

$$r_1 = \frac{\cos\theta - (n^{-2} - \sin^2\theta)^{1/2}}{\cos\theta + (n^{-2} - \sin^2\theta)^{1/2}} \quad (5-11)$$

$$r_2 = \frac{-n^{-2}\cos\theta + (n^{-2} - \sin^2\theta)^{1/2}}{n^{-2}\cos\theta + (n^{-2} - \sin^2\theta)^{1/2}} \quad (5-12)$$

满足条件  $b \leq b_c$  且  $b_c - b \ll a$  的反射可用下面的表达式近似表示, 该表示式给出了  $r_1$  和  $r_2$  对于  $\varepsilon \equiv \theta_c - \theta \geq 0$  的依赖关系:

$$r_1 \approx 1 - \left( \frac{8\varepsilon}{n \cos\theta_c} \right)^{1/2} \quad (5-13)$$

$$r_2 \approx -1 - n^2 \left( \frac{8\varepsilon}{n \cos\theta_c} \right)^{1/2} \quad (5-14)$$

两种情况下都有  $\left| \frac{dr}{d\theta} \right| \propto \varepsilon^{-1/2}$ , 当  $\phi > \phi_c$ , 反射系数成为么模复数, 此时有

$r_1 = e^{-i\delta_1}$ 、 $r_2 = -e^{-i\delta_2}$ , 其中:

$$\tan \frac{\delta_1}{2} = \frac{(\sin^2\theta - n^{-2})^{1/2}}{\cos\theta} \quad (5-15)$$

$$\tan \frac{\delta_2}{2} = n^2 \tan \frac{\delta_1}{2} \quad (5-16)$$

而满足条件  $b \geq b_c$  且  $b - b_c \ll a$  的反射可用下面的表达式近似表示, 该表示式给出了  $\delta_1$  和  $\delta_2$  对于  $\varepsilon' \equiv \theta - \theta_c \geq 0$  的依赖关系:

$$\delta_1 = \left( \frac{8\varepsilon'}{n \cos\theta_c} \right)^{1/2} \quad (5-17)$$

$$\delta_2 = n^2 \left( \frac{8\varepsilon'}{n \cos\theta_c} \right)^{1/2} \quad (5-18)$$

利用  $\theta - \theta_c \approx u/q(\theta_c)$  可得到以  $u$  表示的  $r$  的近似, 当  $u \geq 0$ , 方程 (5-17)

和 (5-18) 给出  $\delta_j \approx \beta_j u^{1/2}$ , 其中

$$\beta_1 = \frac{\left(\frac{g}{na}\right)^{1/2}}{\cos \theta_c} \quad (5-19)$$

$$\beta_2 = n^2 \beta_1 \quad (5-20)$$

考虑到当  $\theta < \theta_c$  (等价于  $u < 0$ ) 时  $r_1=r_2=0$ ,  $U(u,r)$  的形式可相当简化。这一近似的应用由于分别当  $\varepsilon \rightarrow +0$  和  $\phi - \phi_c \rightarrow +0$  时  $|dr/d\theta|$  和  $dI/d\phi$  的发散性所肯定。

### 5.1.3 Fraunhofer 衍射模型

远距离处的气泡散射幅度正比于  $r_j \exp(-ikcau^2)$  的傅立叶变换:

$$f_j(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} r_j(u) e^{-ik(cau^2 + \eta u)} du \quad (5-21)$$

公式中  $\eta = \phi - \phi_c$  被假设为一小量, 这样  $\sin \eta \approx \eta$ ; 且在公式中忽略了常数因子。利用上述近似表达式, 可得如下方程:

$$f_j = \pm \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i[k(cau^2 + \eta u) + \beta_j u^{1/2}]} du \quad (5-22)$$

利用参量变换方法可对 (5-22) 进行估算。定义  $z = \left(-\frac{4\alpha}{\lambda}\right)^{1/2} u - w$ , 其中

$$w = \eta \left(\frac{a}{\lambda} \cos \theta_c\right)^{1/2} \quad (5-23)$$

Marston 等仅对  $0 < \phi \leq \phi_c$  时的积分做了近似计算, 这一条件对应于几何光学所预言的强照射区, 该区域  $w \geq 0$ , 此时方程 (5-22) 可写成  $f_j = \pm \frac{g}{2} (\lambda a \cos \theta_c)^{1/2}$ , 其中

$$g = e^{i[-\psi_j(w,0)+k\eta^2/(4\alpha)]} \int_w^\infty e^{-i\psi_j(z,w)} e^{i(\pi/2)z^2} dz \quad (5-24)$$

$$\psi_j(z,w) = \frac{\beta_j}{\sqrt{2}} [(w+z)^{1/2} - w^{1/2}] (\lambda a \cos \theta_c)^{1/4} \quad (5-25)$$

在积分前的指数项中,  $\psi_j(w,0)$  通过在方程 (5-25) 中进行参量代换 ( $0$  取代  $w$ ,  $w$  取代  $z$ ) 估算, 从物理角度来看,  $-\psi_j(w,0)$  是对应于散射角  $\phi$  并于  $r_j$  相联系的近似相移。

当积分内的因子  $\exp[i\psi_j(z,w)]$  可以忽略时, 可利用费涅耳积分对上式的积分做出估计。如果函数  $\psi_j(z,w)$  随  $z$  的变化足够慢, 在  $|z| \leq 2$  时因  $\exp[i(\pi/2)z^2]$  的位相在  $z=0$  处是稳定的, 被积函数的贡献不能忽略。而当  $w \geq 0$ 、 $z \geq w$  且  $z' \geq |z|$ , 则显然有  $|\psi_j(z,w)| \leq \psi_j(z',0)$ , 所以如果气泡的半径足够大使得  $\psi_j(2,0) \ll 1$ , 就可忽略上述因子。如: 水的折射率  $n \approx 1.333$ , He-Ne 激光在水中的波长为  $632.8/n(\text{nm})$ , 对于偏振化状态 1, 这一条件应用于  $\psi_j(2,0)$  得到  $(a/59 \mu\text{m})^{1/4} \ll 1$ , 对于偏振化状态 2, 则给出结果  $(a/590 \mu\text{m})^{1/4} \ll 1$ , 其中用到了方程 (5-02、19、20、25)。

经整理后, Marston 等的近似方法结果可用下式表示出来:

$$g = e^{i[-\psi_j(w,0)+k\eta^2/(4\alpha)]} [F(w) - F(-\infty)] \quad (5-26)$$

其中  $F(w)$  是费涅耳积分:

$$F(w) = \int_0^w e^{i(\pi/2)z^2} dz = C(w) + iS(w) \quad (5-27)$$

$$C(w) = \int_0^w \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) dz \quad (5-28)$$

$$S(w) = \int_0^w \sin\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) dz \quad (5-29)$$

而且  $C(-\infty)=S(-\infty)=-1/2$ , 对于入射光的任意偏振状态, 下面的因子将给出散射强度对于  $\eta$  的依赖关系, 其  $g^*$  中是  $g$  的共轭复数:

$$gg^* = \left[ C(w) + \frac{1}{2} \right]^2 + \left[ S(w) + \frac{1}{2} \right]^2 \quad (5-30)$$

方程 (5-21、30) 的归化使得当  $(\phi - \phi_c)$  大且为正时,  $gg^* \rightarrow 2$ , 与所期望的

$gg^* \rightarrow 0$  不符合，这是由于在得到 (5-30) 的过程中，所包括的区域  $w < 0$  超出了该近似方法的有效范围。

为了给出距离  $R \gg a$  ( $R$  为到气泡中心的距离) 处与反射光线相联系的绝对强度  $I$ ，可利用 Davis 对于散射的分析结果对该近似做出归化，从而有

$$I = I_0 \left( \frac{a}{R} \right)^2 \cdot \frac{gg^*}{8} \quad (5-31)$$

表达式中  $I_0$  是入射光的强度，对于大  $w$ ， $gg^*/8 \rightarrow 1/4$ ，而且，如果忽略全反射和多次反射光的干涉效应，总的强度  $I_t$  由下式给出

$$I_t = I_0 \left( \frac{a}{R} \right)^2 \cdot \left[ \frac{gg^*}{8} + G'(\phi) \right] \quad (5-32)$$

这里  $G'(\phi)$  是多次反射光线的总的贡献。对于水中的气泡而言，如果是普通的白光入射，则在  $\phi_c$  附近  $G'(\phi)$  是  $\phi$  的光滑函数，且  $G'(\phi_c = 82.3^\circ) = 0.0027$ 、 $G'(\phi_c = 75^\circ) = 0.0050$ 。因此对于单个水中气泡  $G'$  近似地等于一渐进值  $gg^*/8$  的 1% 到 3%。

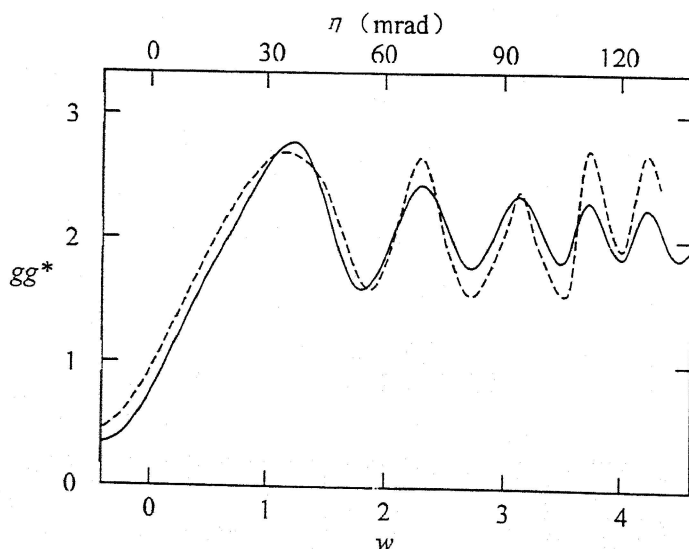


图 5-3 Marston 等的观测结果与理论结果对比曲线

方程 (5-30) 与直边费涅耳衍射 (近场衍射) 的形式相似，在直边近场衍射中，参数  $w$  正比于观察点到几何阴影边缘的侧向位移。此时， $w > 0$  区域的强度

