观性，通过调节两种方案中的交流电压增益以保证不同方式下陀螺的振幅基本相等。为观察两种驱动方案上的 $1/f$ 噪声，使用 HP35670A 动态信号分析仪对驱动电压进行频谱分析，测量其低频噪声谱，对于 DC+AC 方案由于测量带宽较大时会受直流分量影响而使低频噪声测不准，因此带宽限制在 100Hz 内进行测量。为对比驱动轴振幅上的噪声，在 DSP 中，通过解调程序将驱动轴解调结果从一个 DAC 通道输出，利用动态信号分析仪进行谱分析，进行对比实验。

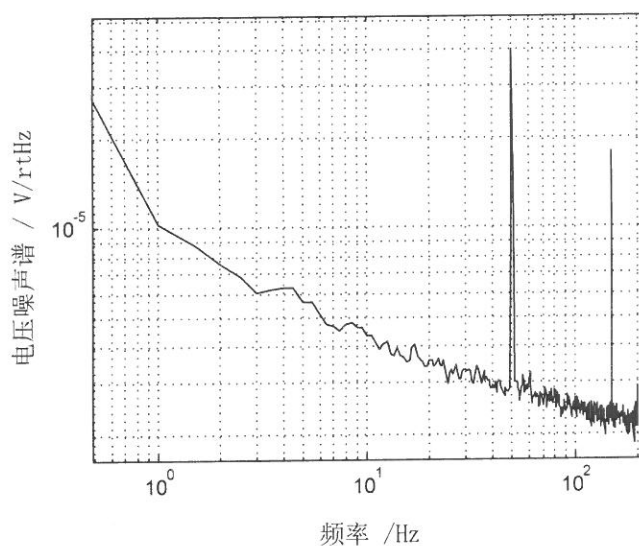


图 7-6 DC+AC 方案驱动电压噪声谱

图 7-6 为 DC+AC 驱动方案上的驱动电压噪声谱, 图 7-7 为半频驱动方案的驱动电压噪声谱, 注意由于带宽不同, 由动态信号分析仪扫描出来的噪声谱仅对当前带宽具有相对意义, 不能在绝对数值上比较两幅噪声谱。由图可知, 两个噪声谱的低频段噪声都明显增加, 且频率越低噪声谱密度越强, 这说明在驱动电压的低频段的确存在 $1/f$ 噪声。

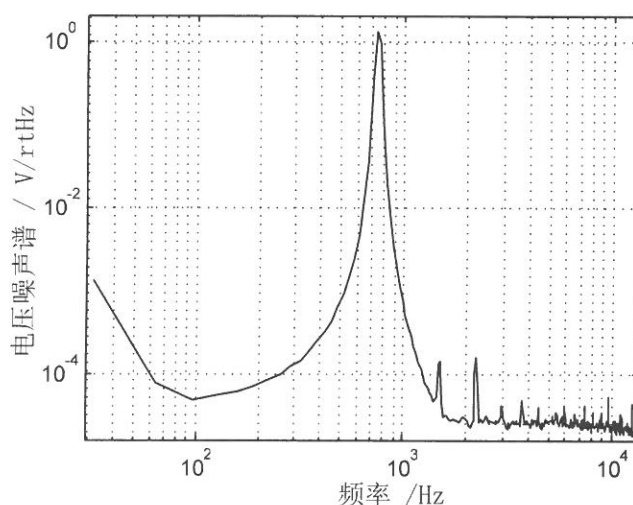


图 7-7 半频驱动方案驱动电压噪声谱

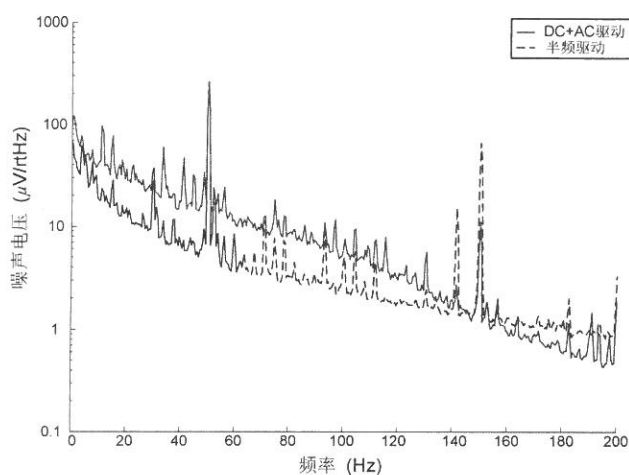


图 7-8 两种方案的驱动轴解调输出噪声谱

图 7-8 是对 DAC 输出的驱动轴幅值解调结果的频谱分析对比, 实线所示为 DC+AC 方案的驱动轴振幅噪声谱, 可见其振幅解调结果的噪声呈现出 $1/f$ 噪声性质, 虚线为半频驱动方案的驱动轴振幅噪声谱, 尽管在低频段噪声仍有 $1/f$ 噪声性质, 但半频驱动的 $1/f$ 噪声截止频率明显要比 DC+AC 方案的低, 且低频段噪声比 DC+AC 驱动方案小 $1/2 \sim 2/3$ 左右。

因此, 实验结果证实了驱动电压上的确存在 $1/f$ 噪声, 解调结果对比验证了半频驱动可有效抑制驱动电压中的低频噪声。

7.2.4 陀螺性能指标测试

测试条件: 线振动式微机械表头, 大气条件, 数字式微机械陀螺电路, 带 JTAG 调试接口的 DSP 仿真器, 转台, HP35670A 动态信号分析仪, Agilent 34401A 六位半数字万用表, 大气条件下测试。

测试内容包括

- 标度因子
- 噪声谱密度 (随机游走)
- 偏置稳定性
- 量程

1. 标度因子测试

测试方法: 通过 DSP 仿真器将编制的程序烧录到陀螺电路的 Flash 内存中, 放置在转台内进行测量。为消除偏置不稳带来的误差, 在待测角速度下, 让转台正转和反转各一次测出陀螺输出电压, 两次电压相减除 2 得到的平均值该转速下的陀螺输出。测试范围为 $20^\circ/\text{s} \sim 160^\circ/\text{s}$, 数据测量通过 Agilent 34401A 数字万用表读出。

测试结果如表 7-2 和图 7-9 所示。

经过最小二乘法线性拟合得到直线斜率 $7.25\text{mV}/(^\circ/\text{s})$, 残差序列的 RMS 值为 $0.5572^\circ/\text{s}$, 因此有:

标度因子: $7.25\text{mV}/(^\circ/\text{s})$

$$\text{非线性度: } \frac{0.5572^\circ / s}{160^\circ / s} \approx 0.348\%$$

由于转台在 $80^\circ/s \sim 100^\circ/s$ 范围内发生谐振, 因此这两点数据受转台振动产生的加速度影响很大, 若去除这两点数据则非线性度提高到 0.06% 。