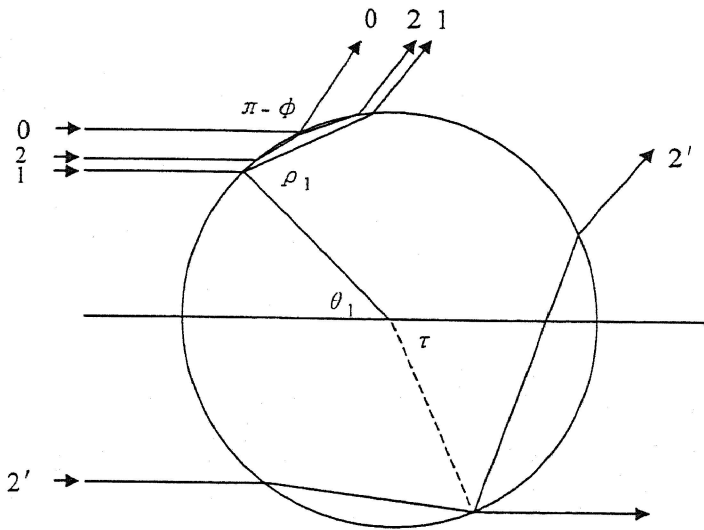
将会以某一幅度振荡并随着  $w$  的增加而迅速减小。在气泡的情况里，由于气泡的弯曲表面产生的虚波前及其幅度的锐变，其远场衍射的强度预言与上述结果相同。

Marston 等的观测结果与 (5-30) 符合的相当好，观测结果与 (5-30) 结果的比较在图 5-3 中可明显看出。图中实线是方程 (5-30) 给出的物理光学近似结果，而虚线是观测到的相对强度的平滑曲线。Marston 等对散射的精细结构也做了一定的分析，在他们的观测中， $1.7\text{mm} \leq 2a \leq 2.2\text{mm}$ ，结果显示实验数据可以归纳到方程  $\tilde{\eta} = \Lambda \frac{\lambda}{a}$ ，且  $\Lambda = 0.76 \pm 0.04$ ，其中  $\tilde{\eta}$  是观测谱线的边缘角距离 (rad)。

$b < b_c$  的光线对应的能量在  $\phi \approx \phi_c$  情况下直接离开气泡而去。从  $\tilde{\eta}$  的关系式以及  $\Lambda$  的量值来看，强度的振荡可能是由于临界角反射光的干涉效应引起的。与主极大值对应的虚波源在  $\phi \approx \phi_c$  情况下的距离为  $a\Lambda^{-1}$ 。

## 5.2 水中单个气泡的临界角散射中的干涉效应

该部分主要对折射入气泡、在临界散射角区域的光线的干涉效应进行分析。



Ray paths in scattering plane with a scattering angle  $\phi = 50^\circ$ .  
The number gives the ray parameter  $p$ .

图 5-4 散射角等于  $50^\circ$  几条光线的光路图

当水中气泡的半径 $\leq 0.4\text{mm}$ 时, 这干涉效应起重要影响, 并将导致对上述模型的修正。图 5-4 表示出散射角为  $50^\circ$  几条光线, 每一条光线用一个特征数  $p$  来表示,  $p-1$  是气泡内部光线的反射次数,  $p=0$  指只有一次外界面反射, 气泡中线以下的光线用一撇号指出。入射角为  $\theta_p$ , 对应的折射角为  $\rho_p$ ,  $p \neq 0$  的光线满足  $\theta_p < \theta_c$ 。

前面的物理光学模型仅描述了  $p=0$  光线虚波前的衍射, 结果表明在区域,  $|\phi - \phi_c| \cong \sqrt{\lambda/a}$  衍射现象起重要作用, 因此, 即使  $\lambda/a$  很小, 在  $\phi_c$  附近衍射现象仍然是重要的。由于  $p=1$  光线的干涉, 将导致对散射强度的修正, 使其成为  $\phi$  的函数。因为对应的虚波前幅度远小于  $p=0$  和  $p=1$  的波前,  $p \geq 2$  的光线将不被考虑, 而  $p=2'$  光线会引起散射强度的一个小幅度重叠, 其角周期  $\cong \lambda/a$ ,  $a/\lambda$  表示光线  $0, 2'$  在射出气泡时的侧向角距离, 对于  $\phi = \phi_c$ , 理论结果有  $\Lambda \cong 0.82$ , 而观测结果显示在  $\phi_c$  附近有  $\Lambda = 0.76 \pm 0.04$ , 这一修正的调制角周期在  $a \gg \lambda$  时具有周期  $\ll (\lambda/a)^{1/2}$ , 该部分强调散射强度的粗糙结构, 因而忽略了带撇号光线的影响。Mie 理论的结果证实了这些近似在区域  $(\phi_c - 40^\circ) < \phi < \phi_c$  的有效性。

### 5.2.1 虚波前的描述

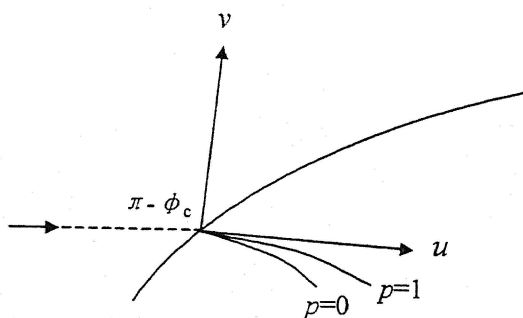


图 5-5 考虑干涉时描述虚波前的坐标系

图 5-5 是用来说明散射平面内描述虚波前的笛卡儿直角坐标系, 各坐标轴以及坐标原点的确定同图 5-2, 与光线  $0, 1$  对应的虚波前的位置由函数  $v_0(u)$  和  $v_1(u)$  确定, 由于反射超出临界角引起的光线  $0$  的相移不包含在  $v_0$  内, 但在描述波前幅度时是一个分立的位相因子。初位相的选择使得  $v_0(0)=0$ , 理论指出, 在  $u=0$  处,  $v_0=v_1$ ,  $v_0$  泰勒级数中的主导项为

$$v_0 = \alpha u^2 \quad (5-33)$$

$v_1$  的泰勒级数可通过考虑折射效应以及气泡内波速的改变而得到, 其主导项为

$$v_1 = \frac{1}{2} \alpha u^2 \quad (5-34)$$

所得波前在图 5-5 中已给出。光线 0 和 1 的干涉效应可利用其路径差来计算。光线 0、1 的远场散射波可由  $u$  轴传播的波来表示:

$$U_{p,j}(u, t) = h_{p,j} \exp[-i(kv_p + \omega t)] \quad (5-35)$$

下面的讨论中将略去指数项  $\exp(-i \omega t)$ 。物理光学近似给出下面的幅度因子:

$$h_{o,j} = r_j(\theta_0) \quad u < 0, \quad (5-36)$$

$$h_{o,j} = e^{-i\delta_j} \quad u > 0, \quad (5-37)$$

$$h_{1,j} = 0 \quad u < 0, \quad (5-38)$$

$$h_{1,j} = \{1 - [r_j(\theta_1)]^2\} \sqrt{\kappa D}, \quad u > 0, \quad (5-39)$$

式中  $r_j$  与  $\theta_p$ 、 $\rho_p$  的关系由下式给出,

$$r_1(\theta_p) = \frac{\sin(\rho_p - \theta_p)}{\sin(\rho_p + \theta_p)} \quad (5-40)$$

$$r_2(\theta_p) = \frac{\tan(\rho_p - \theta_p)}{\tan(\rho_p + \theta_p)} \quad (5-41)$$

折射角  $\rho_p$  由 Snell 定律给出,

$$\rho_p = \sin^{-1}(n \sin \theta_p) \quad (5-42)$$

在方程 (5-39) 的建立过程中利用了 Stokes 对称关系, 其中  $D$  是 Van de Hulst 发散因子,

$$D = \frac{\sin \theta_1 \cos \theta_1}{2|1 - (n \cos \theta_1 / \cos \rho_1)| \sin \phi} \quad (5-43)$$

这里的  $\phi$  表示  $p=1$  光线的散射角,

$$\phi = 2(\rho_1 - \theta_1) \quad (5-44)$$

而  $\kappa$  是一正常数。

相移  $\delta_j$  与光线 0 当  $\theta_0 > \theta_c$  时的 (近) 全反射相联系, 对于穿越大气泡的情况可被忽略, 其表达式在公式 (5-15, 16) 给出。当  $\theta_0 = \theta_c$  时,  $\delta_j$  为零, 但

当  $\theta_p > \theta_c$  时其为正。

$h_{p,j}$  对小  $u$  值的近似依赖关系可通过在  $u=0$  和  $\theta=\theta_p$  条件下建立  $\theta_p$  和  $u$  的关系获得, 结果得到如下比例关系:

$$\begin{aligned} 1-h_{0,j} &\propto \left(-\frac{u}{a}\right)^{1/2} & u < 0, \\ h_{1,j} &\propto \left(\frac{u}{a}\right)^{3/2} & u > 0 \end{aligned}$$

而

$$\delta_j \cong \beta_j u^{1/2} \quad (5-45)$$

其中  $\beta_1$  和  $\beta_2$  在方程 (5-19、20) 给出。

### 5.2.2 散射波的远场衍射和干涉

当  $R \gg ka^2$  时, 散射幅度正比于  $U_{0,j}+U_{1,j}$  的傅立叶变换, 可表示为  $f_j=f_{0,j}+f_{1,j}$ , 其中

$$f_{p,j}(\sin \eta) \int_{-\infty}^{\infty} U_{p,j}(u) \exp(-iku \sin \eta) du \quad (5-46)$$

$f_{0,j}$  的近似估计在 5.2 中已经作了分析。当观察点位于临界区, 可利用 (5-34) 来估算  $f_{1,j}$ :

$$f_{1,j} = \int_{-\infty}^{\infty} h_{1,j} \exp\left[-i\left(ku \sin \eta + \frac{1}{2}k\alpha u^2\right)\right] du \quad (5-47)$$