另外, 关于测试范围仅到 $160^\circ/s$ 是由于 DAC 的输出范围有限, 如果直接使用 RS232 接口输出数字信号则量程可以很大。

表7-2 标度因子测试

速率 ($^\circ / s$)	正转 (V)	反转 (V)	输出电压 (V)
20	1.2716	1.5598	0.1441
40	1.1251	1.7034	0.2892
60	0.9794	1.8465	0.4336
80	0.8322	2.0013	0.5845
100	0.6755	2.1447	0.7346
120	0.5464	2.2831	0.8684
140	0.3966	2.4269	1.0152
160	0.2499	2.5667	1.1584

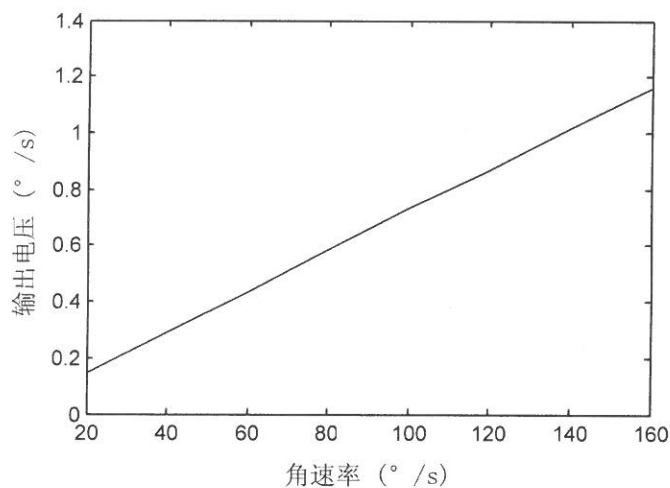


图 7-9 标度因子测试结果

2. 输出噪声

测试方法: 陀螺静止放置, 使用 HP35670A 对 DAC 输出的陀螺信号进行频谱分析, 可得到陀螺输出的噪声谱密度。

谱分析结果如图 7-10 所示，在 100Hz 以内输出的白噪声为 $53.1\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，因此陀螺的输出噪声为

$$\frac{53.1\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}}{7.25\text{mV}/^\circ/\text{s}} \approx 0.00732^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}} = 26.4^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{Hz}}$$

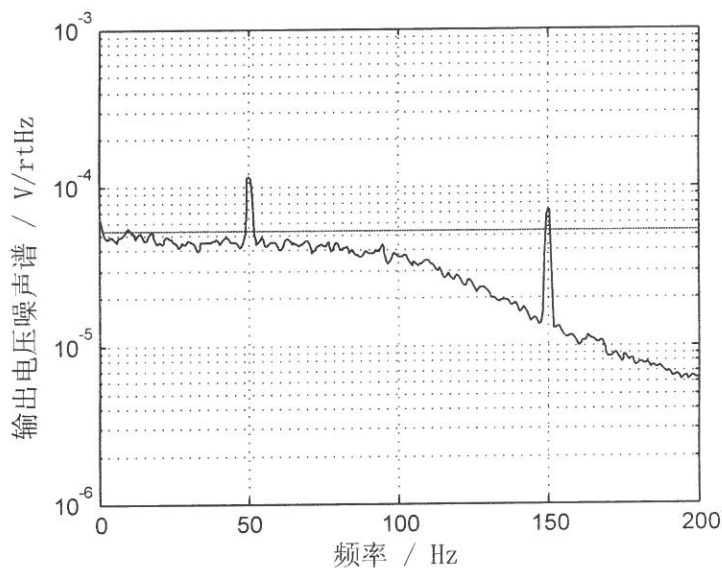


图 7-10 陀螺输出噪声谱

3. 偏置稳定性

测试方法：将陀螺静止放置，使用 Agilent 34401A 六位半数字万用表测量 1 个半小时左右的陀螺输出，根据 7.2.1 小节所述的 Allan 方差方法得到陀螺的偏置稳定性。

测试结果如图 7-11 所示。

对比图 7-1，可由图中的最低点可读出：

偏置稳定性为 $31.3^\circ/\text{h}$

速率斜坡为： $4.30^\circ/\text{s}/\text{h}$

可见速率斜坡是相当大的，这里面一个主要的原因就是电路板的温度缓慢上升所产生的影响，而测试的陀螺未经过温度补偿。

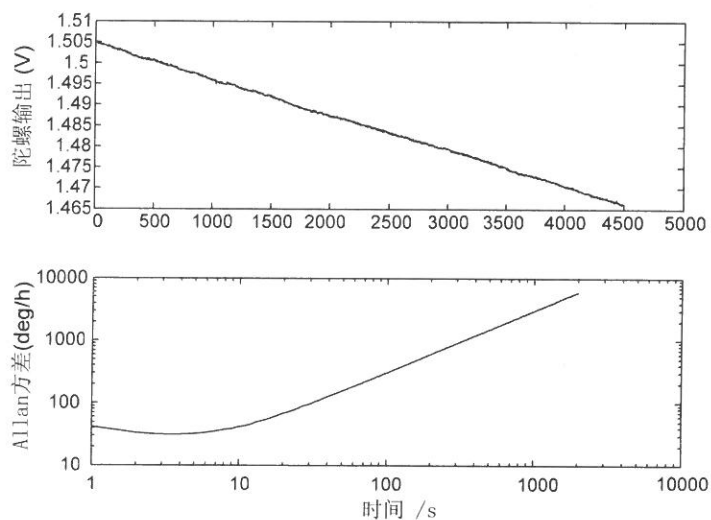


图 7-11 输出偏置的 Allan 方差图

未经过温度补偿的数字式微机械陀螺性能指标总结如下

表 7-3 未经过温度补偿的陀螺性能

工作气压	标度因子	非线性度	噪声水平	偏置稳定性	速率斜坡
大气	7.25mV/(°/s)	0.348%	26.4°/h/√Hz	31.3°/h	4.30°/s/h

7.3 温度补偿实验【注3】

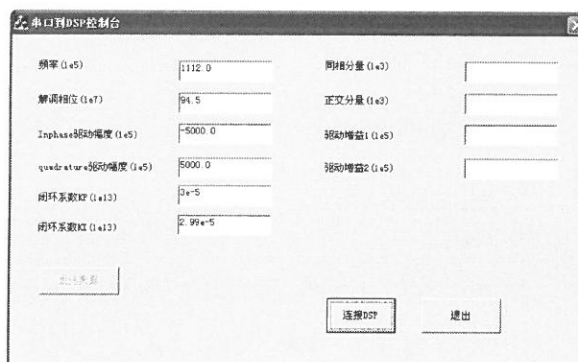


图 7-12 RS232 接收和参数修改软件

【注3】本节工作由于时间仓促，完整的性能测试还未完成，仅原理验证实验

测试条件：线振动式陀螺表头，数字式微机械陀螺电路，温控箱，计算机及数据接收程序，接收程序如图 7-12 所示。

7.3.1 温控箱实验

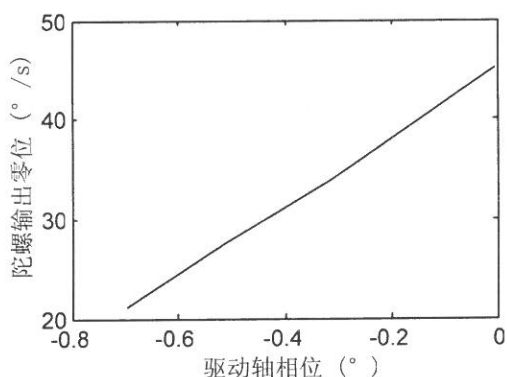
测试方法：将带有 RS232 收发功能的程序下载到陀螺电路，调整温控箱温度为 26℃、28℃、30℃、35℃时，通过 RS232 口将陀螺的各项数据传送到计算机。

测试数据如表 7-4 所示。

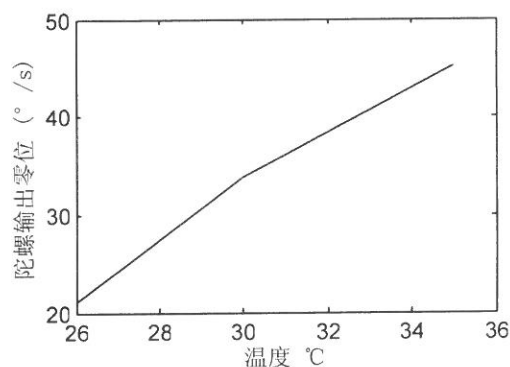
表 7-4 温控箱实验

温度/℃	26	28	30	35
测试项				
驱动轴相位(°)	-0.6961	-0.5126	-0.3157	-0.00422
陀螺零位(°/s)	21.21	27.48	33.88	45.20

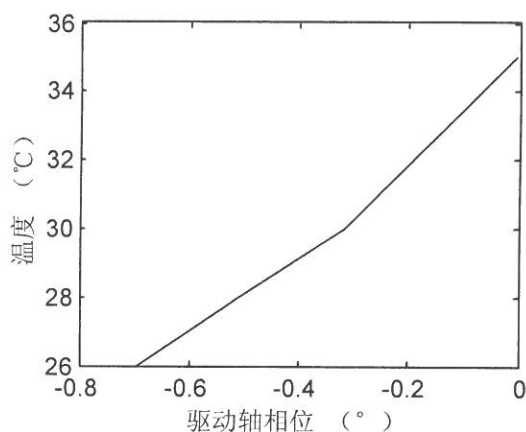
根据表 7-4 可作出图 7-13 的各变量之间关系图。



(a) 驱动轴相位—陀螺输出关系



(b) 温度—陀螺输出关系



(c) 温度—驱动轴相位关系

图 7-13 温控箱实验

也即温度变化 9°C ，陀螺驱动轴相位漂移了 0.6919° ，输出零位漂移了 $23.99^{\circ}/\text{s}$ 。分别作出驱动轴相位—陀螺输出与温度—陀螺输出关系曲线如图 7-13 所示。可对温度 T 和驱动轴相位 P 进行线性拟合得到：

$$T = 12.961P + 34.703 \quad (7-12)$$

由第二章公式可知当驱动相位取弧度时，它和温度之间的系数为 $1/(\kappa_{ET}Q_1)$ ，则若驱动相位按照角度计算时系数换算为 $\pi/(180 \cdot \kappa_{ET}Q_1)$ ，将 $Q_1 = 33.33$ ， $\kappa_{ET} \approx 50\text{ppm}$ 代入，可计算得到理论值为 $\pi/(180 \cdot 50 \times 10^{-6} \cdot 33.33) \approx 10.47$

和式 (7-12) 拟合得到的数据相比，由于实际硅材料的弹性模量温度系数在 $25 \sim 75\text{ppm}$ ，在误差范围内可认为实验值和理论值相符。

另外，从图 7-13 中也可看出温度同陀螺输出偏置之间的关系有明显的非线性存在，而陀螺的驱动轴相位和陀螺输出偏置之间线性度却很好，这一点直接验证了第二章中的结论，即驱动轴相位与使用外部温度传感器相比更能反映陀螺表头的实际温度，利用驱动轴相位对陀螺进行温度补偿是可行的。

7.3.2 降温实验——温度补偿的快速标定办法

如果使用温控箱对陀螺进行温度补偿，那么由于温度平衡过程很慢，因此费时费力，从而导致陀螺的生产成本增加、效率降低，为此这里提出了一种快速的温度补偿办法。

通过温控箱的温控实验，有理由相信在一个温度慢变过程中，陀螺的驱动轴相位会和陀螺的输出偏置一直保持一个线性关系。为此考虑使用一个快速加热源，例如热风枪、烫发吹风机，升温到一定程度，然后停止加热，等待陀螺冷却，此时，利用数字式微机械陀螺的 RS232 口将陀螺的数据发送到计算机，根据驱动轴相位和陀螺输出偏置进行拟合，得到温度补偿的参数，然后通过 RS232 接口将修正后的参数下载到 DSP 中，完成温度补偿过程。整个补偿过程的流程如图 7-14 所示。

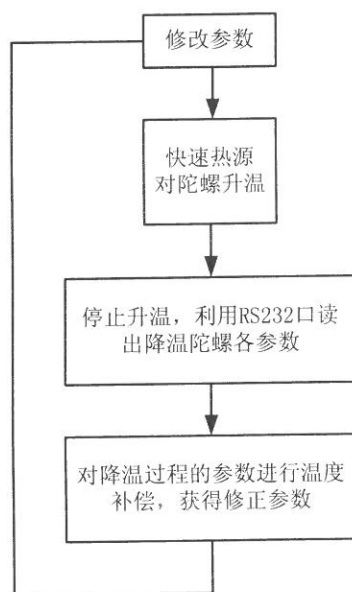


图 7-14

下面的降温实验将对该方案进行验证。

测试方法：利用热风枪加热对数字式微机械陀螺加热，丢弃因升温段温度瞬态过程及因吹热风造成的加速度干扰造成的不稳定数据段，取降温过程数据进行驱动相位和陀螺输出偏置之间的一次线性拟合，修正温度变化，观察残差峰峰值。

测试结果：

图 7-14 和图 7-15 分别为陀螺输出偏置和驱动轴相位在快速升温和慢速降温实验中的变化曲线，从两幅图可看出两者有很强的相关性。

由图 7-15，并根据式 (7-12) 可大致估计出加热过程的温度变化范围为 $22.5 \sim 62.9^{\circ}\text{C}$ ，而陀螺输出的偏置变化了大约 $122^{\circ}/\text{s}$ 。