复数指数中的相位当  $u = \bar{u}$  时是不变的, 其中  $\bar{u} \equiv a \cos \theta_c \sin \eta$ , 因  $h_{1,j}$  是  $u$  的缓变函数, 所以可利用不变位相近似来估算方程 (5-47), 结果给出  $f_{1,j} = (\lambda a \cos \theta_c)^{1/2} g_{1,j} / 2$ , 而

$$g_{1,j} = 2h_{1,j}(\theta_1) \exp\left[i\left(\frac{\pi}{4} + \gamma_{1,j}\right)\right] + o\left(\frac{\lambda}{a}\right)^{1/2} \quad (5-48)$$

$$\gamma_{1,j} = \frac{k \sin^2 \eta}{2\alpha} \quad (5-49)$$

不变相位近似当  $\eta \rightarrow 0$  因  $\bar{u} \rightarrow 0$  而不再成立, 然而这恰是对应于  $h_{1,j} \rightarrow 0$ , 散射的主导部分是  $p=0$  的光线, 因此, (5-49) 在解决总的散射问题中引起的误差不

大。

考虑到当时，散射强度可归化为

$$I_j = \frac{1}{2} |g_{0,j} + g_{1,j}|^2 \quad (5-50)$$

实际强度等于入射强度乘以因子  $I_j(a/R)^2/4$ 。在考虑到  $g_{1,j}$  有几何光学所预言的值时，方程 (5-39) 中的常数  $k$  等于 2，因  $g_{p,j}$  的干涉效应，强度对于  $(\gamma_{0,j} - \gamma_{1,j})$  的计算结果非常敏感。当  $(\gamma_{0,j} - \gamma_{1,j})$  取几何光学预言的值时，上述结果表明与 Mie 理论一致。此时，

$$\gamma_{0,j} - \gamma_{1,j} = 2ka(\cos \theta_1 - \cos \theta_0 - n^{-1} \cos \rho_1) - \delta_j(\theta_0) \quad (5-51)$$

其中  $\theta_0$  由几何光学理论给出

$$\theta_0 = (\pi - \phi)/2 = \theta_c + \eta/2 \quad (5-52)$$

### 5.3 水中气泡的近临界角 Mie 散射

在 Mie 散射算法中，利用了变换关系

$$|S_j|^2 = \frac{(ka)^2}{4} I_j \quad (5-53)$$

$S_j$  是 Mie 散射幅度， $S_1$  和  $S_2$  的位相差可由下式给出，

$$\delta = \arg(S_2) - \arg(S_1) = \arg(g_{0,2} + g_{1,2}) - \arg(g_{0,1} + g_{1,1}) \quad (5-54)$$

式中  $\arg$  表示复数宗量即位相。

当  $\phi > \phi_c$ ，尺度参数较小时与上述近似的一致性最好。在  $\phi < \phi_c$  时粗糙结构表现出的振荡现象类似于衍射理论的预言结果，第一个极大值出现在

$$\phi_c - \phi \cong 1.2 \left( \frac{\lambda}{a} \cos \theta_c \right)^{1/2} \text{ (rad)} \quad (5-55)$$

费涅耳积分说明强度振荡的幅度会随着散射角的减小而减小，同时其准周期也减小，在大尺度参数下幅度的减小最为明显，此时衍射现象并不明显，在小尺度参数下由于  $p=1$  光线的干涉而使强度振荡的幅度有所增加，这种衍射衰减效应便消失了。这些振荡同样具有准周期  $\leq (\lambda/a)^{1/2}$  (rad)，并随着  $\phi$  的减小而减小，近似方法和 Mie 理论都表明粗糙结构的极大值对  $j$  的依赖关系很弱，当  $j=1$  时粗糙极大值较为接近  $\phi_c$ ；而当  $j=2$  时，粗糙结构的强度变化较大，这同 Mie

理论的结果是一致的。

Mie 理论还表明, 精细结构的强度变化在  $j=1$  时要大于  $j=2$  时的变化, 这可能是由于  $j=1$  时  $p=2'$  光线的散射最强引起的。除  $\phi$  略小于  $\phi_c$  外, 在  $30^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$  范围, 对应于  $j=1$  和  $j=2$  的强度精细结构存在半个准周期的移位。

近临界角处的缓慢变化可能意味着  $p=0$  光线的相位超前。在 Mie 理论结果的对比中还发现, 位相差粗糙结构的极大值与强度粗糙结构的极小值相对应, 而在  $\phi_c \cong 37^\circ$  处存在一畸变, Mie 理论的计算表明在该畸变位置  $I_1$  相当小。

## 5.4 海水对光的散射中气泡的影响

海洋表面的光谱反射系数  $R(\lambda)$  依赖于其背散射系数  $b_b(\lambda)$  和吸收系数  $a(\lambda)$  之比, 即

$$R(\lambda) = f \frac{b_b(\lambda)}{a(\lambda)} \quad (5-56)$$

这里的参数  $f$  取决于照射情况 (如太阳天顶角和云层情况) 以及水的光学特性。虽然色素密度的变化所引起的吸收系数的变化会改变水下的光场分布, 但决定有多少光能量在海洋表面被反射则取决于背散射。

然而, 在解决散射、背散射中, 经验公式给出的各系数以及色素密度的量值差别很大, 变化范围在 50~200% 之间。理论计算和实验都表明, 在海洋中活的藻类对于背散射过程的影响可不予考虑, 而且近期关于光养的、异养的浮游生物光学特性的理论和实验室研究指出, 虽然微生物组织、尤其是浮游生物和异养的细菌是引起清水散射的主要原因, 但对背散射的贡献却占很小的比例。在这些研究中假定具有小的 ( $n < 1.03$ )、也可能大的折射系数的亚微粒子 ( $\sim 0.1 \mu\text{m}$ ) 可能是引起粒子整体背散射的主要原因, Brown 和 Gordon 的研究指出微生物组织对于背散射没有明显的效果, 他们试图利用 Mie 理论来预言 Sargasso 海观测到的粒子的散射函数, 但却失败了。然而无论在物理上还是在化学上, 亚微粒子的折射系数还没有被确切地描述出来, 其光学特性也还没有被确定, 解决背散射过程中的缺省项仍然是一个难题。

Zhang 等在研究相关的问题时, 假定海洋中的气泡能够解决背散射的缺省项问题, 而气泡在海洋中是大量存在的, 即使在静海中也一样。海洋中气泡主

要是由于波浪的破碎而引起的气体注射, 这些气泡在海洋-大气之间的气体运输过程、通过散射和吸收的水下声干涉现象、海盐喷射现象等过程中起重要作用。气泡也会影响所在区域的光的传输过程, Marston 及其合作者研究了光的近临界角散射、Brewster 角散射以及辉角散射等问题, 气泡群整体的光学特性包括散射、背散射特性必然与单个气泡的特性大不相同, 迄今为止还没有被深入地研究过。

Stramski 最先对海洋中气泡群整体光学特性进行了研究, 他研究了干净气泡的散射本领, 在其研究中, 气泡的半径分布在  $10\sim 150\ \mu\text{m}$  之间, 并且气泡密度随半径的分布规律为-4 次方幂函数。结果表明这些气泡对海水散射系数的贡献近似为 10%, 他所使用的气泡分布规律取自 O'Hern 等利用全息方法的测量结果。这一气泡分布假定气泡数随尺度按-4 次方幂函数减小, 与声学测量结果相一致。然而, 很多在位测量结果显示在  $40\sim 80\ \mu\text{m}$  之间气泡按尺度的分布呈现平稳态势。

虽然这样的分布有人认为是实验方法引起的人为影响造成的, 然而光学和声学方法之间的差异仍然有不确定因素。Stramski 研究了这种分布的气泡群引起的光散射效应, 认为散射会随着不同的海域而发生变化, 而且他仅考虑了干净气泡。海洋中气泡在形成以后会迅速地吸附上有机膜, 这些有机膜主要由蛋白质和类脂化合物所组成, 其平均相对折射率(蛋白质  $m=1.20$ , 类脂化合物  $m=1.10$ )与气泡 ( $m=0.75$ ) 相比大不相同, 所以可以预料带膜气泡引起的散射与干净气泡会有所不同。

### 5.4.1 理论基础

气泡群的整体光学特性可由下式计算,

$$S = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} Q_j(r) \pi r^2 n_r dr \quad (5-57)$$

其中  $S$  表示全散射系数  $S(\text{m}^{-1})$  或背散射系数  $S_b(\text{m}^{-1})$ ,  $Q_j$  是无量纲有效因子, 由单个气泡的散射和背散射中的 Mie 理论计算;  $n_r$  是气泡的尺度分布函数, 表示单位体积内、半径  $r$  附近单位半径区间的气泡数;  $r_{\max}$ 、 $r_{\min}$  表示气泡的最大及最小半径。在 Zhang 等的计算中, 取  $r_{\max}$  为  $300\ \mu\text{m}$ , 与大多数实验中观察到的最大气泡半径粗略相等; 在海洋中利用全息技术测量的  $r_{\min}$  结果为  $10\ \mu\text{m}$ ,

Johnson 和 Cooke 指出, 稳定气泡的最小半径还有可能更小 ( $\sim 3 \mu\text{m}$ ), Yount 等的研究发现在蒸馏水和胶质中被固定的气泡达到  $1 \mu\text{m}$  数量级或者更小; 而气体空化核的半径据估计半径约  $0.1 \mu\text{m}$ , 所以在 Zhang 等的计算中, 取  $r_{\min}$  为  $0.01 \mu\text{m}$ 。

气泡的尺度分布函数即  $n_r$  可以用下式表示,

$$n_r = np(r) \quad (5-58)$$

其正比于气泡数密度即单位体积内所有半径的气泡数  $n$ , 其中  $p(r)$  是半径  $r$  处气泡的几率密度函数 PDF (probability density function)。从方程 (5-57、58), 清楚地看出气泡的光学特性直接地正比于气泡的数密度。对于海浪破碎所产生的气泡, 理论分析和实地测量的结果都表明  $n$  依赖于风速, 经验公式给出  $n \propto U^\alpha$ , 当  $U$  的单位取  $\text{m/s}$  时, 指数  $\alpha$  在  $3.0 \sim 4.7$  之间。另一方面, 在静海中还存在着背景气泡, 这些气泡可能是由于生物组织或者海浪破碎产生气泡的衰减而形成的, 不同条件下在位观测的气泡数密度  $n$  在表 5-1 列出, 从中可以看出,  $n$  的量值在  $4 \times 10^4 \sim 2 \times 10^7 (\text{m}^{-3})$  之间。尽管不同的观测气泡的方法都有一定的局限性, 在 Zhang 等的计算中不考虑气泡的产生机制而假定能够表示海洋中所有气泡的数密度  $n$  在  $10^4 \sim 10^8 (\text{m}^{-3})$  之间。