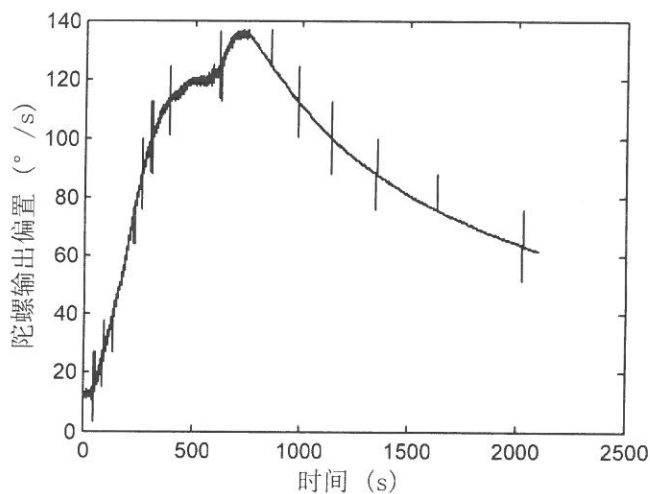


图 7-15 陀螺输出偏置的快速升温、慢速降温过程

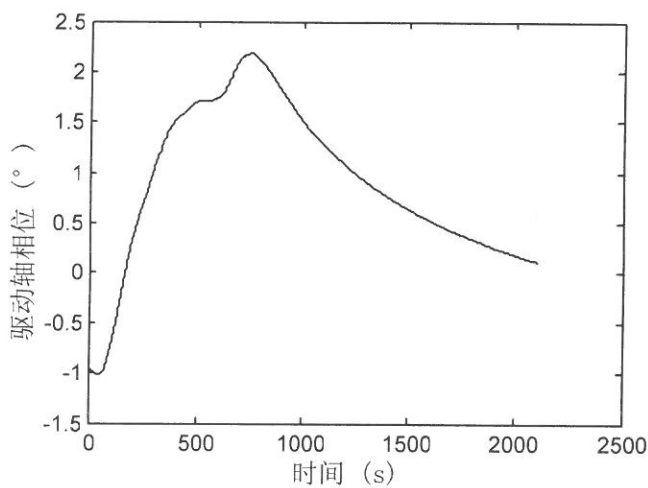


图 7-15 驱动轴相位的快速升温、慢速降温过程

考虑取 790s 之后的降温过程数据，并去除因环境参数扰动造成的陀螺输出小尖刺，可绘出驱动轴相位—陀螺零位的关系如图 7-16 所示。同样利用式 (7-12)，可知一次降温过程，陀螺内部温度大约从 62.42℃ 下降到了 36.19℃ 左右，陀螺的输出零位总共变化了 70.17°/s。采用一次线性拟合可得到：

$$B = 34.59P + 58.533$$

拟合后的降温过程陀螺输出偏置的残差如图 7-17 所示。残差变化范围在 $0.95 \sim -1.25^\circ/\text{s}$ 之间，其偏置温度稳定性为 $0.462^\circ/\text{s}$ 。

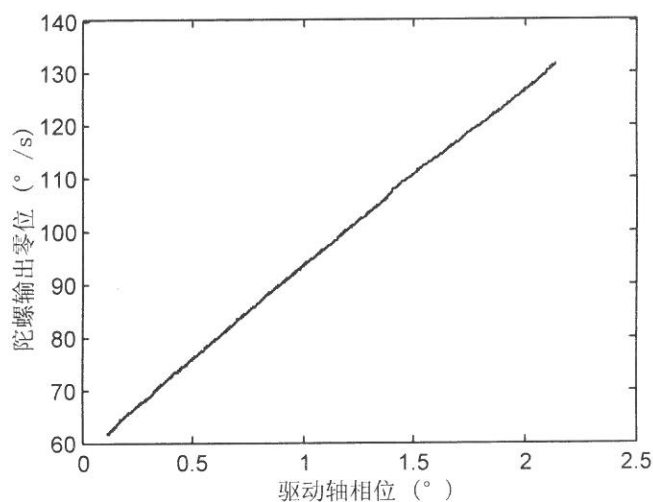


图 7-16 降温过程驱动轴相位和陀螺零位关系

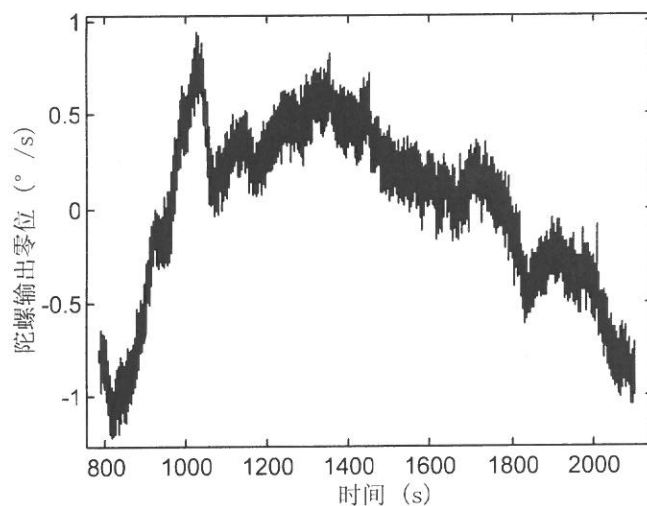


图 7-17 温度补偿后的降温过程残差

由此可知，采用快速升温然后降温补偿的办法是可行的，同时再次验证了以驱动轴相位代替温度传感器来补偿陀螺输出偏置是切实可行的方案，其线性关系很好，是一种“结构内温度传感器”。

7.3 小结

本章报告了 DC+AC 驱动和半频驱动方案下陀螺驱动电压上的噪声谱分析结果，验证了加载到陀螺上的驱动电压具有 $1/f$ 噪声性质，并通过两种驱动方案下驱动轴的幅度解调结果对比验证了半频驱动可消除低频段 $1/f$ 噪声的作用。

对采用驱动轴相位作为“结构内温度传感器”的作用进行了实验验证，实验结果表明驱动轴相位和陀螺的输出偏置之间随温度变化的关系线性度很好，是对陀螺的偏置进行温度补偿的有效手段。利用这一原理，给出了快速温度补偿的方案，并给出了补偿结果，结果表明，温度补偿后的降温过程，在约 $36.2^{\circ}\text{C} \sim 62.4^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内，陀螺的偏置温度稳定性为 $0.462^{\circ}/\text{s}$ 。

对陀螺在无温度补偿条件下进行了性能测试，测试结果表明，陀螺在大气下，100Hz 带宽内，可达到噪声水平为 $26.4^{\circ}/\text{h}/\sqrt{\text{Hz}}$ ，偏置稳定性为 $31.3^{\circ}/\text{h}$ 。

第八章 结 论

8.1 论文主要工作总结

本论文的主要目的是研究微机械陀螺的数字化技术,包括力学模型分析、硬件电路设计、软件算法设计、驱动控制技术研究、温度补偿技术研究。在这些方面研究的基础上,使用线振动式的陀螺表头,在国内首次实现了数字输出的微机械陀螺样机,在大气封装下达到 100Hz 带宽噪声水平为 $26.4^{\circ}/h/\sqrt{\text{Hz}}$, 偏置稳定性为 $31.3^{\circ}/h$, 在约 $36.2^{\circ}\text{C}\sim 62.4^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内,通过温度补偿的陀螺偏置温度稳定性为 $0.462^{\circ}/s$, 该性能指标基本等同于目前国际上报道的数字输出的微机械陀螺指标。论文工作进一步推进了微机械陀螺的工程化研究,这种性能指标的微机械陀螺已可满足大多数民用需求,并能胜任于战术武器系统,同时为微机械陀螺的研究工作提供了更多的灵活性、方便性,为解决更复杂的设计和进一步提高陀螺性能提供了很好的解决方案。

论文推导了振动轮式和线振动式微机械陀螺的动力学方程,给出了陀螺动力学的统一表达式;针对陀螺的误差来源进行了分析,并主要分析了陀螺的温度特性,证明了结构尺寸受温度产生的变化对陀螺输出影响很小;温度对结构弹性模量的影响是陀螺输出受温度影响的一个主要因素;给出了温度对驱动轴运动的振幅、相位表达式,温度对检测轴运动的相位表达式;指出可以由驱动轴的相位信息直接反映陀螺表头的温度特性,以进行陀螺的温度补偿,从理论和实验上论证了无温度传感器实现温度补偿的可行性和有效性。采用这一温度补偿技术后大大提高了陀螺输出偏置的温度稳定性,并减小了硬件电路的复杂度。

论文对比了模拟式微机械陀螺和数字式微机械陀螺的优缺点,指出了在设计高精度、高稳定性的陀螺上采用数字化方案的必要性,并确定了数字化技术实现的总体方案为 ADC+DSP+DAC 方案。

论文进行了数字式微机械陀螺的硬件电路研究,通过分析对比双载波欠采样解调方案和环形二极管解调方案,确定了硬件电路的前置级方案为

环形二极管解调方案，指出该方案在数字化技术实现上有明显的优势，不仅可减小抗混滤波器、采样保持器、ADC 器件的设计制作难度，还可有效提高信噪比；完成了电路其他相关部分的设计，成功的解决了模拟信号和数字信号之间的相互转换，保证了良好的陀螺检测和解调性能的获得；推导了数字式微机械陀螺系统的精度极限，从理论上证明了数字化技术不会影响陀螺的精度极限，在噪声水平上数字系统完全可以达到和模拟系统相同的性能。

论文确定了系统的软件结构，并建立了系统的信号模型；利用最小均方准则推导了最小均方误差解调（LMSD）算法作为核心的解调算法；根据相同的模型还推导了递归最小方差解调算法（RLSD）和 Kalman 滤波解调（KFD）算法，并对算法进行了仿真和实验对比，证实了三种新算法在噪声水平上均要优于经典的乘法相敏解调；尽管在收敛速度上 LMSD 算法不如 RLSD 和 KFD 算法，但由于该算法在达到稳态时噪声水平和其他两种算法基本相同而计算速度明显优于其他两种算法，因此采用 LMSD 算法综合性能最优。

论文对微机械陀螺的半频驱动及其闭环实现进行了理论分析和实验验证，为今后实现高质量的陀螺力平衡闭环奠定了基础；从理论上推导了驱动力的幅度和相位到陀螺振动的幅度和相位之间的传递函数，指出了驱动力的相位到陀螺振动的相位是一个一阶系统；在数字式微机械陀螺中，给出了定频驱动的闭环方案，实现了陀螺的驱动轴闭环，上电过程显示，系统能在 0.2s 内完成闭环过程。

论文报告了陀螺的不同驱动方案下噪声分析实验结果，在无温度补偿条件下的陀螺性能测试方法和结果；对陀螺进行了温度补偿实验，验证了无温度传感器实现温度补偿的可行性，基于这种补偿技术提出了一种简单、快速的温度补偿办法。

8.2 论文创新点

1. 提出并实现了无温度传感器的温度补偿技术。从理论上推导了驱动轴相位和环境温度的关系，指出可由驱动轴的相位信息直接反映陀螺表

头的温度特性，以进行陀螺的温度补偿；从实验上论证了无温度传感器实现温度补偿的可行性和有效性，并提出了一种无需温控箱的快速温度标定办法。使用这一技术不仅减小了硬件复杂度，而且提高了温度补偿效果，驱动轴相位和陀螺偏置的温度关系更线性，在约 $36.2^{\circ}\text{C} \sim 62.4^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内，通过温度补偿的陀螺偏置温度稳定性为 $0.462^{\circ}/\text{s}$ 。

2. 建立了陀螺信号的数学模型，利用最小均方准则得到了最小均方误差解调（LMSD）算法。实验和仿真结果显示，LMSD 算法相对于经典的乘法解调而言，在 100Hz 带宽内的噪声水平可以降低约 34% ，且算法对数值计算过程的舍入误差不敏感，算法鲁棒性好。

3. 关于陀螺驱动电压上的 $1/f$ 噪声使陀螺振幅的噪声谱呈现出 $1/f$ 噪声性质的实验结果，提出了半频驱动及其闭环方案，对减小驱动电压上的 $1/f$ 噪声等低频段噪声起到了很强抑制作用，为实现陀螺力平衡闭环提供了一种高性能的驱动方案。

8.3 对下一步工作的建议

国际国内对微机械陀螺数字化技术的研究时间并不长，数字技术的引入为微机械陀螺的研究工作提供了更广阔的空间，经过 5 年半来工作中所碰到的和所想到的问题，认为还存在以下几个方面需要进一步实验和研究：

1. 对微机械陀螺的加速度敏感性进行分析和补偿
2. 降低数字式微机械陀螺的功耗，以进一步推进数字式微机械陀螺工程化进程，例如使用 ADC、DAC 以及 ARM 处理器集成的信号综合处理芯片
3. 数字式多表头处理系统，目前的 DSP 计算资源仅使用了 30% 左右，对于处理器资源来说，如果采用通道切换开关，系统足以应付 $2 \sim 3$ 个陀螺表头的分析和计算，从而可降低系统的平均成本和平均功耗
4. 多传感器表头组合。惯性仪表的组合导航系统微型化的一个有效途径即可通过数字系统来实现。