气泡一旦形成以后, 相应地就会存在溶解、上升、气体扩散等过程, 这些过程都是气泡半径的函数, 从而会引起与气泡尺度相联系的几率密度函数的变化, 在位观测结果支持两种形式的 PDF, 一种是气泡密度有一个平稳的峰值区, 在峰值区两侧急速衰减, 这种形式的 PDF 用 D1 表示; 另一种是气泡密度随着气泡半径的增加而单调减小, 这种形式的 PDF 用 D2 表示 (表 1)。光学方法的观测结果以及数学模拟的结果似乎都支持 D1, 然而在不同的观测实验中峰值出现的位置不同; D2 与大多数声学测量结果相一致。D1 和 D2 的共同点是当气泡半径 D1 的峰值区时, 二者都具有相同的随气泡半径的指数衰减规律, 切平均指数为 -4。

基于 Johnson 和 Cooke 的在位观测资料, Crawford 等给出了两个描述 D1 的气泡尺度谱函数。在这些结果的基础上, Zhang 等给出了一种更一般形式的 D1 的 PDF, 该形式依赖于峰值的位置:

$$p(r) = \begin{cases} c_1 r^4 & 0 \leq r < r_a \\ c_2 & r_a \leq r < r_b \\ c_3 r^4 & r_b \leq r \end{cases} \quad (5-58)$$

其中  $r_a$  和  $r_b$  是决定峰值区位置的两个半径,  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$  由  $r_a$  和  $r_b$  单值确定。D2 型给出的气泡尺度分布平均来说在全部区域正比于  $r^{-4}$ , 很明显这一关系式不能

表 5-1 气泡的实验以及统计光学特性

Table 5-1 Bubble Experiments and their Statistical and Optical Characteristics

Number	Date	Method	Wind Speed (ms <sup>-1</sup> )	$n$ (m <sup>-3</sup> )	PDF <sup>z</sup>	$r_{min}/r_a-r_b^*$	Slope <sup>o</sup>	$\bar{r}$ (μm)	$\bar{S}$ (μm <sup>2</sup> )	$S$ (m <sup>-1</sup> ) <sup>△</sup>	$S_b$ (m <sup>-1</sup> ) <sup>△</sup>
1	February	Acoustic	0	9.1×10 <sup>4</sup>	D 2	18	2-4	27.5	2.83×10 <sup>3</sup>	5.16×10 <sup>-4</sup>	5.99×10 <sup>-6</sup>
2	June	Photograph	11-13	4×10 <sup>4</sup>	D 1	60-70	3.5	7.9	2.4×10 <sup>4</sup>	1.92×10 <sup>-3</sup>	2.23×10 <sup>-5</sup>
3	June	Acoustic	0	1×10 <sup>6</sup>	D 2	22	2-4	3.3	4.57×10 <sup>3</sup>	9.14×10 <sup>-3</sup>	1.06×10 <sup>-1</sup>
4	April	Photograph	11-13	4.8×10 <sup>5</sup>	D 1	40-50	4.5	5.2	1.1×10 <sup>4</sup>	1.05×10 <sup>-2</sup>	1.22×10 <sup>-1</sup>
5	October	Acoustic	11	4×10 <sup>5</sup>	D 1	40-50	4	5.2	1.1×10 <sup>4</sup>	8.80×10 <sup>-3</sup>	1.02×10 <sup>-1</sup>
6	August	Photograph	14	6.59×10 <sup>5</sup>	D 1	68-85	3-6	110	4.57×10 <sup>4</sup>	6.02×10 <sup>-2</sup>	6.98×10 <sup>-1</sup>
7	August	Holograpg	0	2.13×10 <sup>7</sup>	D 2	10	4	1.5	9.14×10 <sup>2</sup>	3.89×10 <sup>-2</sup>	4.51×10 <sup>-1</sup>
8	-	Acoustic	12-15	1.4×10 <sup>6</sup>	D 2	30	2-4	5.6	1.39×10 <sup>4</sup>	3.95×10 <sup>-2</sup>	4.62×10 <sup>-1</sup>

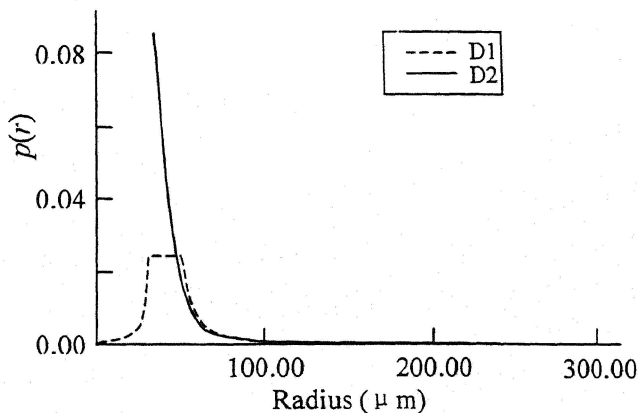
\*PDF, probability density function. D1 is peaked distribution, D2 is unpeaked distribution.

\*For PDF=D1, It gives the peak position  $r_a$  and  $r_b$ , for PDF=D2, it gives the minimum radius  $r_0$  (m).

□ For PDF=D1, It gives the slope of the log-log function of number density versus size for  $r > r_b$ .

△ Estimated based on clean bubbles.

够推广到零半径, 这意味着气泡内的气体体积将是不确定的, 而且与最大密度



Schematic plot of two representative bubble size distributions frequently found in the ocean. The figure is plotted such that the two distribution have the same mean radius of 50 μm. For the D1 (dashed curve), the plateau is located between 30 and 50 μm, and for the D2 (solid curve) the minimum radius is approximately 34 μm.

图 5-7 D1、D2 两种气泡分布随气泡半径的变化曲线

分布的气泡半径也是未知的。对于 D2 型密度函数，其一般形式为：

$$p(r) = cr^{-4} \quad r \geq r_0 \quad (5-59)$$

其中  $r_0$  是 D2 型分布的最小气泡半径， $c$  仅依赖于  $r_0$ 。在其分析过程中，对于  $r_0 > r_{min}$  的情况，方程 (5-59) 中的  $p(r)$  在区间  $r_{min} < r < r_0$  设为 0，图 5-7 给出了 D1、D2 随气泡半径的变化关系曲线，平均气泡半径均为  $50 \mu\text{m}$ 。

Zhang 等采用了一个平均指数 -4 进行了分析和计算。对于生物组织所产生的气泡，这一指数较高一些，如 -3 或 -2，考虑到  $Q_j$  对于大气泡几乎是常数，由方程 (5-57) 可知，这些生物组织产生的气泡的光学特性主要由大气泡决定。除在海滨环境或大量增殖条件下之外，这些气泡的密度通常认为比较小，所以其影响可认为也较小。

### 5.4.2 气泡的光学特性

对于单个气泡而言，其光学特性在前面已经详细地讨论过了。如上所述，自然气泡通常覆盖有有机材料和吸附的粒子，Stramski 认为脏气泡表面覆盖的是表面活性物质单层，而不是像粒子一样吸附在气泡表面，照相显示这些气泡仍然呈现球形，然而，覆盖层的组成以及厚度仍不很清楚。Fox 和 Herzfeld 认为气泡表面的覆盖单层是蛋白质，Yount 认为蛋白质和类脂化合物都是覆盖单层的组分。海水中气泡覆盖层厚度据估计在  $0.01 \mu\text{m}$ （对于类脂化合物如脂肪、脂肪酸、脂肪醇等）到  $1.0 \mu\text{m}$ （对于蛋白质类化合物如甘油蛋白和聚糖蛋白等）之间，对于胶质中的气泡而言，这种覆盖层的厚度估计在  $0.5 \sim 5\text{nm}$  之间。不考虑气泡的大小，假定覆盖层的厚度为常数，并假定覆盖层是单一种分子，Zhang 等的计算结果表明对于全部散射而言，由于表面覆盖层的引起的变化较小 ( $<10\%$ )，并且在脏气泡和干净气泡间几乎没有区别。但对于背散射而言，情况相当不一样，有机覆盖膜对第一极大值之后的背散射效应有增强，增强因子直接与覆盖膜的厚度有关。当覆盖膜的厚度  $<0.01 \mu\text{m}$  时，这种增强并不明显；然而当覆盖膜厚度增加到  $0.1 \mu\text{m}$  时，增强达 4 个数量级。这里有一个例外，即当覆盖膜厚度相当大 ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ) 时，第一极大值后散射效应又会随着气泡尺度的增加 ( $>10 \mu\text{m}$ ) 而减小，趋近一小于  $0.1 \mu\text{m}$  厚覆盖膜气泡的散射因子值，当覆盖膜厚度进一步增加（达到  $5 \mu\text{m}$ ），其背散射模式与  $1 \mu\text{m}$  厚覆盖膜的情况比较没有大的改变。

气泡半径大于  $1 \mu\text{m}$  时, 有机膜会显著地增强气泡的背散射而对全部散射的贡献却很小, 这与 Meyer 的研究结果相一致。Meyer 在研究中发现, 有机细胞组成的膜对辐射的背散射的影响很强, 但对前向散射的影响却不明显。

从理论上讲, 气泡整体的光学特性可以用方程 (5-57) 以及上述气泡尺度分布规律、加上单个气泡散射因子的计算进行估计。然而, 通过对方程 (5-57) 的转化, 可望得到一个更为简单的计算模型:

$$S = n\overline{Q_j}\overline{s} \quad (5-60)$$

其中

$$\overline{Q_j} = \frac{\int_{\min}^{\max} Q_j(r)p(r)\pi r^2 dr}{\int_{\min}^{\max} p(r)\pi r^2 dr} \quad (5-61)$$

$$\overline{s} = \int_{\min}^{\max} p(r)\pi r^2 dr \quad (5-62)$$

$\overline{Q_j}$  和  $\overline{s}$  分别是气泡的平均光学特性因子和平均几何截面。利用方程 (5-60), 气泡尺度分布对于气泡整体光学特性的影响可分成两部分: 平均光学特性 (有效因子) 和平均几何特性。这样处理的一个优点是—定气泡分布的平均光学特性较易测量、便于同观测结果进行之间的比较。