参 考 文 献

- [1] 高钟毓, 王永梁. 机电控制工程. 北京: 清华大学出版社, 1994
- [2] 董景新, 赵长德. 控制工程基础. 北京: 清华大学出版社, 1992
- [3] 张贤达, 现代信号处理, 北京: 清华大学出版社, 1994
- [4] 童诗白. 模拟电子技术基础. 北京: 高等教育出版社, 1988
- [5] A. Gaisser, W. Geiger, T. Link, New digital readout electronics for capacitive sensors by the example of micro-machined gyroscopes, Sensors and Actuators A 97-98, 2002, p557-562
- [6] Geiger W., Folkmer B., Merz J., Sandmaier H., Lang W., A new silicon rate gyroscope, Micro Electro Mechanical Systems, 1998: 615 –620
- [7] Geiger W., Butt W.U., Gaisser A., etc, Decoupled microgyros and the design principle DAVED, Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on , 21-25 Jan 2001: 170 –173
- [8] Xuesong Jiang, Seeger J.I., Kraft M, etc, A monolithic surface micromachined Z-axis gyroscope with digital output, VLSI Circuits, 2000. Digest of Technical Papers. 2000 Symposium on , 15-17 June 2000: 16 –19]
- [9] Ashwin A. Seshia, Roger T. Howe, etc, An integrated microelectromechanical resonant output gyroscope. In Proceedings, 15th IEEE Micro Mechanical Systems Conference, Jan. 20-24 2002.
- [10] Chris C. Painter, Andrei M. Shkel, Active structural error suppression in MEMS vibratory gyroscopes. IEEE, 2002, p1089-1094
- [11] Silicon properties, <http://www.vtt.fi/tte/research/tte6/thinfilms/index.htm>
- [12] R.W. Stewart, An overview of sigma delta ADCs and DAC devices, IEE Colloquium, n217, 1995
- [13] Sasan H. Ardalan, John J. Paulos, An analysis of nonlinear behavior in delta-sigma modulators, IEEE Transactions on circuits and systems, Vol. cas-34, No. 6, June 1987
- [14] Stewart R.W., Pfann, E. Oversampling and sigma-delta strategies for data conversion, IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium, 1999, p 57-62
- [15] Cenk Acar, Andrei M.Shkel, A class of micromachined gyroscopes with increased parametric space, Sensors, 2002. Proceedings of IEEE , 12-14 June 2002, Vol. 2 : 854 -859

- [16] Huikai Xie, Fedder G.K., A CMOS-MEMS lateral-axis gyroscope, Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on , 21-25 Jan 2001 :162 –165
- [17] Byeoung-Leul Lee, Sang-Woo Lee, Kyu-Dong Jung, A de-coupled vibratory gyroscope using a mixed micro-machining technology, Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on, 2001 , Vol. 4: 3412 -3416
- [18] Huikai Xie, Fedder G.K., A DRIE CMOS-MEMS gyroscope, Sensors, 2002. Proceedings of IEEE , 12-14 June 2002, Vol. 2: 1413 –1418
- [19] Seokyu Kim, Byeungleul Lee, Joonyeop Lee, A gyroscope array with linked-beam structure, Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference , 21-25 Jan 2001: 30 –33
- [20] Farrokh Ayazi, Khalil Najafi, A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope, Journal of MicroElectroMechanical Sysytem, VOL. 10, NO. 2, JUNE 2001:169-179
- [21] Bernstein J., Cho S., King A.T., Kourepenis A., Maciel P., Weinberg M., A micromachined comb-drive tuning fork rate gyroscope, Micro Electro Mechanical Systems, 1993, MEMS '93, Proceedings 'An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems'. IEEE. , 7-10 Feb. 1993: 143 -148
- [22] Tanaka K., Mochida Y., Sugimoto S., A micromachined vibrating gyroscope, Micro Electro Mechanical Systems, 1995, MEMS '95, Proceedings. IEEE , 29 Jan.-2 Feb. 1995: 278-281
- [23] Mochida Y., Tamura M., Ohwada K., A micromachined vibrating rate gyroscope with independent beams for the drive and detection modes, Micro Electro Mechanical Systems, 1999. MEMS '99. Twelfth IEEE International Conference on , 17-21 Jan. 1999: 618 –623
- [24] Yamagata Y., Mihara S., Nishioki N., A new fabrication method for microactuators with piezoelectric thin film using precision cutting technique, Micro Electro Mechanical Systems, 1996: 307 –311
- [25] Borenstein J.T., Gerrish N.D., Currie M.T., A new ultra-hard etch-stop layer for high precision micromachining, Micro Electro Mechanical Systems, 1999: 205 -210
- [26] Tang T.K., Gutierrez R.C., Stell C.B., A packaged silicon MEMS vibratory gyroscope for microspacecraft, Micro Electro Mechanical Systems, 1997. MEMS '97, Proceedings, IEEE., Tenth Annual International Workshop on , 26-30 Jan. 1997: 500–505

参 考 文 献

- [27] He G.H., Nguyen C.T., Hui J., etc., A piezoelectric-plate microgyroscope, *Solid State Sensors and Actuators*, 1997: 895 -898 vol.2
- [28] Scott C. Douglas, A Family of Normalized LMS Algorithms, *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. SPL-1, no 3, pp49-51, March 1994.
- [29] Paoletti F., Gretillat M.A., de Rooij N.F., A silicon micromachined vibrating gyroscope with piezoresistive detection and electromagnetic excitation, *Micro Electro Mechanical Systems*, 1996, MEMS '96, Proceedings. 'An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems'. IEEE, The Ninth Annual International Workshop on , 11-15 Feb. 1996: 162-167
- [30] Funk K., Emmerich H., Schilp A., A surface micromachined silicon gyroscope using a thick polysilicon layer, *Micro Electro Mechanical Systems*, 1999. MEMS '99. Twelfth IEEE International Conference on , 17-21 Jan. 1999: 57-60
- [31] Seong-Hyok Kim, Yong-Kweon Kim, Jin-Woo Song, A surface-bulk micromachined electromagnetic gyroscope operating at atmospheric pressure, *Microprocesses and Nanotechnology Conference, 2000 International* , 11-13 July 2000: 148-149
- [32] Yongsoo Oh, Byeungleul Lee, Seogsoon Baek, A surface-micromachined tunable vibratory gyroscope, *Micro Electro Mechanical Systems*, 1997. MEMS '97, Proceedings, IEEE., Tenth Annual International Workshop on , 26-30 Jan. 1997: 272-277
- [33] Baek S.S., Oh Y.S., Ha B.J., A symmetrical z-axis gyroscope with a high aspect ratio using simple and new process, *Micro Electro Mechanical Systems*, 1999. MEMS '99. Twelfth IEEE International Conference on , 17-21 Jan. 1999: 612 -617
- [34] Madni A.M., Costlow L.E., A third generation, highly monitored, micromachined quartz rate sensor for safety-critical vehicle stability control, *Aerospace Conference, 2001, IEEE Proceedings.*, 10-17 March 2001: 2523 -2534 vol.5
- [35] Kranz M., Burgett S., Hudson T., A wide dynamic range silicon-on-insulator mems gyroscope with digital force feedback, *TRANSDUCERS, Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems*, 12th International Conference on, 2003 : 159 -162 Vol.1
- [36] Weiyuan Wang, Achievements of China National Climbing Project "micro-electro-mechanical systems, 1994-1998", *Solid-State and Integrated Circuit Technology*, 1998. Proceedings. 1998 5th International Conference on , 21-23 Oct. 1998: 870 -874
- [37] Shina S.C., Henrichs J.T., Active control of nonlinear systems, *Proceeding of the 36th Conference on Decision and Control*, December 1997: 4442-4445

- [38] Sungsu Park, Horowitz R., Adaptive control for the conventional mode of operation of MEMS gyroscopes, *Microelectromechanical Systems, Journal of* , Volume: 12 Issue: 1 , Feb. 2003: 101 –108
- [39] Sungsu Park, Horowitz R., Adaptive control for z-axis MEMS gyroscopes, *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001, 25-27 June 2001* : 1223 -1228 vol.2
- [40] Sungsu Park, Horowitz R., Chin-Woo Tan, Adaptive controller design of MEMS gyroscopes, *Intelligent Transportation Systems, 2001. Proceedings. 2001 IEEE* , 25-29 Aug. 2001: 496 –501
- [41] Leland R.P., Adaptive tuning for vibrational gyroscopes, *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on* , 4-7 Dec. 2001: 3447 -3452 vol.4
- [42] Cardarelli D., An integrated MEMS inertial measurement unit, *Position Location and Navigation Symposium, 2002 IEEE* , 15-18 April 2002: 314 –319
- [43] Qi Lin, Stern P.E., Analysis of a correlation filter for thermal noise reduction in a MEMS gyroscope, *System Theory, 2002. Proceedings of the Thirty-Fourth Southeastern Symposium on* , 18-19 March 2002: 197 –203
- [44] Grayver E., M'Closkey R.T., Automatic gain control ASIC for MEMS gyro applications, *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001* , 25-27 June 2001: 1219 -1222 vol.2
- [45] Hedenstierna N., Habibi S., Nilsen S.M., Bulk micromachined angular rate sensor based on the 'butterfly'-gyro structure, *Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on* , 21-25 Jan 2001: 178 –181
- [46] Madni A.M., Costlow L.E., Common design techniques for quartz rate sensors for both automotive and aerospace defense market applications, *Sensors, 2002. Proceedings of IEEE* , 12-14 June 2002: 1597 -1602 vol.2
- [47] Ayazi F., Najafi K., Design and fabrication of high-performance polysilicon vibrating ring gyroscope, *Micro Electro Mechanical Systems, 1998. MEMS 98. Proceedings., The Eleventh Annual International Workshop on* , 25-29 Jan. 1998: 621 –626
- [48] Jin Woo Song, Jang Gyu Lee, Taesam Kang, Design and performance test of an in-plane gimballed silicon gyroscope, *National Aerospace and Electronics Conference, 2000. NAECON 2000. Proceedings of the IEEE 2000* , 10-12 Oct. 2000: 339 –345
- [49] Boser B.E., Markus K.W., Design of integrated MEMs, *Designing Low Power Digital Systems, Emerging Technologies (1996)* , 1996: 207 -232

参 考 文 献

- [50] Zhang R, Gao Z Y, Chen Z Y. A Bulk Micromachined Vibrating Wheel Rate Gyroscope. International Symposium on Optoelectronics and Microelectronics S, 2001. Proceedings of SPIE. Volume 4601, p54~58
- [51] An S., Oh Y.S., Lee B.L., Dual-axis microgyroscope with closed-loop detection, Micro Electro Mechanical Systems, 1998. MEMS 98. Proceedings., The Eleventh Annual International Workshop on , 25-29 Jan. 1998: 328 -333
- [52] Hyung-Taek Lim, Yong-Kweon Kim, Jin-Woo Song, Jang-Gyu Lee, Elastically gimbaled in-plane vibrating microgyroscope, Microprocesses and Nanotechnology Conference, 2000 International , 11-13 July 2000: 156 -157
- [53] Evans C.B., Gutierrez R.C., an autonomous system for complete micro-gyroscope characterization, Aerospace Conference Proceedings, 2000 IEEE , 18-25 March 2000: 439 -453 vol.11
- [54] Dong Y Q, Gao Z Y, Zhang R. A vibrating wheel micromachined gyroscope for commercial and automotive applications. Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1999. Proceedings of the 16th IEEE, Volume3 : p1750~1754
- [55] Palaniapan M., Howe R.T., Yasaitis J., Integrated surface-micromachined z-axis frame microgyroscope, Electron Devices Meeting, 2002. IEDM '02. Digest. International , 8-11 Dec. 2002: 203 -206
- [56] Park K.Y., Lee C.W., Oh Y.S., Cho Y.H., Laterally oscillated and force-balanced micro vibratory rate gyroscope supported by fish hook shape springs, Micro Electro Mechanical Systems, 1997. MEMS '97, Proceedings, IEEE., Tenth Annual International Workshop on , 26-30 Jan. 1997: 494 -499
- [57] Warnasch A., Killen A., Low cost, high G, micro electro-mechanical systems (MEMS), inertial measurements unit (IMU) program, Position Location and Navigation Symposium, 2002 IEEE , 15-18 April 2002: 299 -305
- [58] Leland R.P., Lyapunov based adaptive control of a MEMS gyroscope, American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002 , 8-10 May 2002: 3765 -3770 vol.5
- [59] Donati S., Noglia M., Lodi V.A., Merlo S., Measurement of MEMS mechanical parameters by injection interferometry, Optical MEMS, 2000 IEEE/LEOS International Conference on , 21-24 Aug. 2000: 89 -90
- [60] Rembe C., Muller R.S., Measurement system for full three-dimensional motion characterization of MEMS, Microelectromechanical Systems, Journal of , Volume: 11 Issue: 5 , Oct. 2002: 479 -488