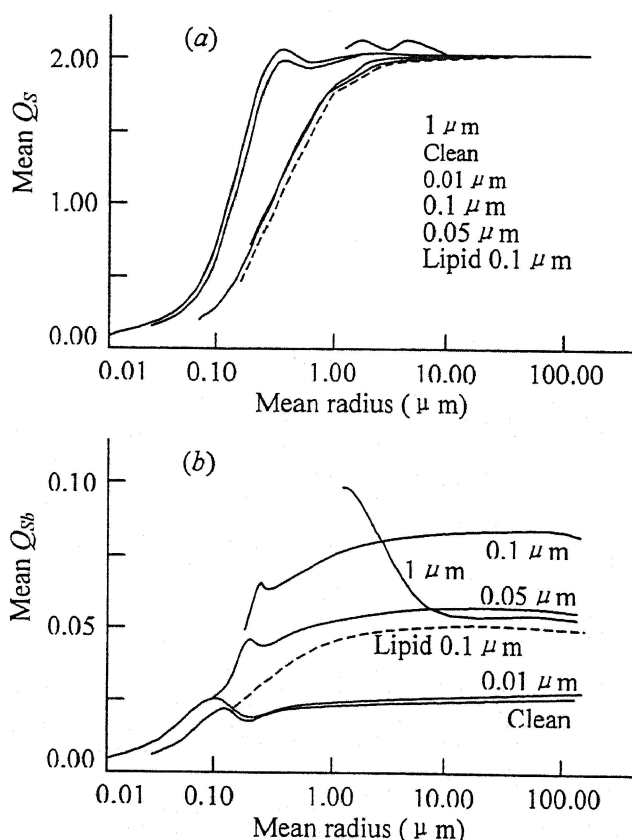
对于干净气泡:

通过对  $\lambda = 50\text{nm}$  时平均散射有效因子随气泡平均半径  $\bar{r} = \int_{\min}^{\max} rp(r)dr$  关系的计算, 并与单个气泡散射的相关计算的对比中, Zhang 等得到了干净气泡的散射特性。与单个气泡的情况比较, 气泡群体散射有效因子被极大地衰减了, 只有第一极大值和极小值尚可分辨, 但其幅度很小。对于散射和背散射因子, 在一个给定的平均半径下 D2 与  $r_a=r_b$  时 D1 的结果没有显著的区别。对于描述气泡的散射特性而言, D1 和 D2 两种分布函数并无本质区别, 这是因为: (1) 气泡尺度范围大, 使得对于单个气泡对应的有效因子的幅度变化由于平均效果而极大地平滑了; (2) 对于大气泡 ( $r > 1 \mu\text{m}$ ), 散射和背散射因子是稳定的, 而小气泡的贡献随着气泡半径的减小而急速衰减 (如果  $r \ll \lambda$ ,  $Q_S \sim r^4$ )。因此在计算气泡群的平均散射效应时, 两种分布可近似互换而不会引起大的误差。对于小气泡 ( $\bar{r} < 0.1 \mu\text{m}$ ) 和宽峰值区 ( $r_a < 40\%r_b$ ) 的情况, 误差小于 30%; 事实上, 当  $\bar{r} > 4 \mu\text{m}$  时, 误差为零。光学和声学方法的在位观测结果表明, 气泡平

均半径在  $10 \mu\text{m}$  以上,因此气泡群的平均散射效应将仅仅依赖于气泡平均半径,而与气泡尺度分布函数的具体形式无关。干净气泡的背散射因子在上述分布下当  $\bar{r} > 1 \mu\text{m}$  时计算结果为  $\sim 0.02$ 。

对于脏气泡:

生物组织覆盖膜对于平均散射的影响如图 5-8 (a) 所示,而图 5-8 (b) 给



(a) Mean scattering and (b) backscattering efficiencies of coated bubbles as a function of mean bubble radius and film thickness. From top to bottom, the scattering efficiencies for various coatings are indicated by the legend in the same order. For backscattering, the curves corresponding to various film thickness or composition are indicated individually.

图 5-8 (a) 散射与 (b) 背散射有效因子随平均气泡半径、覆盖膜厚度的关系

出了 D2 分布、 $r_a=60\%r_b$  时相应的背散射有效因子。平均散射因子与干净气泡相比,当蛋白质类化合物覆盖膜的厚度在  $0.001 \sim 0.05 \mu\text{m}$  时,减小 25%;当膜厚度进一步增加时,又反而增加;只有当膜厚度近似为  $1 \mu\text{m}$  时,散射因子超出

干净气泡时 10%；当膜厚度  $< 0.01 \mu\text{m}$  时，厚度对散射因子的没有影响。膜厚度较大时，散射因子出现相对大的幅度变化，当气泡平均半径大于  $10 \mu\text{m}$  时三个数量级的膜厚度变化 ( $0.001 \sim 1 \mu\text{m}$ ) 对应的平均散射因子的变化却很小。

与全部散射相反，平均背散射在有有机膜情况下的幅度变化为 5 倍的量级。除过  $1 \mu\text{m}$  厚度膜的情况，背散射有效因子随着膜厚度的增加 ( $\bar{r} > 0.2 \mu\text{m}$ ) 而增加，增强因子为  $0.01 \mu\text{m}$  膜厚度时的 10% 到  $0.1 \mu\text{m}$  时的 4 个数量级。

图 5-8 也给出了不同组分覆盖膜的影响，其中绘出了  $0.1 \mu\text{m}$  厚度类脂化合物膜 ( $m=1.1$ ) 对应的散射和背散射因子。从图中容易看出，同一厚度的该膜使散射和背散射相对于类蛋白质化合物膜的情况都有减小，对背散射的减小比散射更明显。在  $0.1 \mu\text{m}$  类脂化合物膜的情形里，全部散射减小仅为 10%，而背散射减小一半。

以上分析中认为覆盖膜是一常数厚度的单层膜，没有考虑气泡尺度对于膜的影响。考虑到大气泡仅仅是部分地覆盖，以及老气泡的覆盖膜可能是多层的，海洋中的真实条件将会更为复杂。尽管如此，有一点是清楚的，虽然覆盖膜对全部散射的影响不大，但可以显著地增强气泡群的背散射效应，尤其是平均半径在  $1 \sim 100 \mu\text{m}$  范围的气泡，而这些气泡正是海洋中气泡尺度的主要分布范围。

#### 覆盖膜的吸收影响：

关于吸附在气泡表面的介质膜的吸收影响的研究在文献中很少，Zhang 等估计的吸附膜折射率的虚部为 0.001 和 0.006，前者接近浮游生物细胞的平均值，后者可能是叶绿素在红外频段的最大吸收值。通过计算，他们说明，有机组织膜的吸收使得散射和背散射均有衰减，衰减幅度正比于膜厚以及膜的折射率虚部，而且，吸收还依赖于气泡的尺度。然而，只有当气泡尺度达到近乎  $100 \mu\text{m}$ 、且具有极大的吸收系数（虚部折射率为 0.006），吸收才显著地衰减散射和背散射。对于虚部折射率为 0.001 的有机组织膜而言，散射和背散射的衰减最多为 5%，因此基本可以说吸附膜对气泡背散射的影响不大。

#### 同浮游生物的比较：

下面对气泡群的平均光学特性因子与自养的、异养的浮游生物的对特性做一个比较，结果如表 5-2 给出，表中的  $\bar{d}$  为平均覆盖膜厚度。其中气泡的平均光学特性因子取自于图 5-8，也就是说，假定气泡的表面覆盖膜为单层的有机

膜，而不是蛋白质类或脂类化合物。表中对气泡的平均有效因子（1.5~2.2）与亚微（2~20  $\mu\text{m}$ ）、微（20~200  $\mu\text{m}$ ）尺度浮游生物的特性做了对比，结果表明，在对背散射的贡献方面气泡群比浮游生物组织大至少一个数量级。而细菌等的尺度很小，所以具有最高的背散射率，因此气泡群的高散射率是由于其折光效应而引起的。

### 5.4.3 背散射过程的缺省项

Ahn 和 Platt 的研究揭示，光养的和异养的组织并不能解释观测到的全散射系数，而且背散射过程的缺省项可能是由于非生物亚微尺度的碎石或（和）细菌引起的，这一结论在 Brown 和 Gordon 的研究中也有体现。

表 5-2 气泡和自养的异养的浮游生物的光学有效因子

Table 5-2 Mean Optical Efficiency Factors of Bubbles and Autotrophic and Heterotrophic Plankton

	$\bar{d}(\mu\text{m})$	$\bar{Q}_s$	$\bar{Q}_{sb} \times 10^3$	$\bar{S}_b \times 10^3$
Bubble(1-300 $\mu\text{m}$ )	-	1.5-2.2	22-82	11-200
Viruses(30-50nm)	0.072	$5.16 \times 10^{-4}$	0.21	410
Bacteria(0.1-1.5 $\mu\text{m}$ )	0.55	0.10	1.00	10.0
Prochlorophytes (0.6-0.8 $\mu\text{m}$ )	0.8	0.22	1.40	6.36
Cyanobacteria (0.5-3.0 $\mu\text{m}$ )	0.8	0.61	1.39	2.28
Ultranoplankton (2-8 $\mu\text{m}$ )	1.3	2.24	1.06	0.47
Flagellates(2-6 $\mu\text{m}$ )	4.2	2.0	0.6	0.30
Ciliates(2-6 $\mu\text{m}$ )	13.5	2.0	1.1	0.55
Larger nanoplankton (8-20 $\mu\text{m}$ )	11.1	1.79	1.97	1.10
Microplankton(20-200)	32.0	1.41	3.42	2.43

$\bar{S}_b = \bar{Q}_{sb} / \bar{Q}_s$ , backscattering ratio.

## 第六章 实验室模拟尾流气泡幕光学特性的数理模型

如前所述,尾流就是含有大量气泡的气幕带,尾流中的气泡大小、密度具有一定的统计分布规律,对于这些规律的研究,很多人作了大量的工作。为了研究激光通过尾流的特性,利用气泡模拟器在实验室对尾流进行模拟,气幕模拟器的核心是微孔陶瓷管,以尾流中气泡的分布规律为基础,定做了该微孔陶瓷管。实验所使用的微孔陶瓷管孔径为  $1\sim 10\mu\text{m}$ , 平均孔径  $2\mu\text{m}$ , 所产生的气泡直径在  $300\sim 1000\mu\text{m}$ 。

水中气泡对于激光的特性包括吸收、反射、折射、衍射、干涉和散射等,上一章对水中气泡尤其是单个气泡对光的反射、干涉、折射和散射等效应进行了讨论。在下面的讨论中,将会用到上一章的光学有效因子等结论对实验室模拟的气泡幕对光的影响做出近似的定量分析,以期与实验结果对比并得到一般性结论。

### 6.1 水中气泡的分布规律

首先,关于气泡的运动规律,气泡在运动过程所受的作用力基本是重力、水对其浮力、粘滞阻力三部分,因此可利用第三章的相应结果即方程(3-05、06、07)给出气泡运动的动力学方程:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_a} g - \frac{3\rho_w C_d v^2}{8\rho_a R} \quad (6-01)$$

$$C_d = \frac{24(1 + 0.15\text{Re}^{0.687})}{\text{Re}} \quad (6-02)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_w v R}{\eta_w} \quad (6-03)$$

$v$ 、 $t$ 、 $\rho_w$ 、 $\rho_a$ 、 $g$ 、 $C_d$ 分别表示上升气泡的速度、时间、空气和水的密度、重

力加速度、阻力系数，阻力系数由雷诺数(Reynolds number)确定， $Re$ 表示雷诺数， $\eta_w$ 表示水的粘滞系数， $R$ 表示气泡半径。

显然，由该三方程给出的气泡的运动规律并不简单，为了简化问题，首先对  $C_d$  取近似。在实验条件下，空气和水的密度  $\rho_w$ 、 $\rho_a$ 、水的粘滞系数  $\eta_w$  分别为  $1.0 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、 $1.20 \text{kg/m}^3$ 、 $1.002 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ ，气泡半径  $R$  在  $300 \sim 1000 \mu\text{m}$  范围，气泡上升速度大小  $\leq 10 \text{cm/s}$ ；根据第三章中高速摄影技术的测量结果，有气泡半径小于  $300 \mu\text{m}$ ，如  $0.143 \text{mm}$ ，所以下面的考虑中取气泡半径范围  $100 \sim 1000 \mu\text{m}$ 。由以上参数的具体量值，容易得出雷诺数为  $10 \sim 100$  范围。阻力系数随雷诺数的变化如图 6-1 所示，不难看出，雷诺数在  $10 \sim 100$  范围时，阻力系数呈单调减小的趋势，最大为 4.15，最小为 1.09，平均值 1.709。所以在下面的分析中，将取  $C_d=1.7$ 。

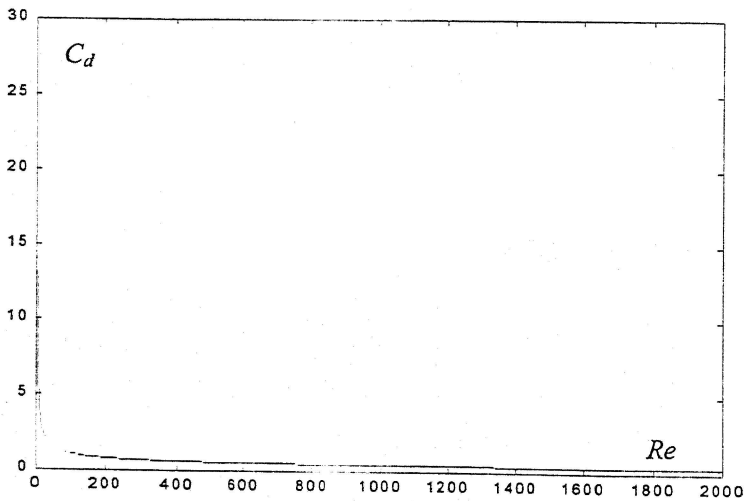


图 6-1 阻力系数随雷诺数的变化关系曲线

由气泡模拟器产生的气泡具有一定的初速度，而且随着模拟器氮气压强的增加，初速度的大小会增大。假设气泡初速度大小与气体压强的关系近似为线性关系，即

$$v_0 = v_0(p) = \zeta p \quad (6-04)$$

其中  $p$  为氮气压强， $\zeta$  是比例系数。由 (6-01) 式，积分可得任意时刻  $t$  气泡的速度，

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{\frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_a} g - \frac{3\rho_w C_d v^2}{8\rho_a R}} = dt \quad (6-05)$$

该式积分得

$$v = \frac{x_1 (e^{2x_1 x_2 t} - x_3)}{x_2 (e^{2x_1 x_2 t} + x_3)} \quad (6-06)$$

其中

$$\begin{aligned} x_1^2 &= \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_a} g \\ x_2^2 &= \frac{3\rho_w C_d}{8\rho_a R} \\ x_3 &= \frac{x_1 - x_2 v_0}{x_1 + x_2 v_0} \end{aligned} \quad (6-07)$$

计算过程中近似地认为气泡半径在上升过程中是一常数, 这样的近似是有根据的。在图 3-16 中可清楚地看出, 随着气泡的上升, 气泡半径有增大的趋势, 但增加幅度很小。再考虑到  $z = dv/dt$ , 可通过积分求得气泡上升的相对高度  $z$ ,

$$\begin{aligned} z &= \int v dt = \int \frac{x_1 (e^{2x_1 x_2 t} - x_3)}{x_2 (e^{2x_1 x_2 t} + x_3)} dt \\ &= \frac{1}{x_2^2} \ln(x_3 + e^{2x_1 x_2 t}) - \frac{x_1}{x_2} t \end{aligned} \quad (6-08)$$

为了对高度在  $z \sim z+d$  ( $d$  是激光光束的直径) 区间单位体积内的气泡数进行估计, 需要从 (6-08) 式计算对应的时间  $t$  值。计算用图如图 6-2 所示, 图

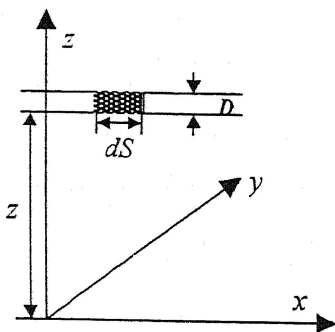


图 6-2 计算用图

中距离为  $D$  的两条平行线表示激光光束。考虑到无论是在真实尾流还是实验室模拟的气泡幕中, 小气泡 (半径小于  $50 \mu\text{m}$ ) 和大气泡 (半径大于  $1000 \mu\text{m}$ ) 的密度较小, 而且, 小气泡由于溶解作用会很快被吸收而消失, 大气泡由

于容易破碎等因素的影响也很快减少,所以水中气泡的尺度分布具有峰值特性,即中等大小气泡的比例较大,而小气泡和大气泡的比例较小。由此假设气泡按照尺度的分布具有下式表示的规律:

$$\frac{dn}{n} = \xi e^{-\tau R^2} R^2 dR \quad (6-09)$$

该式表示单位体积内半径在  $R$  附近  $R \sim dR$  范围的气泡数占总气泡数的比率,其中  $\xi$ 、 $\tau$  为常数,  $\tau$  取为  $8.5 \times 10^{-6}$ , 归一化常数  $\xi$  由归一化条件

$$\int_0^{\infty} \xi e^{-\tau R^2} R^2 dR = 1 \quad (6-10)$$

决定,容易得到  $\xi = 5.59 \times 10^{-8}$ , 该函数的极大值位于  $R = 345 \mu\text{m}$  处,与各种实验得到的尾流中气泡的半径分布规律一致,图 6-3 是由 (6-09) 式得到的气泡按半径的分布曲线。

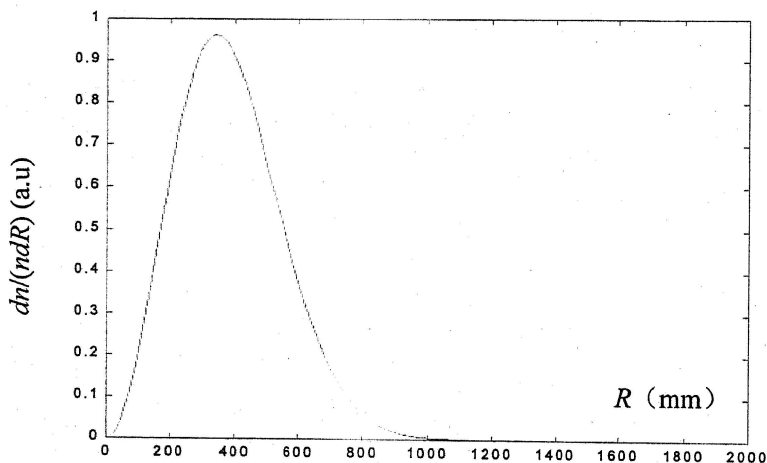


图 6-3 气泡按半径的分布规律曲线,横轴表示气泡半径  $R$  ( $\mu\text{m}$ ),竖轴表示单位体积内单位气泡半径的气泡数  $dn/(ndR)$  (arbitrary unite)。

结合图 6-2 和分布规律 (6-10) 式,在一定的氮气压强下,当气泡模拟器开始工作一段时间后,实验用水池中的气泡分布近似看是稳定的。因此,在任意时刻  $t$ ,  $dt$  内、气泡半径在  $R$  附近  $dR$  半径范围的气泡到达高度  $z$  处面元  $dS$  的气泡数为  $n_i(R)v(R)dt dR dS$ , 其中  $n_i(R)$ 、 $v(R)$  分别表示单位体积内气泡半径在  $R$  附近单位半径间隔内的气泡数、半径为  $R$  的气泡的上升速度大小,分别由表达式 (6-06) 和 (6-09) 给出。这样,任意时刻以  $dS$  为截面、 $z \sim z+D$  之间、半径在  $R_1 \sim R_2$  之间的气泡数为

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{R_1}^{R_2} n_i(R)v(R)dt dR dS$$

其中  $t_1$ 、 $t_2$  分别是气泡到达高度  $z$  和  $z+D$  处所需要的时间。考虑到激光光束为圆柱形光束，可得单位长度激光光束内半径在  $R_1 \sim R_2$  之间的气泡数为

$$\Delta N = \frac{\pi}{4} \int_{t_1}^{t_2} \int_{R_1}^{R_2} n_i(R)v(R)dt dR \quad (6-11)$$