- [61] Horowitz R., Yunfeng Li, Sungsu Park, Mechatronics of electrostatic microactuators and micro-gyroscopes, *Advanced Motion Control*, 2000. Proceedings. 6th International Workshop on , 30 March-1 April 2000: XXXI –XXXVIII
- [62] Sukhan Lee, Chungwoo Kim, Sunghwan Jung, MEMS for IT applications, *Micromechatronics and Human Science*, 2001. MHS 2001. Proceedings of 2001 International Symposium on , 9-12 Sept. 2001: 17 –23
- [63] Tang W C, Nguyen T C, Judy M W, et al. Electrostatic-comb drive of lateral polysilicon resonators, *Proc. 5th Int. Conf. Solid-state Sensors and Actuators (Transducers '89) (Montreux)*, vol. 2, June 25-30 1989, p328~331.
- [64] 陈志勇, 高钟毓, 张嵘. 微机械角速率传感器驱动环路的研究. 见: 中国惯性技术学会第四届学术年会论文集, 1999
- [65] Maenaka K., Sawai N., Ioku S., Sugimoto H., Suzuki H., Fujita T., Takayama Y., MEMS gyroscope with double gimbal structure, *TRANSDUCERS, Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems*, 12th International Conference on, 2003: 163 –166 Vol.1
- [66] Esashi M., MEMS technology: optical application, medical application and SOC application, *VLSI Technology Digest of Technical Papers 2002 Symposium* , 11-13 June 2002: 6 –9
- [67] Barbour N., Brown E., Connelly J., Micromachined inertial sensors for vehicles, *Intelligent Transportation System*, 1997. ITSC 97. IEEE Conference on , 9-12 Nov. 1997: 1058 –1063
- [68] Tang W.C., Micromechanical devices at JPL for space exploration, *Aerospace Conference*, 1998. Proceedings., IEEE , 21-28 March 1998: 461 -470 vol.1
- [69] Abershitz A., Cohen K., Rubinets R., Performance augmentation of low cost sensors, *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, 2001. Joint 9th , 25-28 July 2001: 748 -752 vol.2
- [70] Kourepenis A., Borenstein J., Connelly J., Performance of MEMS inertial sensors, *Position Location and Navigation Symposium*, IEEE 1998 , 20-23 April 1998: 1 -8
- [71] Proceedings IEEE Thirteenth Annual International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No.00CH36308), *Micro Electro Mechanical Systems*, 2000. MEMS 2000. The Thirteenth Annual International Conference on , 23-27 Jan. 2000

参 考 文 献

- [72] Duwel A., Weinstein, M., Gorman J., Quality factors of MEMS gyros and the role of thermoelastic damping, Micro Electro Mechanical Systems, 2002. The Fifteenth IEEE International Conference on , 20-24 Jan. 2002: 214 –219
- [73] Brown T.G., Davis B., Hepner D., Strap-down microelectromechanical (MEMS) sensors for high-g munition applications, Magnetics, IEEE Transactions on , Vol. 37 Issue: 1 , Jan. 2001: 336 –342
- [74] Jae-Joon Choi, Toda R., Minami K., Silicon angular resonance gyroscope by deep ICPRIE and XeF₂ gas etching, Micro Electro Mechanical Systems, 1998. MEMS 98. Proceedings., The Eleventh Annual International Workshop on , 25-29 Jan. 1998: 322 –327
- [75] Piyabongkarn D., Rajamani R., The development of a MEMS gyroscope for absolute angle measurement, American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002 , 8-10 May 2002: 1960 -1965 vol.3
- [76] Taiping Zhang, Ting Li, Ke Deng, Technology of double side exposure and bonding for fabrication of accelerometer, Solid-State and Integrated Circuit Technology, 1998. Proceedings. 1998 5th International Conference on , 21-23 Oct. 1998: 925 –927
- [77] Geen J.A., Sherman S.J., Chang J.F., Single-chip surface-micromachined integrated gyroscope with 50°/hour root Allan variance, Solid-State Circuits Conference, 2002. Digest of Technical Papers. ISSCC. 2002 IEEE International , 3-7 Feb. 2002: 426 -427 vol.1
- [78] Mehner J., Kurth S., Billep D., Simulation of gas damping in microstructures with nontrivial geometries, Micro Electro Mechanical Systems, 1998. MEMS 98. Proceedings., The Eleventh Annual International Workshop on , 25-29 Jan. 1998: 172 –177
- [79] An overview of the Allan variance method of IFOG noise analysis, IEEE standard specification guide and test procedure, IEEE std 952-1997.
- [80] Song H., Oh Y.S., Song I.S., Wafer level vacuum packaged de-coupled vertical gyroscope by a new fabrication process, Micro Electro Mechanical Systems, 2000. MEMS 2000. The Thirteenth Annual International Conference on , 23-27 Jan. 2000: 520 -524
- [81] Abe M., Shinohara E., Hasegawa K., Trident-type tuning fork silicon gyroscope by the phase difference detection, Micro Electro Mechanical Systems, 2000. MEMS 2000. The Thirteenth Annual International Conference on , 23-27 Jan. 2000: 508 –513

- [82] Johnson W.M., Phillips R.E., Space avionics stellar-inertial subsystem, Digital Avionics Systems, 2001. DASC. The 20th Conference , 14-18 Oct. 2001: 8D2/1-8D2/9 vol.2
- [83] Gripton A., The application and future development of a MEMS SiVS/spl reg/ for commercial and military inertial products, Position Location and Navigation Symposium, 2002 IEEE , 15-18 April 2002: 28 -35
- [84] Acar C., Shkel A.M., Nonresonant micromachined gyroscopes with structural mode-decoupling, Sensors Journal, IEEE , Vol. 3 Issue: 4 , Aug. 2003: 497 -506
- [85] Scott C. Douglas, Weimin Pan, Exact expectation analysis of the LMS adaptive Filter, IEEE transactions of signal processing EDICS Category No. SP 2.6.4, 1995
- [86] H.J. Butterweck, Basic theory of the LMS adaptive filter: recent developments, Proceeding of the ProRISC Workshop on Circuits, System and Signal Processing, 1997
- [87] Thomas B. Gabrielson, Mechanical-Thermal noise in micromachined acoustic and vibration sensors, IEEE transactions on electron devices, Vol. 40, No. 5, May 1993, p903-909
- [88] 谢传锋, 动力学 (II) , 高等教育出版社, 1999

致谢及声明

致 谢

衷心感谢导师高钟毓教授和张嵘副研究员对本人的精心指导。他们的言传身教将使我终生受益。

在德国 HSG-IMIT 研究进行为期一年的合作研究期间，承蒙 Alexander Gaisser 的热心指导与帮助，不胜感激。

感谢导航工程中心的王永梁教授和董景新教授，以及实验室全体老师和同窗们的热情帮助和支持！

特此致谢。

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：_____日 期：_____

个人简历、在学期间的研究成果及发表的论文

个人简历

1976年1月3日出生于江西乐平市，1993年9月考入清华大学精密机械制造专业，1998年7月本科毕业并获得工学学士学位，同年9月免试保送清华大学精密系攻读仪器科学与技术博士至今。

在国际和国内学术刊物上发表的论文

- [1] B. Zhou, Z. Y. Gao, A. Gaisser, etc, Software optimization of digital readout electronics for micro-machined gyroscope system, Symposium GYRO Technology 2002, Stuttgart, Germany.
- [2] 周斌, 高钟毓, 陈怀, 张嵘, 陈志勇, 微机械陀螺数字读出系统及其解调算法分析, 清华大学学报, 2003.
- [3] 周斌, 高钟毓, 张嵘, 陈志勇, 微机械陀螺半频驱动及其闭环实现, 传感器技术, 2003

申请专利一项:

微机械传感器半频驱动及其闭环方法, 专利申请号 O3157391.6