要对这一积分的估算，首先需要确定  $t_1$ 、 $t_2$  的量值。

实验条件下， $z=40\text{cm}$ ， $D=2\text{mm}$ （无扩束）、 $6\text{mm}$ （扩束）。 $t_1$ 、 $t_2$  的量值可根据（6-08）式确定，也可以由实验观测来确定。当具体参数给定后，（6-08）式是氮气压强、气泡半径和时间的函数（均为国际单位），不难发现， $z$  对氮气压强的依赖性非常弱，而对于气泡半径的依赖性也弱于对时间的依赖性，可以因此近似地给定一最可机气泡半径来估计其与时间的关系。在所给出的气泡半径分布中，最可机半径为  $345 \mu\text{m}$ ，据此得到的  $z$  对时间的关系近似地为线性关系：

$$z = \frac{1}{1.540 \times 10^6} \ln(e^{2 \times 90.315 \times 1.241 \times 1000 t} - 1) - \frac{90.315}{1.241 \times 1000} t \cong 0.0727t$$

所以，对应于  $z=40\text{cm}$ ， $D=2\text{mm}$ （无扩束）、 $6\text{mm}$ （扩束）， $t=5.50\text{s}$ （ $z=40\text{cm}$ ）、 $5.53\text{s}$ （ $z=40.2\text{cm}$ ）、 $5.58\text{s}$ （ $z=40.6\text{cm}$ ），这与实验结果符合得相当好。在第三章中利用高速摄影技术测量的结果显示，对应于该半径气泡的上升时间约为  $6.15\text{s}$ （ $z=40\text{cm}$ ），可见理论与实验结果比较的相对误差约为 10%，这说明该理论模型的建立是合理的。

现在来估计（6-11）式给出的气泡数。考虑到既要简化运算，又需要使气泡数对半径、时间的依赖性得以充分体现，在对（6-11）式积分时，可使用近似方法，即认为式中对  $t$  积分结果中的因子  $\left\{ \frac{1}{x_2} \ln(x_3 + e^{2x_1 x_2 t}) - \frac{x_1}{x_2} t \right\}$  对半径的

依赖性较弱，从而认为该因子在对  $R$  的积分中是一个不变量，如此处理后有下面的结果：

$$\Delta N \propto \frac{\pi \xi}{4} \left[ \frac{1}{x_2} \ln(x_3 + e^{2x_1 x_2 t}) - \frac{x_1}{x_2} t \right] \left[ -\frac{1}{2} \frac{e^{-\pi R^2}}{\tau} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\pi} \text{erf}(\tau^{1/2} R)}{\tau^{3/2}} \right] \quad (6-12)$$

在该表达式中，第一个括号中隐含的气泡半径单位为国际单位  $\text{m}$ ，而后面括号内的气泡半径单位为  $\mu\text{m}$ ，且该式给出的是（6-11）式的不定积分表达式。考

考虑积分的上下限，并用  $t_1=5.50\text{s}$ 、 $t_2=5.58\text{s}$  来对第一个括号内的因子进行估算，则从 (6-12) 式得到近似的气泡数为

$$\Delta N \propto \frac{\pi \Delta z}{4} \xi \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-\tau R^2}}{\tau} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\tau^{1/2} R)}{\tau^{3/2}} \right] \Bigg|_{R_1}^{R_2} \quad (6-13)$$

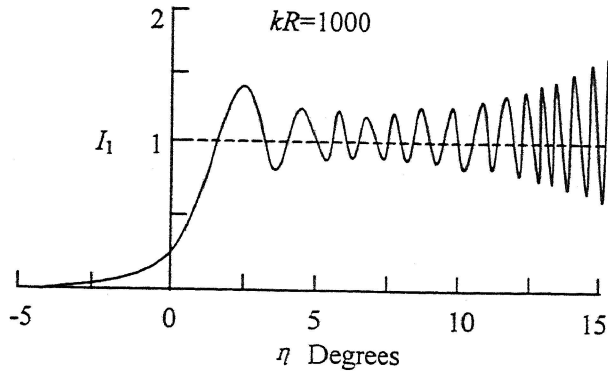
其中  $\Delta z$  是式 (6-12) 地括号内因子的估算值，为  $6\text{mm}$ ，即  $\Delta z=6 \times 10^{-3}\text{m}$ ，再考虑到气泡分布函数的归一化条件，单位长度激光光束内气泡总数为  $1.5 \pi / \text{mm}$ ，而单位长度激光光束内半径在  $300 \sim 1000 \mu\text{m}$  之间的气泡数为  $0.6743 \times 1.5 \pi / \text{mm}$ ，即  $3.1776/\text{mm}$ ，这与实验观测结果在一个数量级。如果考虑到气泡模拟器、单位时间内所产生的气泡、在不同气体压强下并不相等，而是随着压强的增加近似地与压强大小成正比，则应在 (6-13) 式中再乘以一与压强有关的因子  $\Sigma p$ ，取  $\Sigma p=100p$ ，其中在此处  $p$  的单位为  $\text{MPa}$ ，则当气体压强等于  $0.025\text{MPa}$  时，单位长度激光光束内半径在  $300 \sim 1000 \mu\text{m}$  之间的气泡数为  $8/\text{mm}$ ，这一结果与实验观测结果非常接近。

## 6.2 气泡对激光传输的影响

根据实验所使用的激光输出特性，即激光光束为圆偏振光、激光器输出功率  $< 5\text{mW}$  等参数的考虑，分析过程中可以忽略激光与水、气泡的非线性相互作用，而采用几何光学、波动光学等线性理论对水中气泡作用于激光光束的影响做出估计。由于使用的激光偏振特性为圆偏振光，所以其强度可用两个互相垂直的平面偏振光来表示，即

$$I = I_1 + I_2 \quad (6-14)$$

该式中  $I$  表示激光强度，下标 1、2 的物理含义分别表示激光电矢量平行或垂直于散射平面，而  $I_1$  和  $I_2$  可由第五章 (5-50) 给出。因此，单个气泡对于激光的散射强度就可以利用第五章的相关结论，即 (5-50) 式，式中  $g_{0,j}$  和  $g_{1,j}$  分别由 (5-26) 和 (5-48) 给出。图 6-4 是 (5-50) 给出的结果。其中取折射率  $n=4/3$ ， $kR=1000$ ，图中给出的是  $I_1$  随  $\eta \equiv \phi_c - \phi$  的变化规律。这里再一次说明， $k$  是波数。



Approximation for scattered intensity as a function of  $\eta = \phi_c - \phi$  with  $n=4/3$  and  $kR=1000$ .

图 6-4 散射光强度随  $\eta$  的变化关系

为了便于分析，将 (5-50) 式重新写出如下：

$$I_j = \frac{1}{2} |g_{0,j} + g_{1,j}|^2 \quad (6-15)$$

其中下标的含义在第五章中有明确的规定，而

$$g_{0,j} \cong \exp(i\gamma_{0,j}) [F(w) - F(-\infty)],$$

$$g_{1,j} = 2h_{1,j}(\theta_1) \exp\left[i\left(\frac{\pi}{4} + \gamma_{1,j}\right)\right] + O\left(\frac{\lambda}{R}\right)^{1/2},$$

$$\gamma_{0,j} = -\beta_j \left(\frac{w}{2}\right)^{1/2} (\lambda R \cos \theta_c)^{1/4} + \frac{k \sin^2 \eta}{4\alpha},$$

$$\gamma_{1,j} = \frac{k \sin^2 \eta}{2\alpha},$$

在这些表达式中，

$$w = \left(\frac{\lambda}{R} \cos \theta_c\right)^{1/2} \sin \eta,$$

$$F(w) = \int_0^w \exp\left(i\frac{\pi}{2} z^2\right) dz,$$

$$\begin{cases} \beta_1 = \left(\frac{8}{nR}\right)^{1/2} \cos \theta_c, \\ \beta_2 = n^2 \beta_1, \end{cases}$$

如第五章所述，在  $u > 0$  情况下， $h_{1,j} \propto (u/R)^{3/2}$ ；考虑到实验条件下， $n \approx 4/3$ ，

对应的  $\theta_c=48.59^\circ$  ,  $\phi_c=48.59^\circ$  , 水中激光的波长  $\lambda=632.8/n$  (nm) =474.6 (nm) 以及表达式  $\alpha = -1/(R \cos \theta_c)$  , 不难对 (6-15) 式给出的散射强度做出估计。图 6-4 就是该式给出的  $I_1$  随  $\eta$  的变化关系曲线。进一步的计算表明, 在相同的  $kR$  下,  $I_2$  随  $\eta$  的变化关系曲线具有相似的形状, 但变化幅度显著地大于  $I_1$ 。

利用这些结果, 再考虑到气泡的分布特征, 可得到单位长度激光光束内的气泡对散射光强度的总的贡献:

$$\Delta NI = \Delta N(I_1 + I_2) \operatorname{erf}\left(\frac{\xi}{\tau} R\right) = \frac{N_n}{2} \left( |g_{0,1} + g_{1,1}|^2 + |g_{0,2} + g_{1,2}|^2 \right) \operatorname{erf}\left(\frac{\xi}{\tau} R\right) \quad (6-16)$$

其中  $N_n$  等于 3.1776 (不扩束) 或 8 (扩束) 将已知参数代入并简化, 可得  $\gamma$  的表示式如下,

$$\begin{cases} \gamma_{0,1} = 0.9310 \sin^{1/2} \eta - 0.1654(kR) \sin^2 \eta \\ \gamma_{0,2} = 1.6551 \sin^{1/2} \eta - 0.1654(kR) \sin^2 \eta \\ \gamma_{1,j} = -0.3307(kR) \sin^2 \eta \end{cases} \quad (6-17)$$

再利用 (5-45) 式的近似以及关系式 (5-19、20), 得到对应于  $j=1、2$  的比值  $(u/R)^{1/2}$  的近似值

$$\begin{cases} \left(\frac{u_1}{R}\right)^{1/2} \cong 0.2938 \\ \left(\frac{u_2}{R}\right)^{1/2} \cong 0.2828 \end{cases} \quad (6-18)$$

其中假设  $\theta_0 = 50^\circ$ ,  $u_1、u_2$  分别对应于  $j=1、2$ ; 从而由这些近似分析的结果给出

(6-16) 式中各项的简单表示式

$$g_{0,1} \cong \exp\left\{i\left[0.9310 \sin^{1/2} \eta - 0.1654(kR) \sin^2 \eta\right]\right\} [F(w) - F(-\infty)] \quad (6-19.1)$$

$$g_{0,2} \cong \exp\left\{i\left[1.6551 \sin^{1/2} \eta - 0.1654(kR) \sin^2 \eta\right]\right\} [F(w) - F(-\infty)] \quad (6-19.2)$$

$$g_{1,1} \cong 0.0507 \exp\left\{i\left[\frac{\pi}{4} - 0.3307(kR) \sin^2 \eta\right]\right\} \quad (6-19.3)$$

$$g_{1,2} \cong 0.0452 \exp\left\{i\left[\frac{\pi}{4} - 0.3307(kR) \sin^2 \eta\right]\right\} \quad (6-19.4)$$

在 (6-19.1、19.2) 两式中, 首先需要对非指数项  $[F(w) - F(-\infty)]$  做出估算,

为此, 将该项写成

$$F(w) - F(-\infty) = \int_{-\infty}^w \exp\left(i\frac{\pi}{2}z^2\right) dz \quad (6-20)$$

并将被积函数的实部随变量  $z$  的变化关系用图示的方法表示出来, 具体结果如图 6-5 所示。从图中不难看出, 上式积分值不大于  $2\sqrt{2}[1 - (-1)]/2 = 2\sqrt{2}$ , 所以在下面的计算中取 (6-20) 式的值为 2.8。

在扩束与不扩束两种情况下, 分别就散射光的相对强度做了计算, 计算结果在图 6-6 和图 6-7 中给出。图 6-6 是不扩束情况下的散射光相对强度, 其中

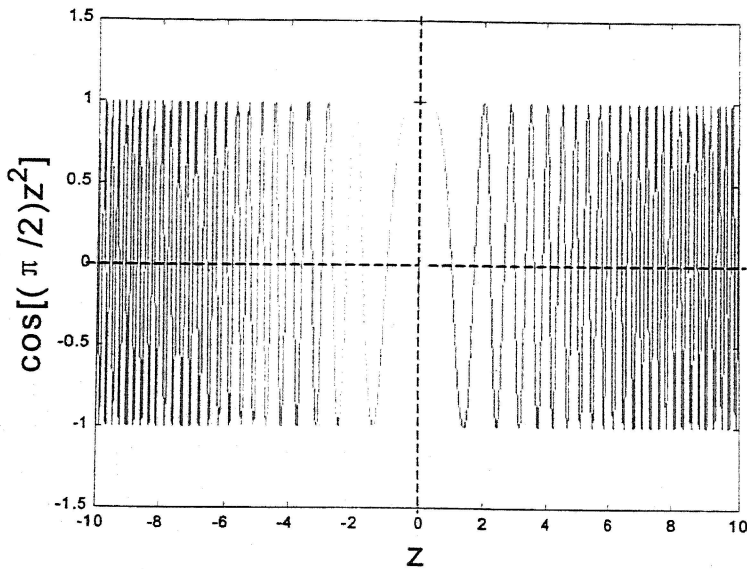


图 6-5 函数  $\cos[(\pi/2)z^2]$  随  $z$  的变化

a、b、c 分别是由 (6-16) 式的第一项、第二项以及整体的结果。对比图 6-6a、b 两图容易看出, 在不扩束情况下, 激光的偏振化状态对散射光强度的影响并不明显, 两种偏振化状态下散射光强度随  $\eta$  的周期性变化极为相似; 同时也不难观察到, 两种偏振化状态下散射光的强度存在不同的精细结构。而图 6-6c 是 a、b 的迭加, 因而强度大致等于二者之和, 从图中的周期性来看, a、b、c 粗略结构具有相似的周期性, 因而可以认为两种偏振化状态对应的散射光线具有相同的位相。

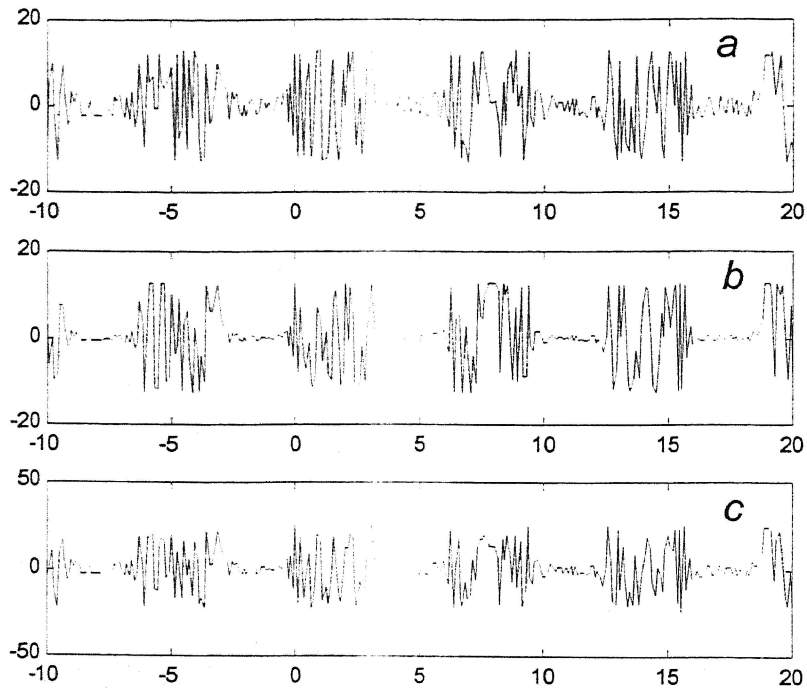


图 6-6 不扩束情况下散射光相对强度

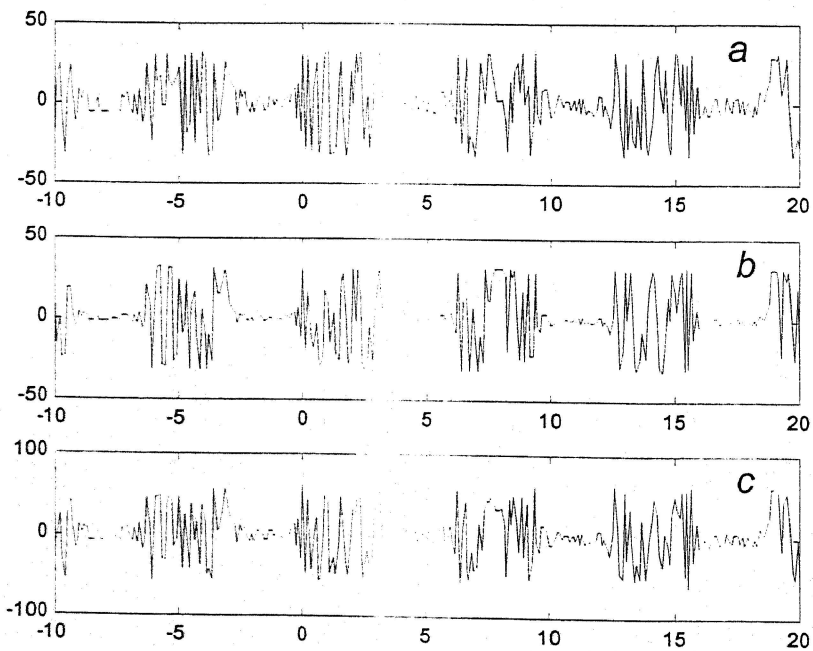


图 6-7 扩束情况下散射光相对强度

图 6-7 是扩束情况下散射光强度随  $\eta$  的变化曲线，图中的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  与图

6-6 相对应。该图中的相对强度显示出，扩束时强度的周期性无论从粗略结构、还是从精细结构上讲，都与不扩束时相同。但是，扩束情况下的强度是不扩束情况下的二倍以上。

## 第七章 实验室模拟尾流气泡幕的光学特性研究与测量

如上所述,尾流是含有大量气泡的气幕带,为了研究激光通过尾流的特性,利用气泡模拟装置在实验室对尾流的气泡幕进行了模拟。

### 7.1 实验系统简介

要对实验室模拟的尾流气泡幕光学特性进行研究和测量,除了气泡模拟装置之外,一方面要选择光源和信号采集系统,另一方面要为信号采集系统的运行设计一套方便的操作程序和信号处理程序。此外,如果要求系统能够适合下水测试的要求,在实验室测试的基础上,还应设计出适合于水下测试的系统。

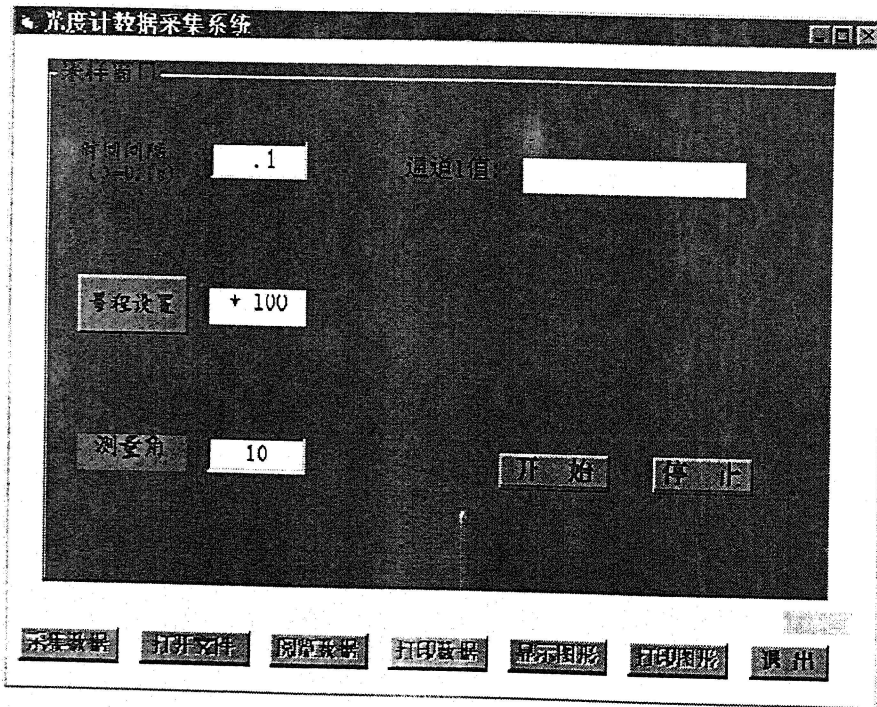


图 7-1 照度计数据采集程序运行界面

本章主要是对实验室模拟的尾流气泡幕光学特性的研究与测量进行分析,所以此处仅简要介绍实验室系统的组成以及特点。实验室系统主要由三个部分组